Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153
Online ISSN: 2423-5377

Modeling Stock High-Low Price Range: Fractional Cointegrating VAR Approach (FCVAR)

Elham Farzanegan
Assistant Prof., Department of Economics and Social Sciences, Nahavand Higher Education Complex, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran. E-mail: e.farzanegan@basu.ac.ir

Abstract

Objective

This paper seeks to employ fractional cointegration methodology to model high and low stock prices, as well as the range series, indicating the difference between high and low stock prices. Additionally, it tries to examine the regime-switching characteristic in the cointegrating relationship between price series.

Methods

The study utilizes the Fractionally Cointegrated Vector Autoregressive (FCVAR) approach to explore the cointegrating relationships among six key indices of the Tehran Stock Exchange - TEPIX, First Market index, Second Market index, Industry index, Mali index, and Fara Bourse overall index - across various time frequencies from August 14, 2007, to August 15, 2022. To test for the fractional unit root in each price series, the GPH and ELW methods are also employed. Furthermore, the Qu (2011) method is employed to test the true long memory against spurious long memory on the range series. Finally, the threshold effect in the cointegrating relationship between the high and low price series is analyzed by the two regimes' Self-Exciting Threshold Autoregressive approach (SETAR).

Results

In most indices, the estimated fractional parameter of the range series is lower than that of the high and low stock price indices. Moreover, the high and low prices and the range series are affected by regime changes or a smoothly varying trend. The high and low stock price indices are fractionally cointegrated, in the two levels of stationary and non-stationary ranges. Further, the fractional cointegration approach gives a lower measure of dependency in price range series than the fractionally integrated approach. These findings are robust to different time frequencies, including daily, weekly, and monthly. Finally, the results affirm the time-varying cointegrating relationship between high and low stock prices. Thus, the FCVAR framework should be generalized to adjust according to this characteristic.

Conclusion

The empirical results show that, unlike the return, which is stationary and unpredictable, the range prices have characteristics of the long-memory processes, falling into non-stationary and stationary levels with mean-reverting behavior. Accordingly, one can obtain a non-stationary range-based volatility estimator, which is more efficient than a stationary return-based realized volatility estimator. These results imply that traders, investors, and policymakers could predict the future extreme prices of the market indices from past values and exploit such predictions to design investment strategies. The cointegration between high and low prices of indices implies limited arbitrage opportunities for the investors and traders in the Tehran Stock Exchange and Iran Fara Bourse Co. Furthermore, the efficiency of these markets is shown to be unstable across indices. Still, there are robust long-run relationships between the high and low stock price indices. Thus, to design hedge fund strategies containing combinations of the stocks from these markets, the behavior and long-run relations of the indices must be considered. Moreover, to design portfolio allocation and diversification strategies, one should mix assets that haven't short-term behavior with indices that show long-term relationships. This conclusion is derived from the notion that mispricing and over-hedging may occur in the absence of cointegrating relationships between price series.

Keywords: Fractional cointegration, Fractional integration, Stock high-low price range, Threshold cointegration.

Citation: Farzanegan, Elham (2024). Modeling Stock High-Low Price Range: Fractional Cointegrating VAR Approach (FCVAR). *Financial Research Journal*, 26(1), 159-185. https://doi.org/10.22059/FRJ.2023.347510.1007379 (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2024, Vol. 26, No.1, pp. 159-185
Published by University of Tehran, Faculty of Management
https://doi.org/10.22059/FRJ.2023.347510.1007379
Article Type: Research Paper
© Authors
Received: September 19, 2022
Received in revised form: September 05, 2023
Accepted: January 17, 2024
Published online: April 13, 2024

شاپا چاپی: ۱۰۲۴-۸۱۵۳
شاپا الکترونیکی: ۲۴۲۳-۵۳۷۷
تحقیقات مالی

مدل‌سازی بازه بیشترین قیمت ـ کمترین قیمت سهام: رویکرد VAR هم‌انباشته کسری (FCVAR)

الهام فرزانگان
استادیار، گروه علوم اقتصادی و اجتماعی، دانشگاه بوعلی‌سینا ـ مجتمع آموزش عالی نهاوند (ویژه دختران)، همدان، ایران. رایانامه: e.farzanegan@basu.ac.ir

چکیده

هدف: پژوهش حاضر با استفاده از رویکرد هم‌انباشتگی کسری، به مدل‌سازی سری‌های زمانی بیشترین و کمترین قیمت معامله‌شده سهام و سری بازه سهام می‌پردازد که مشخص‌کننده تفاضل بین بیشترین و کمترین قیمت است. همچنین، ویژگی تغییر رژیم در رابطه هم‌انباشتگی میان سری قیمت‌ها نیز بررسی شده است.

روش: برای دستیابی به هدف پژوهش، از رویکرد خودرگرسیون برداری هم‌انباشته کسری (FCVAR) برای شش شاخص عمده بورس اوراق بهادار تهران، یعنی شاخص کل بورس، شاخص بازار اول، شاخص بازار دوم، شاخص صنعت، شاخص مالی و شاخص کل فرابورس، با فراوانی‌های زمانی مختلف، طی بازهٔ ۱۳۸۶/۵/۲۳ تا ۱۴۰۱/۵/۲۴ استفاده شده است. برای آزمون ریشه واحد کسری در هر سری قیمت، از روش‌های GPH و ELW نیز استفاده شده است. همچنین، فرضیه وجود حافظه بلندمدت واقعی در مقابل حافظه بلندمدت کاذب، در سری‌های بازه با استفاده از رویکرد پیشنهادی کیو (۲۰۱۱) آزمون می‌شود. به‌منظور آزمون هم‌انباشتگی آستانه‌ای در سری بازه این شاخص‌ها، رویکرد خودرگرسیون آستانه‌ای خود موجود (SETAR) با تصریح دو رژیم، نیز برآورد شده است.

یافته‌ها: در خصوص اکثر شاخص‌ها، مقدار برآورد شده از پارامتر کسری برای سری‌های بازه، در مقایسه با مقدار به‌دست‌آمده از این پارامتر برای سری‌های بیشترین و کمترین قیمت، کوچک‌تر است. همچنین، بیشترین و کمترین قیمت‌ها و سری بازه آن‌ها، از تغییرات رژیم یا روند به‌طور هموار متغیر، متأثر شده‌اند. بیشترین و کمترین قیمت اکثر شاخص‌ها، در هر دو منطقه مانایی و نامانایی از بازه بیشترین قیمت ـ کمترین قیمت، هم‌انباشته کسری هستند. به‌علاوه، رویکرد هم‌انباشتگی کسری، معیار پایین‌تری را از ماندگاری درسری بازه قیمت در مقایسه با رویکرد انباشتگی کسری ارائه می‌دهد. این یافته نسبت به فراوانی‌های زمانی مختلف روزانه، هفتگی و ماهانه، به‌قوت خود باقی می‌ماند. به‌علاوه، نتایج بر زمان متغیر بودن رابطه هم‌انباشتگی میان سری بیشترین و کمترین قیمت سهام دلالت دارند. از این رو، در کاربردهای عملی برای بورس اوراق بهادار تهران، می‌بایست چارچوب FCVAR در جهت درنظر گرفتن این مشخصه‌ها تعمیم داده شود.

نتیجه‌گیری: نتایج تجربی نشان می‌دهند که برخلاف بازده که مانا و پیش‌بینی‌ناپذیر است، بازه قیمت از ویژگی فرایندهای حافظه بلندمدت برخوردار است که در منطقه نامانایی، علاوه‌بر سطوح مانایی با رفتار برگشت به میانگین، قرار می‌گیرد. در نتیجه، می‌توان یک تخمین‌زن نوسان‌پذیری مبتنی‌بر بازه نامانا را نتیجه گرفت که نسبت به تخمین‌زن نوسان‌پذیری تحقق‌یافته مبتنی‌بر بازدهٔ مانا، کاراتر است. از این رو، از تخمین نوسان‌پذیری مبتنی‌بر بازه، می‌توان به‌عنوان جایگزینی برای تخمین نوسان‌پذیری شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران و شاخص فرابورس و حتی، برای مدل‌سازی و پیش‌بینی قیمت سایر دارایی‌ها نیز استفاده کرد. این یافته‌ها برای معامله‌گران، سرمایه‌گذاران و سیاست‌گذاران دلالت بر این دارد که می‌توانند قیمت‌های حدی آینده شاخص‌های بازار را با استفاده از مقادیر گذشته آن‌ها پیش‌بینی کنند و از این پیش‌بینی‌ها برای طراحی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری خود بهره گیرند. وجود هم‌انباشتگی میان بیشترین و کمترین قیمت‌های شاخص‌ها نیز بر وجود فرصت‌های محدود آربیتراژ برای سرمایه‌گذاران و معامله‌گران در بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران دلالت دارد. به‌علاوه، نتایج نشان می‌دهد که کارایی در این بازارها برای همه شاخص‌ها به یک شکل نیست. با این حال،

روابط بلندمدت استواری میان بیشترین و کمترین قیمت شاخص‌ها وجود دارد. از این رو، برای طراحی استراتژی‌های صندوق پوشش ریسک که دربرگیرنده ترکیبی از سهام این بازارهاست، رفتار و رابطه بلندمدت میان این شاخص‌ها می‌بایست مدنظر قرار گرفته شود. همچنین، تخصیص پرتفوی و استراتژی‌های متنوع‌سازی، نباید دربرگیرنده دارایی‌هایی باشد که رفتار کوتاه‌مدت با شاخص‌هایی دارند که رابطه بلندمدت نشان می‌دهند. این یافته برمبنای این عقیده قرار دارد که قیمت‌گذاری نادرست و بیش پوشش ریسک می‌تواند در شرایط عدم وجود رابطهٔ هم‌انباشتگی میان سری قیمت‌ها اتفاق بیفتد.

کلیدواژه‌ها: انباشتگی کسری، بازه بیشترین قیمت ـ کمترین قیمت سهام، هم‌انباشتگی آستانه‌ای، هم‌انباشتگی کسری.

استناد: فرزانگان، الهام (۱۴۰۳). مدل‌سازی بازه بیشترین قیمت ـ کمترین قیمت سهام: رویکرد VAR هم‌انباشته کسری (FCVAR). *تحقیقات مالی*، ۲۶(۱)، ۱۵۹-۱۸۵.

تحقیقات مالی، ۱۴۰۳، دوره ۲۶، شماره ۱، صص. ۱۵۹- ۱۸۵
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
نوع مقاله: علمی پژوهشی
© نویسندگان
تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۲۸
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۲/۰۶/۱۴
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۲۷
تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۰۱/۲۵
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2023.347510.1007379

مقدمه

به‌تازگی تحلیلگران مالی و معامله‌گران، به سری زمانی بیشترین و کمترین قیمت و بازهٔ قیمت[1] کالاها در تجارت توجه می‌کنند. سری زمانی بازهٔ قیمت (بیشترین قیمت معامله‌شدهٔ سهام ـ کمترین قیمت سهام)، در مقایسه با سری زمانی لگاریتم بازده، سری زمانی کاراتری محسوب می‌شود؛ از این رو می‌توان از آن در تخمین نوسان‌پذیری (ریسک)، استفاده کرد (پارکینسون[2]، ۱۹۸۰). همچنین، سری بازه اغلب توسط معامله‌گران در بازارهای مالی برای تحلیل‌های فنی استفاده می‌شود (تیلور و آلن[3]، ۱۹۹۲).

پژوهش‌های انجام‌شده در زمینهٔ برآورد نوسان‌پذیری تحقق‌یافته برای قیمت دارایی‌هایی همچون سهام، نرخ ارز و قیمت کالاها، به‌طور عمده از قیمت‌های با فراوانی روزانه، برای تبدیل لگاریتم سری‌های زمانی استفاده کرده‌اند و آن را به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری نوسان‌پذیری به‌کار برده‌اند. زمانی که قیمت‌های آغازین و پایانی با فراوانی روزانه مرتبط می‌شوند، در سری نوسان‌پذیری تبدیلی به‌دست‌آمده، تغییرپذیری‌های میان‌روز نهفته می‌ماند؛ چراکه با این تبدیل اطلاعات مهم موجود در قیمت‌ها حذف می‌شود (دجیاناکیس و فلوروس[4]، ۲۰۱۳)؛ بنابراین، می‌توان بیشترین و کمترین قیمت را جایگزین مناسبی برای قیمت‌های آغازین و پایانی دانست؛ به‌گونه‌ای که بازهٔ قیمتی به‌دست‌آمده که معیاری بدون تورش از نوسان‌پذیری تحقق‌یافته است، به‌عنوان یک اندازهٔ مرجع، برای سرمایه‌گذاران در سفارش‌های خریدوفروش استفاده شود (بارونیک و دوراکووا[5]، ۲۰۱۵).

بعضی از پژوهشگران، به‌طور تجربی، استوار بودن تخمین‌زن نوسان‌پذیری مبتنی بر بازه را نسبت به وجود نوفه‌های مربوط به ریزساختارها (جهش در قیمت پیشنهادی خریدوفروش[6]) و نیز برتری آن را نسبت به تخمین‌زن نوسان‌پذیری سنتی مبتنی بر بازدهٔ[7] قیمت‌های آغازین/قیمت‌های پایانی، نشان داده‌اند (براندت و دیبولد[8]، ۲۰۰۶)؛ علت این است که بیشترین و کمترین قیمت روزانه، حاوی اطلاعاتی از وضعیت نقدینگی و کشف قیمت سهام در بازار هستند. کاپورین، رنالدو و مگیستریس[9] (۲۰۱۳) معتقدند که کمترین قیمت متناظر است با مذاکرات خرید و بیشترین قیمت متناظر است با مذاکرات فروش؛ به همین دلیل بیشترین و کمترین قیمت، همواره در معرض اعلان‌های عمومی غیرمنتظره و سایر شوک‌ها قرار دارند. از این رو، در اقتصادسنجی مالی، روش تحلیل مبتنی بر بازه، جایگزین روش مرسوم مدل‌سازی نوسان‌پذیری بر مبنای لگاریتم بازده شده است.

مطالعات قبلی پویایی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت بیشترین قیمت و کمترین قیمت را برای سهام، نرخ ارز و قیمت

1. Price Rang
2. Parkinson
3. Taylor & Allen
4. Degiannakis & Floros
5. Baruník & Dvořáková
6. bid-ask Bounce
7. Return-based Volatility
8. Brandt & Diebold
9. Caporin, Ranaldo & Magistris

نفت و برای بازارهای توسعه‌یافته و سایر بازارهای نوظهور بررسی کرده‌اند (هی، وانگ و لی[1]، ۲۰۱۰؛ هی و وان[2]، ۲۰۰۹). به‌خصوص، همان‌گونه که مرور پیشینهٔ پژوهش‌ها نیز نشان می‌دهد، موضوع بازهٔ قیمت عمدتاً برای کشورهای توسعه‌یافته مطالعه شده است و تاکنون برای ایران و برای مدل‌سازی نوسان‌پذیری قیمت سهام در کانون توجه قرار نگرفته و ضروری است که این موضوع برای بازار سرمایهٔ ایران نیز به‌طور جداگانه بررسی شود.

چیانگ، چیانگ و وان[3] (۲۰۰۹) نشان دادند که بیشترین و کمترین قیمت طی زمان از تعادل بلندمدت به‌طور معناداری واگرا نمی‌شوند؛ ازاین‌رو بازهٔ قیمت می‌تواند به‌صورت رابطهٔ هم‌انباشتگی بین بیشترین و کمترین مقدار شاخص قیمت با بردار هم‌انباشتگی (۱– ,۱) بیان شود. به‌علاوه، بارونیک و دوراکووا (۲۰۱۵) با استفاده از روش آزمون هم‌انباشتگی برای شاخص‌های بازار سهام چند کشور مختلف، نشان دادند که بازهٔ قیمت نمایانگر مشخصه‌هایی از فرایند حافظهٔ بلندمدت است که ناماناست؛ از این رو یک تأیید تجربی را ارائه کردند برای این ایده که سری نوسان‌پذیری مانا نیست. بر اساس مطالعهٔ این پژوهشگران، در پژوهش حاضر بازهٔ قیمت به‌صورت رابطهٔ هم‌انباشتگی بین بیشترین و کمترین قیمت سهام مدل‌سازی می‌شود.

از طرف دیگر، برخلاف ادبیات پیشین که روابط بلندمدت میان متغیرها را در بازارهای توسعه‌یافته، فقط به دو صورت I(۰) و I(۱) مدل‌سازی می‌کند، برای کشورهای درحال‌توسعه این رویکرد می‌تواند بسیار محدودکننده باشد؛ از این رو در پژوهش حاضر، از جدیدترین رویکرد هم‌انباشتگی کسری ارائه شده توسط یوهانسن و نیلسن[4] (۲۰۱۲، ۲۰۱۶)، استفاده می‌شود و با پیروی از رویکرد یایا و همکاران[5] (۲۰۲۰)، به‌دنبال ارائهٔ یافته‌های تجربی جدید برای بازار سرمایه ایران است. به‌خصوص از رویکرد مدل‌سازی چندمتغیرهٔ FCVAR برای مدل‌سازی رابطهٔ بلندمدت بین بیشترین و کمترین قیمت شاخص‌های عمدهٔ بورس اوراق بهادار تهران و شاخص کل فرابورس ایران با فراوانی‌های زمانی روزانه، هفتگی و ماهانه، استفاده می‌شود.

با توجه به آنچه بیان شد، در پژوهش حاضر به بررسی این مهم پرداخته می‌شود که آیا بیشترین و کمترین قیمت شاخص‌ها با فراوانی‌های زمانی مختلف، هم‌انباشته‌اند؟ آیا بازهٔ قیمت یک فرایند حافظهٔ بلندمدت ناماناست؟ آیا رابطهٔ هم‌انباشتگی بین سری بیشترین قیمت و کمترین قیمت شاخص‌ها، طی زمان باثبات است یا ویژگی تغییر رژیم دارد؟

یافته‌های حاصل از آزمون انباشتگی کسری، می‌تواند برای سرمایه‌گذارانی که به‌منظور بهره‌جویی از وضعیت ناکارایی بازار، در جست‌وجوی طراحی استراتژی‌های معاملاتی سودمند هستند، مفید واقع شود؛ چراکه این نتایج برای شاخص‌های عمدهٔ بورس اوراق بهادار تهران و شاخص کل فرابورس ایران و برای فراوانی‌های زمانی مختلف به‌دست‌آمده است و فرصت‌های سودآور زمانی برای سرمایه‌گذاری وجود دارد که قیمت‌ها قابل پیش‌بینی باشند. به‌علاوه، یافته‌های حاصل از آزمونی هم‌انباشتگی کسری در بازهٔ شاخص‌های قیمتی می‌تواند بینشی از چگونگی تعدیل عدم

1. He, Wang & Lai
2. He & Wan
3. Cheung, Cheung & Wan
4. Johansen & Nielsen
5. Yaya, Vo, Ogbonna & Adewuyi

تعادل‌ها در این بازار را فراهم کند. این اطلاعات به سرمایه‌گذاران کمک می‌کند تا پیش‌بینی‌های بهتری برای طراحی استراتژی‌های معاملاتی سودمند داشته باشند. از طرف دیگر، آگاهی از حقایق تجربی بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران، به سیاست‌گذاران برای طراحی اثربخش سیاست‌های مالی در جهت توسعه بازارهای سرمایه، کمک می‌کند.

پیشینهٔ پژوهش

منظور از بیشترین قیمت و کمترین قیمت، بالاترین و پایین‌ترین قیمتی است که سهام طی یک دورهٔ زمانی معین، معامله می‌شود (پارکینسون، ۱۹۸۰). به‌بیان دیگر، بیشترین و کمترین قیمت متناظر است با قیمت‌هایی که در آن مازاد تقاضا تغییر جهت می‌دهد. از این رو، بیشترین و کمترین قیمت حاوی اطلاعاتی است که در قیمت‌های پایانی منعکس نمی‌شود؛ به گونه‌ای که هرگونه روندی در قیمت‌های سهام، بر هردوی این قیمت‌ها به‌طور یکسان تأثیرگذار است. از این رو، بازهٔ این قیمت‌ها حاوی اطلاعات مفیدی از نوسان‌پذیری بازده خواهد بود (چیانگ[1]، ۲۰۰۷). چیانگ (۲۰۰۷) نخستین بار مفهوم بیشترین و کمترین قیمت را تعریف کرد. تحت فرض وجود روند مشترک تولید داده[2] در دو وضعیت بیشترین و کمترین قیمت و نیز، این فرض که حتی هنگامی که این دو قیمت مجزا از یکدیگر در حال نمو هستند، اما بازهٔ آن‌ها هم‌گراست.

تاکنون، پژوهش‌های چندانی که از بازهٔ قیمتی در مدل‌سازی نوسان‌پذیری استفاده کرده باشند تا از محتوای اطلاعاتی آن‌ها بهره برده باشند، یافت نشده است (علی‌زاده، براندت و دیبولد[3]، ۲۰۰۲؛ براندت و دیبولد، ۲۰۰۶؛ گالانت، هسیو و تاچن[4]، ۱۹۹۹). چیانگ و همکاران (۲۰۰۹) نشان دادند که پیش‌بینی‌های حاصل از مدل VECM برای بازهٔ روزانه، نسبت به تصریح‌های دیگر دقیق‌تر است. هی و وان (۲۰۰۹) با استفاده از مدل VECM به پیش‌بینی دقیق‌تری برای بیشترین و کمترین مقدار نرخ‌های ارز دست یافتند.

یایا و جیل آلانا[5] (۲۰۲۰) با استفاده از رویکردهای انباشتگی کسری و هم‌انباشتگی کسری و سری قیمت چند کالا با فراوانی روزانه، ساعتی و دقیقه‌ای، نشان دادند که بیشترین و کمترین قیمت همهٔ کالاها هم‌انباشتهٔ کسری هستند. به‌علاوه، سری بازهٔ قیمت‌ها، ماندگاری را نشان می‌دهد؛ به گونه‌ای که بسته به فراوانی‌های زمانی مختلف، مانا و نامانا است.

کاپورین و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از مدل FVECM به مدل‌سازی رابطهٔ هم‌انباشتگی کسری و نیز حافظهٔ بلندمدت، در سری بازهٔ ۳۰ شرکت موجود در شاخص DJIA پرداختند و نشان دادند که بیشترین و کمترین قیمت سهم این شرکت‌ها پیش‌بینی‌پذیر است. به‌علاوه، آن‌ها نشان دادند که در تحلیل‌های تکنیکال، استفاده از سری زمانی

1. Cheung
2. Data Generating Trends
3. Alizadeh, Brandt & Diebold
4. Gallant, Hsu & Tauchen
5. Yaya & Gil-Alana

پیش‌بینی بیشترین و کمترین قیمت سهام به‌جای سیگنال‌های ورود و خروج، عملکرد سرمایه‌گذاری را بهبود می‌بخشد. یایا و همکاران (۲۰۲۰)، نشان دادند که بازهٔ قیمت که سری پسماند حاصل از هم‌انباشتگی بین سری زمانی بیشترین و کمترین قیمت است، می‌تواند مانا و نامانا باشد. از این رو، امکان دستیابی به یک تخمین‌زن نوسان‌پذیری مبتنی بر بازهٔ نامانا را در مقابل تخمین‌زن مبتنی بر لگاریتم بازده، نتیجه گرفتند.

کاپورال، جیل آلانا و پوزا[1] (۲۰۲۰) با استفاده از داده‌های با فراوانی زمانی مختلف برای پنج شاخص بازار سهام اروپا نشان دادند که مرتبهٔ انباشتگی بازده کوچک‌تر از مرتبهٔ انباشتگی سری بیشترین و کمترین قیمت‌هاست. سالیسو و همکاران[2] (۲۰۲۰) با استفاده از رویکرد FCVAR یافتند که همه بازارهای سهام اسلامی رابطهٔ هم‌انباشتهٔ کسری دارند و از ویژگی پوشش ریسک برخوردارند. افضل و سیبرتسن[3] (۲۰۲۱) با استفاده از رویکرد هم‌انباشتگی کسری در چارچوب FVECM، وجود روابط بلندمدت بین بیشترین و کمترین قیمت روزانه سهام را در شش کشور آسیایی نتیجه گرفتند و نشان دادند که نوسان‌پذیری نامانا‌ست.

رویکرد FCVAR علاوه بر بازار سهام، در سایر بازارها نیز کاربرد دارد. دولت‌آبادی، نیلسن و یو[4] (۲۰۱۶) از مدل FCVAR برای پیش‌بینی بازار کالا استفاده کردند. مونگ و جیل آلانا[5] (۲۰۲۱) با استفاده از رویکرد FCVAR و آنالیز موجک، به بررسی پویایی‌های رابطهٔ بین شرکت‌های استخراج لیتیم[6] و قیمت‌های نفت خام WTI پرداختند. الوکو و همکاران[7] (۲۰۲۱) به بررسی هم‌انباشتگی کسری بین قیمت طلا و نرخ تورم پرداختند. یان و همکاران[8] (۲۰۲۲) به بررسی تأثیر اصطکاک در تجارت بر کشف قیمت در بازارهای نقد و سلف جفت ارز USD-CAD پرداختند. جایاواردنا و همکاران[9] (۲۰۲۲) با استفاده از مدل CFVAR، بده بستان بین ریسک ـ بازده را با فراوانی زمانی بالا، برای بورس اوراق بهادار استرالیا ارزیابی کردند.

در ایران، پژوهش‌های انجام‌شده عمدتاً به تخمین پارامتر انباشتگی کسری، در سری زمانی روزانه دارایی‌های مختلف پرداخته‌اند. برزین‌پور، ابراهیمی، هاشمی‌نژاد و نصر اصفهانی (۱۳۹۰) روش ARFIMA و FIGARCH را برای شاخص صنعت سیمان به‌کار گرفتند. سیدحسینی و ابراهیمی (۱۳۹۲) از روش FBEKK، برای مدل‌سازی شاخص روزانه صنعت خودرو و ساخت قطعات، واسطه‌گری‌های مالی و شاخص ماشین‌آلات و تجهیزات استفاده کردند. حسینی، صالحی، موسوی شیری و غلامزاده (۱۳۹۲) نیز از روش‌های ARMA، R/S و MRS، برای سری زمانی روزانهٔ قیمت گروه فلزات اساسی بهره بردند. محمدی و چیت‌سازان (۱۳۹۰) روش‌های GPH و Whittle را برای شاخص کل، شاخص بازده و قیمت، شاخص بازدهٔ نقدی، شاخص صنعت و شاخص مالی استفاده کردند. دموری و میرزاد (۱۳۹۷) الگوی

1. Caporale, Gil-Alana & Poza
2. Salisu, Ndako, Adediran & Swaray
3. Afzal & Sibbertsen
4. Dolatabadi, Nielsen & Xu
5. Monge & Gil-Alana
6. Lithium Mining Companies
7. Oloko, Ogbonna, Adedeji & Lakhani
8. Yan, Chen, Song & Xu
9. Jayawardena, Todorova, Li, Su & Gau

HYGARCH را برای شاخص کل به‌کار بردند و مرادی و اسماعیل‌پور (۱۳۹۷) مدل ARFIMA و Periodogram Analysis را در تحلیل‌های‌شان استفاده کردند.

روش‌شناسی پژوهش

رویکرد FCVAR

پژوهش حاضر با تأکید بر رویکرد هم‌انباشتگی کسری، به‌دنبال ارزیابی امکان وجود هم‌انباشتگی بین سری زمانی بیشترین و کمترین قیمت سهام است. در چارچوب هم‌انباشتگی متعارف، انگل و گرانجر[1] (۱۹۸۷) یک روش دومرحله‌ای را برای بررسی هم‌انباشتگی بین دو سری x_{1t} و x_{2t} $(t = 1, \dots, T)$ پیشنهاد کردند. نخست، رتبه انباشتگی d هر سری با استفاده از آزمون متعارف دیکی ـ فولر تعمیم‌یافته (ADF) آزمون می‌شود. بعد از اینکه ثابت شد این دو سری $I(1)$ هستند، $x_{1t}, x_{2t} \approx I(1)$، فرض صفر عدم وجود ریشهٔ واحد در پسماندهای رگرسیون هم‌انباشتگی مطابق رابطهٔ ۱ آزمون می‌شود.

$$x_{1t} = \alpha + \beta x_{2t} + u_t \qquad \text{رابطهٔ ۱)}$$

عدم رد فرض صفر $I(0)$، دلالت دارد بر اینکه سری‌های x_{1t} و x_{2t} هم‌انباشته‌اند.

در مقابل این فرض محدودکننده که پارامتر انباشتگی/هم‌انباشتگی می‌باید عدد صحیح باشد، می‌توان چارچوب هم‌انباشتگی در رابطهٔ ۱ را به‌گونه‌ای تعمیم داد که مرتبهٔ انباشتگی/هم‌انباشتگی، بتواند هر عدد کسری $d \in \Re$ باشد (جیل آلانا و هوالد[2]، ۲۰۰۹؛ هوالد و رابینسون[3]، ۲۰۰۷). مدل FCVAR تعمیم مدل خودرگرسیون برداری هم‌انباشته (CVAR) است که توسط یوهانسن[4] (۱۹۹۵) پیشنهاد شده است؛ با این تفاوت که در مدل FCVAR فرایندهای کسری از مرتبهٔ d، هم‌انباشته از مرتبهٔ d-b هستند (یوهانسن و نیلسن، ۲۰۱۲، ۲۰۱۶). پس هرگاه پارامتر انباشتگی d عدد یک شود، مدل FCVAR به مدل CVAR تبدیل می‌شود. تخمین مدل FCVAR در دو مرحله انجام می‌شود. نخست، مرتبهٔ انباشتگی هر سری زمانی، $d_{x_{1t}}$ و $d_{x_{2t}}$، با استفاده از تخمین‌زن از نوع لگاریتم دورهٔ نگاشت (GPH)[5] (جوک و پورتر هداک[6]، ۱۹۸۳) و تخمین‌زن وایتل محلی دقیق (ELW)[7] (رابینسون[8]، ۱۹۹۵) به دست می‌آید. یک سری انباشتهٔ کسری x_{1t} به زبان ریاضی به فرم رابطهٔ ۲ بیان و با استفاده از بسط دوجمله‌ای مطابق رابطهٔ ۳ تعمیم داده می‌شود:

$$(1 - L)^d x_{1t} = u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \qquad \text{رابطهٔ ۲)}$$

1. Engle & Granger
2. Gil-Alana & Hualde
3. Hualde & Robinson
4. Johansen
5. Log-Periodogram-type Estimator
6. Geweke & Porter-Hudak
7. Exact Local Whittle
8. Robinson

رابطهٔ ۳)
$$x_{1t} = dx_{1t-1} - \frac{d(d-1)}{2}x_{1t-2} + \frac{d(d-2)(d-3)}{6}x_{1t-3} + \cdots + u_t$$

به‌طوری که L عملگر انتقال پس‌رو[1]، $Lx_{1t} = x_{1t-1}$، و d مرتبهٔ انباشتهٔ کسری است.

دوم، مدل FCVAR بر اساس برآوردهای به‌دست‌آمده از مرحلهٔ اول، تخمین زده می‌شود. با توجه به اینکه ساختار مدل FCVAR از مدل CVAR اقتباس شده است، در این بخش، مباحث با معرفی ساختار مدل CVAR آغاز می‌شود. با فرض اینکه سری x_{1t}، $t = 1, \dots, T$، یک سری I(1) و از بُعد p باشد، تصریح مدل CVAR بر اساس رابطهٔ ۴ بیان می‌شود:

رابطهٔ ۴)
$$\Delta x_{1t} = \alpha\beta' x_{1t-1} + \sum_{t=1}^{k} \Gamma_i \Delta x_{1t-i} + \varepsilon_t$$
$$= \alpha\beta' L x_{1t} + \sum_{i=1}^{k} \Gamma_i \, \Delta L^i x_{1t} + \varepsilon_t$$

سپس مدل FCVAR، از طریق جایگزینی Δ^b و $L_b = 1 - \Delta^b$ به‌ترتیب با عملگر تفاضل Δ و عملگر وقفه L و با جایگزینی برای $x_{1t} = \Delta^{d-b} y_t$ در رابطهٔ ۴ به‌دست می‌آید:

رابطهٔ ۵)
$$\Delta^d y_t = \alpha\beta' L_b \Delta^{d-b} y_t + \sum_{i=1}^{k} \Gamma_i \Delta^d L_b^i y_t + \varepsilon_t$$

به‌طوری که Δ^d عملگر تفاضل کسری و L_b بیانگر عملگر وقفه کسری است؛ پارامترهای d و b به‌ترتیب بیانگر مرتبهٔ انباشتگی کسری و شدت رابطهٔ هم‌انباشتگی کسری هستند و $0 < b \le d$؛ α و β ماتریس پارامترهای بلندمدت از بُعد $p \times r$ هستند؛ به‌گونه‌ای که $0 \le r \le p$ و r، رتبه هم‌انباشتگی است؛ ستون‌های ماتریس β بردارهای هم‌انباشتگی و عناصر $\beta' x_t$ یک ترکیب خطی هم‌انباشته از سری‌های زمانی موجود در سیستم است. α بیانگر سرعت تعدیل به‌سمت تعادل سری‌های زمانی و Γ_i بیانگر پویایی‌های کوتاه‌مدت سری‌های زمانی است؛ ε_t یک بردار p- بُعدی از جملات خطای نوفهٔ سفید است ($\varepsilon_t \sim iid(0, \Omega)$).

در رابطهٔ ۵ مدل FCVAR تحت فرض جملهٔ ثابت مقید (یوهانسن و نیلسن، ۲۰۱۲) قرار دارد. با تعمیم آن به جملهٔ ثابت نامقید (دولت‌آبادی و همکاران، ۲۰۱۶) خواهیم داشت:

رابطهٔ ۶)
$$\Delta^d y_t = \alpha L_b(\beta' y_t + \rho')\Delta^{d-b} y_t + \sum_{i=1}^{k} \Gamma_i \Delta^b L_b^i y_t + \xi + \varepsilon_t$$

به گونه‌ای که ρ جملهٔ ثابت مقید و ξ جملهٔ ثابت نامقید است.

1. Backward Shift Operator

یافته‌های پژوهش

تجزیه و تحلیل داده‌ها

داده‌های استفاده شده در این مقاله عبارت‌اند از: سری‌های زمانی پنج شاخص عمدهٔ بورس اوراق بهادار تهران و شاخص کل فرابورس ایران که برای دورهٔ زمانی سال‌های ۱۳۸۶ تا ۱۴۰۱، از نرم‌افزار ره‌آورد نوین ۳ استخراج شده‌اند. داده‌های مربوطه با فراوانی زمانی مختلف جمع‌آوری شده‌اند: روزانه (D)، هفتگی (W) و ماهانه (M)[1]. شاخص کل بورس، شاخص بازار اول، شاخص بازار دوم، شاخص صنعت، شاخص مالی و شاخص کل فرابورس شاخص‌های مدنظر هستند[2]. بدین منظور، از نرم‌افزارهای اکسل ۲۰۱۶، ایویوز ۱۲ و R نسخهٔ ۴.۲.۱ استفاده شده است. در جدول ۱، توصیف کلی داده‌ها، تاریخ‌های شروع و پایان و اندازهٔ نمونه گزارش شده است.

جدول ۱. توصیف کلی داده‌ها و نمونه

نام کالا	فراوانی زمانی	بازهٔ زمانی نمونه		اندازهٔ نمونه T
		تاریخ شروع	تاریخ پایان	
شاخص کل بورس	D	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۳۶۲۱
	W	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۷۸۱
	M	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۱۸۱
شاخص بازار اول	D	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۳۶۲۱
	W	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۷۸۱
	M	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۱۸۱
شاخص بازار دوم	D	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۳۶۲۱
	W	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۷۸۱
	M	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۱۸۱
شاخص صنعت	D	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۳۶۲۰
	W	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۷۸۱
	M	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۱۸۱
شاخص کل فرابورس	D	۱۳۸۸/۷/۶	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۳۰۷۱
	W	۱۳۸۸/۷/۶	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۶۷۰
	M	۱۳۸۸/۷/۶	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۱۵۵
شاخص مالی	D	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۳۶۲۰
	W	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۷۸۱
	M	۱۳۸۶/۵/۲۳	۱۴۰۱/۰۵/۲۴	۱۸۱

۱. فراوانی‌های زمانی در نظر گرفته شده شامل فراوانی میان‌روز ساعتی نیز بوده است؛ اما به‌دلیل اینکه سری زمانی به‌دست‌آمده از نرم‌افزار ره‌آورد نوین بسیار کوتاه است و نمی‌توان به تخمین‌های مورد نیاز دست یافت، فراوانی ساعتی حذف شد.

۲. مجموعه شاخص‌های در نظر گرفته شده، شاخص بازدهٔ نقدی و قیمت را نیز شامل شده است؛ اما به‌دلیل هم‌بستگی زیاد بین سری بیشترین قیمت با کمترین قیمت این شاخص، امکان دستیابی به تخمین‌های مدنظر وجود نداشت.

نخست، از آنجایی که انتظار می‌رود شاخص‌های قیمتی نامانا باشند، آزمون ریشهٔ واحد ADF انجام می‌شود؛ اما برای بررسی قوت نتایج، این آزمون با سه تصریح مختلف از مدل رگرسیون، انجام می‌شود: بدون عرض از مبدأ، با عرض از مبدأ (C) و با عرض از مبدأ و روند (C&T). نتایج نشان می‌دهد که سری‌های زمانی بیشترین قیمت و کمترین قیمت همهٔ شاخص‌ها با فراوانی‌های زمانی مختلف، در سطح معناداری ۵درصد نامانا هستند؛ اما تفاضل مرتبهٔ اول همهٔ شاخص‌ها، فرضیهٔ صفر ریشهٔ واحد را در سری بیشترین و نیز سری کمترین قیمت، در سطح معناداری ۵درصد رد می‌کند که نشان می‌دهد شاخص‌های فوق I(d=1) هستند و از این رو وجود رابطهٔ هم‌انباشتگی بین سری بیشترین قیمت و سری کمترین قیمت شاخص‌ها انتظار می‌رود. با محاسبهٔ بازهٔ سری‌های بیشترین و کمترین قیمت و انجام آزمون ریشهٔ واحد، فرضیهٔ صفر ریشهٔ واحد به‌جز برای شاخص کل بورس، شاخص بازار اول و شاخص مالی با فراوانی روزانه، شاخص کل فرابورس با فراوانی هفتگی، برای بقیهٔ شاخص‌ها تحت فراوانی‌های زمانی مختلف در سطح ۵درصد رد می‌شود؛ پس نتیجه می‌شود که سری بازه نیز می‌تواند نامانا باشد[۱].

آزمون ریشهٔ واحد ADF، فرض صفر I(d=1) را در مقابل فرض جانشین I(d=0) در نظر می‌گیرد که بسیار محدودکننده است؛ اما این ممکن است موجب شود که پارامتر تفاضل d در رگرسیون ریشهٔ واحد ADF، موجب بیش تفاضل‌گیری یا کم تفاضل‌گیری از سری زمانی شود که ضعف آزمون ADF را در کشف صحیح ریشهٔ واحد می‌رساند (دیبولد و رادبوش[۲]، ۱۹۹۱). از این رو، در این پژوهش برای تخمین پارامتر انباشتگی کسری d در سری‌های زمانی، دو رویکرد نیمه پارامتریک ELW و GPH تحت دو پهنای باند با عرض‌های دوره نگاشت[۳] $m = T^{0/5}$ و $m = T^{0/6}$ T) اندازه نمونه)، استفاده می‌شود. نتایج مربوطه در جدول‌های ۲ و ۳ گزارش شده است. شایان ذکر است که استفاده از دو عرض دوره نگاشت $T^{0/5}$ و $T^{0/6}$ برای مقایسه تخمین‌های به‌دست‌آمده از دو رویکرد GPH و ELW است (یایا و همکاران، ۲۰۲۰).

در جدول ۲، نتایج حاصل از تخمین پارامتر انباشتگی کسری d براساس رویکرد ELW برای سری بیشترین قیمت، d_H، سری کمترین قیمت، d_L، و سری بازه، d_R، و نیز خطای معیار d_R، s.e. (d_R)، گزارش شده است. از جدول ۲ ملاحظه می‌شود که تحت عرض‌های دوره نگاشت مفروض، تخمین‌های d_H و d_L، برای همهٔ شاخص‌ها بزرگ‌تر یا نزدیک عدد یک هستند که بر وجود فرایند حافظهٔ بلندمدت نامانا دلالت دارد. به‌علاوه، ملاحظه می‌شود که برای همهٔ شاخص‌ها و برای همهٔ فراوانی‌های زمانی، همهٔ تخمین‌های به‌دست‌آمده برای d_R با خطاهای معیارِ بسیار کوچک، در سطح ۵درصد معنادار هستند. مقدار این تخمین‌ها، به‌جز برای بازهٔ شاخص مالی با فراوانی هفتگی و ماهانه که در محدوده مانایی قرار گرفته است، برای سایر شاخص‌ها در محدوده نامانایی به‌دست آمده‌اند.

ازآنجایی‌که به‌جز برای شاخص کل بورس و شاخص بازار اول با فراوانی هفتگی و شاخص صنعت با فراوانی روزانه، تخمین‌های d_R کوچک‌تر از d_H و d_L است، می‌توان نتیجه گرفت که هم‌انباشتگی بین بیشترین و کمترین قیمت سایر

---

۱. با توجه به شیوه‌نامه نگارش مجله مبنی بر محدودیت تعداد صفحات، جدول آزمون ریشه واحد ارائه نشده است.

2. Diebold & Rudebusch

3. Bandwidths of two Periodogram Ordinates

شاخص‌ها و برای فراوانی‌های زمانی مختلف وجود دارد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود ماندگاری در سری‌های زمانی شش شاخص فوق با فراوانی زمانی مختلف، یعنی از فراوانی زیاد تا فراوانی کم، الگوی منظمی را نشان نمی‌دهد.

جدول ۲. تخمین پارامتر انباشتگی کسری d برای بیشترین قیمت (d_H)، کمترین قیمت (d_L) و بازهٔ (d_R)، بر مبنای تخمین‌زن ELW تحت دو پهنای باند با عرض‌های دوره نگاشت $m = T^{0/5}$ و $m = T^{0/6}$

کالا	فراوانی زمانی	Bandwidths			$GPH_{m=T^{0/5}}$				$GPH_{m=T^{0/6}}$			
		T	$T^{0/5}$	$T^{0/6}$	d_H	d_L	d_R	s. e. (d_R)	d_H	d_L	d_R	s. e. (d_R)
شاخص کل بورس	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۱/۲۲۲۰	۱/۲۲۳۹	۰/۹۶۲۱*	۰/۰۱۵۹	۱/۲۳۰۳	۱/۲۲۵۰	۰/۷۰۹۲*	۰/۰۱۱۸
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۹۶۰۳	۰/۹۶۴۹	۱/۰۱۱۱	۰/۰۳۶۲	۱/۱۷۴۲	۱/۱۴۰۴	۱/۲۰۳۲*	۰/۰۴۳۱
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۹۵۲۵	۱/۰۳۰۵	۰/۵۹۰۴*	۰/۰۴۳۹	۰/۹۸۱۵	۱/۰۰۵۱	۰/۷۰۸۷*	۰/۰۵۲۷
شاخص بازار اول	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۱/۲۱۳۳	۱/۲۱۳۴	۰/۹۱۶۷*	۰/۰۱۵۲	۱/۲۰۶۰	۱/۱۹۶۶	۰/۶۹۶۳*	۰/۰۱۱۶
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۹۳۸۸	۰/۹۳۸۶	۱/۱۰۰۵	۰/۰۳۹۴	۱/۱۷۰۹	۱/۱۱۱۵	۱/۱۴۳۹	۰/۰۴۰۹
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۹۵۲۹	۱/۰۲۹۹	۰/۶۲۵۶*	۰/۰۴۶۵	۰/۹۷۰۳	۰/۹۸۸۹	۰/۷۱۶۱*	۰/۰۵۳۲
شاخص بازار دوم	D	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۹۹۳۴	۱/۰۰۵۸	۰/۸۶۰۷*	۰/۰۳۰۸	۱/۱۵۲۴	۱/۱۷۴۷	۰/۹۳۱۳*	۰/۰۳۳۳
	W	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۱/۱۹۳۶	۱/۲۰۰۵	۰/۹۱۲۴*	۰/۰۱۵۲	۱/۲۱۷۳	۱/۲۱۸۰	۰/۷۳۳۴*	۰/۰۱۲۲
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۹۵۴۲	۱/۰۳۱۲	۰/۵۵۳۹*	۰/۰۴۱۲	۰/۹۹۸۶	۱/۰۲۷۲	۰/۶۹۴۳*	۰/۰۵۱۶
شاخص صنعت	D	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۹۴۸۲	۰/۹۵۴۹	۰/۹۶۸۸	۰/۰۳۴۷	۱/۱۵۲۱	۱/۱۲۸۷	۱/۱۸۸۰	۰/۰۴۲۵
	W	۳۶۲۰	۶۰	۱۳۶	۱/۱۹۶۹	۱/۱۹۹۲	۰/۹۳۳۴*	۰/۰۱۵۵	۱/۲۲۹۵	۱/۲۲۱۶	۰/۶۸۶۹*	۰/۰۱۱۴
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۹۵۲۳	۱/۰۲۸۴	۰/۶۰۷۵*	۰/۰۴۵۲	۰/۹۷۶۴	۱/۰۰۳۵	۰/۷۲۲۵*	۰/۰۵۳۷
شاخص کل فرابورس	D	۳۰۷۱	۵۵	۱۲۳	۱/۱۹۳۸	۱/۱۹۳۵	۰/۸۳۶۳*	۰/۰۱۵۱	۱/۲۴۲۶	۱/۲۴۱۶	۰/۷۸۳۵*	۰/۰۱۴۱
	W	۶۷۰	۲۵	۴۹	۱/۰۳۹۱	۱/۰۶۲۴	۰/۷۳۴۶*	۰/۰۲۸۴	۱/۱۹۳۸	۱/۲۱۹۸	۰/۸۱۳۰*	۰/۰۳۱۴
	M	۱۵۵	۱۲	۲۰	۱/۰۹۸۹	۱/۱۷۱۴	۰/۶۶۸۰*	۰/۰۵۳۷	۰/۹۹۷۶	۱/۰۳۹۵	۰/۵۹۶۹*	۰/۰۴۷۹
شاخص مالی	D	۳۶۲۰	۶۰	۱۳۶	۱/۳۵۰۸	۱/۳۴۸۶	۰/۹۸۳۷*	۰/۰۱۶۴	۱/۲۲۵۲	۱/۲۲۷۲	۰/۷۴۰۱*	۰/۰۱۲۳
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۱/۰۶۶۹	۰/۹۹۰۳	۰/۴۹۱۳*	۰/۰۱۷۶	۱/۳۰۳۲	۱/۰۹۱۷	۰/۳۷۸۸*	۰/۰۱۳۶
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۹۸۱۰	۱/۰۴۱۰	۰/۴۹۷۸*	۰/۰۳۷۰	۱/۰۳۰۵	۰/۹۴۴۹	۰/۵۲۷۸*	۰/۰۳۹۲

توجه: * بیانگر معناداری وابستگی بلندمدت است با این شرط که $0 < d_R < 1$ و $d_R < min\,(d_H, d_L)$.

نتایج حاصل از آزمون ریشهٔ واحد کسری به روش GPH که در جدول ۳ گزارش شده است، مشابه نتایج ارائه شده در جدول ۲ است. در جدول ۳، تخمین‌های پارامترهای انباشتگی کسری، به‌جز برای شاخص صنعت با فراوانی هفتگی، برای بقیهٔ شاخص‌ها بزرگ‌تر یا نزدیک عدد یک هستند. به‌علاوه، تخمین d_R به‌جز برای سری‌های بازهٔ شاخص مالی با فراوانی هفتگی و شاخص صنعت با فراوانی روزانه که در محدوده مانایی قرار گرفته است، برای در سایر شاخص‌ها و با فراوانی‌های زمانی مختلف، نامانا هستند. به‌علاوه، در همهٔ موارد این تخمین‌ها در سطح ۵درصد معنادار هستند و در

مواردی که مقدار d_R کوچک‌تر از d_H و d_L است، هم‌انباشتگی بین بیشترین و کمترین قیمت شاخص‌های سهام وجود دارد. استثنا در این مورد به شاخص مالی با فراوانی روزانه، شاخص کل بورس، شاخص بازار اول، شاخص بازار دوم و شاخص صنعت با فراوانی هفتگی، مربوط می‌شود. در هر دو جدول ۲ و ۳، وابستگی بلندمدت معنادار در سطح ۵درصد وجود دارد؛ زیرا $0 < d_R < 1$ و $d_R < min\,(d_H, d_L)$.

جدول ۳. تخمین پارامتر انباشتگی کسری d برای بیشترین قیمت (d_H)، کمترین قیمت (d_L) و بازهٔ (d_R)، برمبنای تخمین‌زن GPH تحت دو پهنای باند با عرض‌های دوره نگاشت $m = T^{0/5}$ و $m = T^{0/6}$

کالا	فراوانی زمانی	Bandwidths			$GPH_{m=T^{0/5}}$				$GPH_{m=T^{0/6}}$			
		T	$T^{0/5}$	$T^{0/6}$	d_H	d_L	d_R	s. e. (d_R)	d_H	d_L	d_R	s. e. (d_R)
شاخص کل بورس	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۱/۰۵۸۹	۱/۰۵۴۹	۱/۰۲۰۱*	۰/۰۰۱۲۴	۱/۰۳۹۹	۱/۰۳۹۰	۰/۸۲۷۳*	۰/۰۰۰۹
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۹۳۲۹	۰/۹۳۵۹	۱/۱۴۱۷	۰/۰۰۶۹	۱/۰۶۷۱	۱/۰۶۲۸	۱/۱۸۳۹	۰/۰۰۳۹
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۱/۲۵۰۶	۱/۱۴۹۷	۰/۶۳۸۶*	۰/۰۰۵۶	۰/۹۸۹۷	۰/۹۸۶۹	۰/۸۰۰۲*	۰/۰۰۵۳
شاخص بازار اول	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۱/۰۵۶۱	۱/۰۵۱۹	۰/۹۹۰۴*	۰/۰۰۰۹	۱/۰۴۰۰	۱/۰۳۹۳	۰/۸۱۷۶*	۰/۰۰۰۸
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۹۳۷۱	۰/۹۳۶۹	۰/۱۴۳۹*	۰/۰۰۴۸	۱/۰۹۰۰	۱/۰۸۷۵۷	۱/۱۶۹۴	۰/۰۰۳۱
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۱/۳۰۰۰	۱/۱۲۳۹	۰/۶۸۱۶*	۰/۰۰۶۱	۱/۰۰۲۷	۰/۹۸۰۹	۰/۸۲۶۶*	۰/۰۰۵۶
شاخص بازار دوم	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۱/۰۶۵۰	۱/۰۶۱۱	۰/۹۰۷۹*	۰/۰۰۱۰	۱/۰۴۱۱	۱/۰۳۹۶	۰/۸۲۰۲*	۰/۰۰۰۹
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۹۲۵۶	۰/۹۳۰۹	۰/۹۵۶۱	۰/۰۰۴۱	۱/۰۴۳۸	۱/۰۴۴۶	۰/۹۳۹۸*	۰/۰۰۲۱
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۱/۲۲۸۹	۱/۱۷۰۰	۰/۵۹۷۲*	۰/۰۰۵۰	۰/۹۷۱۴	۰/۹۹۳۹	۰/۷۸۵۵*	۰/۰۰۵۸
شاخص صنعت	D	۳۶۲۰	۶۰	۱۳۶	۱/۰۵۱۱	۱/۰۴۸۸	۰/۰۹۷۹*	۰/۰۰۱۱	۱/۰۳۸۳	۱/۰۳۷۶	۰/۸۲۴۹*	۰/۰۰۰۹
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۹۲۱۱	۰/۹۲۲۹	۱/۰۹۲۵	۰/۰۰۵۱	۰/۰۶۶۹	۱/۰۶۳۹	۱/۱۷۱۶	۰/۰۰۳۱
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۱/۲۵۸۸	۱/۱۳۱۷	۰/۶۶۴۵*	۰/۰۰۵۹	۰/۹۸۶۵	۰/۹۷۰۲	۰/۸۲۴۷*	۰/۰۰۵۷
شاخص کل فرابورس	D	۳۰۷۱	۵۵	۱۲۳	۱/۱۱۰۷	۱/۱۱۱۰	۰/۸۸۹۶*	۰/۰۰۰۹	۱/۰۶۳۱	۱/۰۶۳۲	۱/۰۱۰۶*	۰/۰۰۱۱
	W	۶۷۰	۲۵	۴۹	۱/۰۴۳۸	۱/۰۳۷۷	۰/۸۰۶۹*	۰/۰۰۲۲	۱/۰۷۴	۱/۱۱۲۱	۰/۹۷۳۸*	۰/۰۰۳۹
	M	۱۵۵	۱۲	۲۰	۱/۲۶۰۲	۱/۲۰۲۶	۰/۷۴۳۳*	۰/۰۰۹۲	۰/۹۶۱۱	۰/۹۷۲۵	۰/۷۵۹۷*	۰/۰۱۰۰
شاخص مالی	D	۳۶۲۰	۶۰	۱۳۶	۱/۱۳۷۶	۱/۱۳۴۰	۱/۱۴۲۴	۰/۰۰۱۴	۱/۰۹۱۹	۱/۰۹۰۲	۰/۷۸۵۱*	۰/۰۰۱۰
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۱/۰۹۹	۱/۰۲۲۰	۰/۵۲۱۷*	۰/۰۰۱۲	۱/۱۴۱۴	۱/۰۴۵۸	۰/۳۸۷۳*	۰/۰۰۰۹
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۱/۲۳۱۱	۱/۱۴۳۸	۰/۵۰۹۰*	۰/۰۰۳۵	۱/۱۱۶۳	۱/۰۷۴۸	۰/۵۶۹۰*	۰/۰۰۳۵

توجه: * بیانگر معناداری وابستگی بلندمدت است با این شرط که $0 < d_R < 1$ و $d_R < min\,(d_H, d_L)$.

از آنجایی که طی دورهٔ زمانی در نظر گرفته شده در این پژوهش، شکست و تغییرات ساختاری متعددی به وقوع پیوسته است، انتظار وجود فرایند بلندمدت کاذب در سری بازه نیز می‌رود؛ از این رو آزمون کیو[1] (۲۰۱۱) برای بررسی

1. Qu

وجود حافظهٔ بلندمدت واقعی یا جعلی[1] در سری بازه انجام می‌شود. این آزمون برمبنای تخمین‌زن ELW قرار دارد (رابینسون، ۱۹۹۵). آمارهٔ این آزمون، فرض صفر حافظهٔ بلندمدت مانا را در مقابل فرض جانشین وجود تغییرات رژیم یا وجود روندهای به‌طور هموار متغیر طی زمان[2]، آزمون می‌کند. برطبق نتایج این آزمون، تحت نقاط دوره نگاشت $T^{0/5}$ و $T^{0/6}$، فرض صفر حافظهٔ بلندمدت در همه شاخص‌ها در سطح ۵درصد رد می‌شود، یعنی شواهد بر تغییرات رژیم یا روندهای به‌طور هموار متغیر طی زمان، در تخمین‌های حافظهٔ بلندمدت برای بازهٔ شش شاخص فوق دلالت دارد؛ اما مقدار تخمین‌ها به‌طور کلی بزرگ‌تر از عدد ۰/۵ به‌دست آمده است؛ از این رو نامانا هستند[3].

تا اینجا نتیجه گرفته شد که سری‌های قیمتی شاخص‌ها انباشته کسری هستند و ویژگی حافظه بلندمدت دارند؛ از این رو، مدل FCVAR برای بررسی رابطه هم‌انباشتگی استفاده می‌شود. بر این اساس، آزمون همسانی رتبه‌های انباشتگی کسری[4] (رابینسون و یاجیما[5]، ۲۰۰۲)، برای بردار سری‌های بیشترین قیمت و کمترین قیمت انجام می‌شود؛ فرض صفر آزمونِ نیمه پارامتریک فوق، $H_0: d_H = d_L$ است. نتایج این آزمون، تحت دو نقطه دوره نگاشت $T^{0/5}$ و $T^{0/6}$، بر معناداری در سطح آماری ۵درصد تساوی رتبه‌های انباشتگی کسری در جفت سری بیشترین قیمت و کمترین قیمت همه شاخص‌ها به‌جز شاخص مالی با فراوانی ماهانه دلالت دارد[6].

در ادامه، نتایج آزمون هم‌انباشتگی کسری یوهانسن و نیلسن (۲۰۱۲) در جدول ۴، ارائه شده است. این آزمون بر مبنای آزمون رتبهٔ هم‌انباشتگی برای مدل با جملهٔ ثابت نامقید[7]، انجام می‌شود. قبل از انجام آزمونِ رتبهٔ هم‌انباشتگی، ابتدا با استفاده از روش جست‌وجوی گرید[8]، مقدار بهینهٔ وقفهٔ k براساس آزمون نسبت راستنمایی LR و با استفاده از حداقل مقدار آمارهٔ اطلاعات AIC، تعیین می‌شود. بدین منظور، حداکثر تعداد وقفه در مدل، $kmax = 4$ قرار داده می‌شود[9] (یایا و همکاران، ۲۰۲۰)؛ سپس، براساس مقدار وقفهٔ بهینهٔ k به‌دست آمده، رتبهٔ مناسب هم‌انباشتگی r، به دست می‌آید.

برطبق جدول ۴، ملاحظه می‌شود که برای همهٔ شاخص‌ها و فراوانی‌های زمانی در نظر گرفته شده، بر طبق آمارهٔ آزمون LR، فرض صفر رتبهٔ هم‌انباشتگی صفر، $r = 0$، در سطح ۵ درصد رد می‌شود؛ درحالی‌که فرض صفر رتبهٔ هم‌انباشتگی یک، $r = 1$، در مقابل فرض جانشین $r = 2$، در سطح ۵ درصد رد نمی‌شود. از این رو، یک بردار هم‌انباشتگی در مدل FCVAR، وارد می‌شود.

1. True and False
2. Smoothly Varying Trends
۳. با توجه به شیوه‌نامه نگارش مجله مبنی بر محدودیت صفحات، جدول آزمون کیو (۲۰۱۱) ارائه نشده است.
4. Testing the Homogeneity of Fractional Orders of Integration
5. Robinson & Yajima
۶. با توجه به شیوه‌نامه نگارش مجله مبنی بر محدودیت تعداد صفحات، جدول این آزمون ارائه نشده است.
7. Unrestricted Constant Model
8. Grid-Search
۹. برای جلوگیری از زیاد شدن تعداد صفحات، جدول نتایج آزمون تعیین وقفه بهینه برای مدل FCVAR ارائه نشده است.

جدول ٤. آزمون رتبهٔ هم‌انباشتگی کسری یوهانسن و نیلسن (۲۰۱۲) مبتنی بر مدل FCVAR

کالا	فراوانی زمانی	r = 0			r = 1			r = 2
		d	LR	P-value	d	LR	P-value	d
شاخص کل بورس	D	۰/۷۱۲	۳۳/۴۶۷	۰/۰۰۰	۰/۷۳۵	۱/۳۴۵	۰/۶۹۰	۰/۷۳۳
	W	۰/۷۱۸	۴۱/۳۱۷	۰/۰۰۰	۰/۷۶۶	۱/۴۰۷	۰/۷۰۷	۰/۷۶۶
	M	۱/۰۴۰	۹۷/۶۱۹	۰/۰۰۰	۰/۱۷۴	۱/۹۳۷	۰/۱۶۴	۰/۲۰۴
شاخص بازار اول	D	۰/۷۱۱	۳۰/۹۵۶	۰/۰۰۰	۰/۷۵۱	۱/۹۱۵	۰/۵۸۵	۰/۷۵۵
	W	۰/۷۲۲	۱۲۸/۸۸۹	۰/۰۰۰	۰/۳۵۴	۲/۲۰۶	۰/۱۳۷	۰/۳۵۵
	M	۱/۱۰۵	۷۴/۱۵۴	۰/۰۰۰	۰/۲۵۰	۰/۵۱۳	۰/۴۷۴	۰/۲۷۱
شاخص بازار دوم	D	۰/۷۱۷	۶۶/۰۷۵	۰/۰۰۰	۰/۷۱۸	۱/۸۵۱	۰/۵۶۳	۰/۷۱۷
	W	۰/۷۵۵	۵۳/۳۹۹	۰/۰۰۰	۰/۷۴۶	۳/۱۸۷	۰/۳۶۴	۰/۷۴۴
	M	۰/۸۶۸	۲۰/۴۴۴	۰/۰۰۰	۰/۹۲۲	۱/۵۲۷	۰/۸۲۰	۰/۹۱۰
شاخص صنعت	D	۰/۷۰۳	۴۳/۱۹۴	۰/۰۰۰	۰/۷۳۸	۱/۲۴۱	۰/۷۱۶	۰/۷۳۹
	W	۰/۷۰۵	۳۸/۲۹۲	۰/۰۰۰	۰/۷۴۶	۱/۴۲۹	۰/۶۸۲	۰/۷۴۷
	M	۱/۰۴۳	۹۸/۰۹۸	۰/۰۰۰	۰/۰۳۰	۰/۴۵۷	۰/۴۹۹	۰/۰۱۰
شاخص کل فرابورس	D	۰/۷۴۴	۳۹/۹۶۰	۰/۰۰۰	۰/۷۶۶	۱/۸۰۵	۰/۶۲۲	۰/۷۶۹
	W	۰/۳۵۲	۴۶/۸۳۲	۰/۰۰۰	۰/۴۸۴	۱/۵۱۸	۰/۲۱۸	۰/۴۷۹
	M	۱/۱۱۲	۱۴۶/۳۲۳	۰/۰۰۰	۰/۶۸۸	۱/۳۱۶	۰/۶۴۹	۰/۶۸۵
شاخص مالی	D	۱/۰۴۷	۳۸۱/۵۸۳	۰/۰۰۰	۱/۰۶۸	۱/۷۱۹	۰/۸۶۳	۱/۰۶۸
	W	۰/۳۳۹	۱۴۵/۱۴۵	۰/۰۰۰	۰/۸۰۵	۲/۳۸۷	۰/۵۴۷	۰/۸۰۶
	M	۰/۹۱۹	۵۷/۰۴۳	۰/۰۰۰	۰/۸۲۶	۶/۱۳۰	۰/۱۳۵	۰/۷۴۲

مقادیر d به‌دست‌آمده از آزمون رتبهٔ هم‌انباشتگی، برای تخمین مدل FCVAR استفاده می‌شود. در این پژوهش به‌منظور تخمین بردار هم‌انباشتگی، مدل‌سازی FCVAR با تصریح جملهٔ ثابت مقید[1] انجام می‌شود. در جدول ۵، تخمین‌های مرتبهٔ انباشتگی کسری مشترک d مربوط به ترکیب خطی سری‌های بیشترین قیمت و کمترین قیمت، در ستون سوم قرار داده شده است و ستون چهارم تخمین ضرایب تعادل بلندمدت در بردارهای هم‌انباشتگی β را گزارش می‌دهد که بر وجود هم‌انباشتگی بین سری بیشترین و کمترین قیمت همهٔ شاخص‌ها دلالت دارد.

توجه شود که مدل FCVAR برای حالت $d \neq b$ تخمین زده می‌شود، برای حالت $d = b$، مدل FCVAR به مدل CVAR (یوهانسن، ۱۹۹۵)، با مرتبهٔ انباشتگی صفر $(I(d - b) = 0)$ تبدیل می‌شود.

1. Restricted Constant Model

جدول ۵. نتایج تخمین مدل FCVAR با جملهٔ ثابت مقید

کالا	فراوانی زمانی	$\hat{d}$	$\hat{\beta}$
شاخص کل بورس	D	۰/۷۳۵* (۰/۰۱۳)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۰۹, ۴۱۷/۸۷۶]
	W	۰/۷۶۶* (۰/۰۲۵)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۳۷, ۱۳۶۱/۹۲۴]
	M	۰/۱۷۴* (۰/۰۲۷)	[۱/۰۰۰, −۰/۵۵۲, ۲۵۵/۲۲۳]
شاخص بازار اول	D	۰/۷۵۱* (۰/۰۱۵)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۱۲, ۳۷۰/۰۳۶]
	W	۰/۳۵۴* (۰/۰۲۵)	[۱/۰۰۰, −۰/۸۴۹, −۱۹۷/۴۵۷]
	M	۱/۱۶۰* (۰/۰۵۴)	[۱/۰۰۰, −۱/۱۱۴, ۸۵۴/۱۲۰]
شاخص بازار دوم	D	۰/۷۱۸* (۰/۰۱۲)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۰۶, ۳۲۸/۰۰۲]
	W	۰/۷۴۶* (۰/۰۲۴)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۲۵, ۵۷۶/۵۵۷]
	M	۰/۹۲۲* (۰/۰۵۴)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۶۳, ۷۳۵۱/۷۵۲]
شاخص صنعت	D	۰/۷۳۸* (۰/۰۱۴)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۰۸, ۲۷۷/۳۵۵]
	W	۰/۷۴۶* (۰/۰۲۵)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۳۵, ۸۹۱/۷۶۹]
	M	۰/۰۳۰* (۰/۰۰۱)	[۱/۰۰۰, −۰/۴۸۹, ۲/۳۴۳]
شاخص کل فرابورس	D	۰/۷۶۶* (۰/۰۱۳)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۰۶, ۱/۰۵۸]
	W	۰/۴۸۴* (۰/۰۳۴)	[۱/۰۰۰, −۰/۹۹۱, −۳/۹۴۱]
	M	۰/۳۸۸* (۰/۰۲۷)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۴۲, ۱۹/۵۱۰]
شاخص مالی	D	۱/۰۶۸* (۰/۰۰۸)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۰۹, ۲۶۳/۱۸۹]
	W	۰/۲۸۲* (۰/۰۱۱)	[۱/۰۰۰, −۰/۹۷۰, ۷۲۳/۷۸۳]
	M	۰/۸۲۶* (۰/۰۳۵)	[۱/۰۰۰, −۱/۰۶۶, ۵۹۸۰/۹۴۴]

توضیح: * بر معناداری در سطح آماری ۵درصد دلالت دارد. مقادیر انحراف معیار تخمین‌ها در پرانتز قرار داده‌شده است.

اما در این پژوهش، حالت $d = b$ پذیرفتنی نیست؛ برطبق نتایج حاصل از تخمین‌زن‌های ELW و GPH در جداول ۲ و ۳، تصریح CVAR رد می‌شود؛ چرا که مرتبهٔ انباشتگی سری بازهٔ قیمت‌ها، I(0) نیست. در جدول ۶ نتایج آزمون فرض صفر مدل CVAR در مقابل فرض جانشین مدل FCVAR گزارش شده است. با توجه به اینکه مقادیر به‌دست آمده برای آمارهٔ LR در سطح ۵درصد معنادار از نظر آماری است؛ البته به‌جز برای شاخص بازار اول و شاخص بازار دوم با فراوانی ماهانه، می‌توان نتیجه گرفت که حالت $d = b$ برای هیچ‌یک از شاخص‌های دیگر پذیرفتنی نیست؛ زیرا تصریح CVAR در سطح ۵درصد از نظر آماری رد می‌شود. مرتبهٔ انباشتگی سری بازهٔ شاخص‌های فوق نیز I(0) به‌دست نیامده بود. به بیان دیگر، چارچوب انباشتگی کسری برازش بهتری برای رابطه هم‌انباشتگی بین سری بیشترین و کمترین قیمت این شاخص‌ها است؛ در حالی‌که مدل CVAR برازش بهتری برای شاخص بازار اول و شاخص بازار دوم با فراوانی ماهانه است.

جدول ٦. مقایسه مدل FCVAR با مدل CVAR

کالا	فراوانی زمانی	LR	P-value
شاخص کل بورس	D	۲۲۰/۴۹۰	۰/۰۰۰
	W	۴۰/۲۹۵	۰/۰۰۰
	M	۶۶/۸۹۰	۰/۰۰۰
شاخص بازار اول	D	۱۷۴/۵۵۸	۰/۰۰۰
	W	۱۳۳/۷۸۴	۰/۰۰۰
	M	۲/۲۶۲	۰/۱۳۳
شاخص بازار دوم	D	۲۶۱/۱۴۴	۰/۰۰۰
	W	۴۸/۹۱۱	۰/۰۰۰
	M	۰/۹۰۶	۰/۳۴۱
شاخص صنعت	D	۱۶۳/۴۵۹	۰/۰۰۰
	W	۴۵/۹۸۴	۰/۰۰۰
	M	۶۹/۶۴۵	۰/۰۰۰
شاخص کل فرابورس	D	۱۶۸/۳۶۵	۰/۰۰۰
	W	۵۶/۸۱۸	۰/۰۰۰
	M	۱۴/۹۰۸	۰/۰۰۰
شاخص مالی	D	۷۰/۸۰۸	۰/۰۰۰
	W	۱۶/۶۴۳	۰/۰۰۰
	M	۸/۰۶۴	۰/۰۰۵

تا اینجا وجود هم‌انباشتگی برمبنای نتایج حاصل از تکنیک‌های انباشتگی کسری ELW و GPH در جداول ۲ و ۳ اثبات شد. ملاحظه شد که تخمین‌های ماندگاری کسری[1] برای بازهٔ قیمت‌ها در اکثر موارد، کاملاً در محدودهٔ حافظهٔ بلندمدت، یعنی بالای عدد ۰/۵ قرار گرفته‌اند. همچنین نتایج حاصل از تخمین مدل FCVAR با جملهٔ ثابت مقید نیز نشان داد که برای اکثر شاخص‌ها تخمین‌های پارامتر انباشتگی کسری $\hat{d} < 0.5$، هستند. به‌علاوه، این تخمین‌ها کوچک‌تر از تخمین‌های حاصل از ELW و GPH، نیز هستند، به استثنای شاخص بازار دوم و شاخص مالی با فراوانی روزانه و شاخص مالی با فراوانی هفتگی.

به دلیل اینکه در پژوهش حاضر از مجموعه داده‌های با فراوانی بالا استفاده شده است، ثبات رابطهٔ هم‌انباشتگی بین بیشترین و کمترین قیمت شاخص‌ها طی زمان نیز بررسی می‌شود؛ بدین منظور از آزمون هم‌انباشتگی آستانه‌ای[2] برای سری بازهٔ شاخص‌ها بر اساس رویکرد دو رژیمی خود رگرسیون آستانه‌ای خود موجود (SETAR)[3] استفاده می‌شود (تونگ[4]، ۲۰۱۱).

1. Fractional Persistence Estimates
2. Threshold Cointegration
3. Three Regimes Stationary Three Regime Self-Exciting Threshold Auto-Regression
4. Tong

جدول ۷. تخمین مدل دو رژیمی SETAR(2)

ضریب	فراوانی	بازهٔ شاخص کل بورس	بازهٔ شاخص بازار اول	بازهٔ شاخص بازار دوم	بازهٔ شاخص صنعت	بازهٔ شاخص کل فرابورس	شاخص مالی
phiL	D	۱/۵۱۵۳* (۰/۰۹۰۲)	۱/۵۹۱۳* (۰/۰۹۰۱)	۱/۵۱۰۴* (۰/۱۰۵۹)	۱/۵۵۴۰* (۰/۰۸۸۷)	۱/۳۸۵۲* (۰/۰۷۱۳)	۱/۳۷۴۶* (۰/۰۸۲۶)
phiH	D	۰/۴۹۱۷* (۰/۰۱۶۶)	۰/۴۵۲۹* (۰/۰۱۷۳)	۰/۴۷۶۷* (۰/۰۱۶۴)	۰/۴۲۱۹* (۰/۰۱۷۵)	۰/۴۰۲۶* (۰/۰۲۰۵)	۰/۴۱۷۴* (۰/۰۱۸۱)
متغیر آستانه‌ای	D	۴۴۲۷	۳۷۷۸	۷۹۴۰	۳۷۳۳	۶۴/۹	۴۸۸۷
phiL	W	۱/۳۳۲۴* (۰/۱۷۹۵)	۰/۲۷۱۳** (۰/۱۶۳۲)	۰/۰۹۳۹ (۰/۲۴۳۹)	۱/۲۷۹۶* (۰/۱۸۲۹)	۰/۱۸۵۹ (۰/۱۲۶۳)	۱/۲۶۱۶* (۰/۵۱۲۸)
phiH	W	۰/۶۶۸۹* (۰/۲۹۷۲)	۰/۶۱۴۵* (۰/۰۳۱۴)	۰/۷۲۴۴* (۰/۰۲۶۳)	۰/۶۲۳۳* (۰/۰۳۰۹)	۰/۵۱۵۲* (۰/۰۳۹۳)	۰/۵۷۰۷* (۰/۰۲۹۹)
متغیر آستانه‌ای	W	۱۶۰۱۵	۱۵۰۷۵	۲۴۳۴۲	۱۵۰۸۳	۲۵۲	۲۰۷۴۰
phiL	M	۰/۹۶۵۰* (۰/۲۳۷۵)	۱/۰۴۲۱* (۰/۲۴۷۳)	۰/۷۸۰۶** (۰/۴۱۴۵)	۰/۹۸۶۸* (۰/۲۳۴۱)	۱/۲۰۱۶* (۰/۲۲۴۸)	۱/۲۹۸۳* (۰/۵۹۰۸)
phiH	M	۰/۶۳۹۲* (۰/۰۵۸۸)	۰/۵۹۷۲* (۰/۰۶۱۹)	۰/۶۸۱۶* (۰/۰۵۵۹)	۰/۶۱۲۷* (۰/۰۶۰۶)	۰/۵۶۸۶* (۰/۰۷۵۴)	۰/۴۱۹۲* (۰/۰۷۰۷)
متغیر آستانه‌ای	M	۷۱۱۶۳	۵۹۶۶۲	۷۷۸۵۵	۶۷۲۱۳	۷/۸۰۸	۸۱۳۵۱

توضیح: * و ** بیانگر معناداری به‌ترتیب در سطح ۵ درصد و ۱۰ درصد هستند. مقادیر انحراف معیار تخمین‌ها در پرانتز قرار داده شده است.

شایان ذکر است که برخلاف رویکردهای سابق از هم‌انباشتگی و هم‌انباشتگی کسری که طبق تعریف، هرگونه انحرافی از تعادل بلندمدت هرچند کوچک، می‌باید به‌طور آنی[1] و خطی اصلاح شود، در رویکرد هم‌انباشتگی آستانه‌ای (بالکه و فومبی[2]، ۱۹۹۷)، اجازه داده می‌شود تا تعدیل به‌سمت تعادل تنها زمانی اتفاق بیفتد که انحراف به‌وجودآمده از یک مقدار آستانه‌ای بیشتر شود. به همین ترتیب، تعدیل به‌طور نامتقارن صورت می‌گیرد، یعنی انحراف‌های مثبت و منفی لزوماً به یک شکل اصلاح نمی‌شوند. از این رو، یک فرایند SETAR(2) با آستانهٔ θ، به‌صورت زیر تصریح می‌شود:

رابطهٔ ۷)
$$\varepsilon_t = \begin{cases} \rho_L \varepsilon_{t-1} + u_t & \text{if} \quad \varepsilon_{t-1} \le \theta_L \\ \rho_H \varepsilon_{t-1} + u_t & \text{if} \quad \theta_H < \varepsilon_{t-1} \end{cases}$$

از آنجایی که در این پژوهش، هم‌انباشتگی در سری بازه مورد بررسی قرار می‌گیرد، ε_t بیانگر انحراف از تعادل بلندمدت بین سری‌های بیشترین قیمت و کمترین قیمت شاخص‌هاست. بدین منظور، ابتدا فرض صفر هم‌انباشتگی خطی در مقابل فرض جانشین هم‌انباشتگی آستانه‌ای آزمون می‌شود (هانسن[3]، ۱۹۹۹) که نتایج بر رد فرض صفر در سطح

1. Simultaneously
2. Balke & Fomby
3. Hansen

۵درصد دلالت دارد[۱]. از این رو، وجود اثر آستانه‌ای یا تغییر رژیم در رابطهٔ هم‌انباشتگی بین سری بیشترین قیمت و کمترین قیمت شاخص‌ها، تأیید می‌شود. از این رو، یک مدل SETAR(2) با تصریح یک آستانه یعنی دو رژیم، برای بازهٔ شش شاخص برآورد می‌شود. برطبق نتایج حاصل از تخمین ماتریس ضرایب در این دو رژیم، در جدول ۷، زمان متغیر بودن رابطهٔ هم‌انباشتگی بین بیشترین و کمترین قیمت شاخص‌ها برای همه فراوانی‌های زمانی تأیید می‌شود. البته باید در نظر داشت که چارچوب رویکرد FCVAR برمبنای ثبات رابطهٔ هم‌انباشتگی بین سری‌های زمانی قرار دارد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

پژوهش حاضر به مدل‌سازی شاخص‌های عمدهٔ بورس اوراق بهادار تهران و شاخص کل فرابورس ایران، با فراوانی‌های زمانی مختلف می‌پردازد. برای هر شاخص، سری زمانی بیشترین قیمت و کمترین قیمت و نیز بازهٔ قیمت یعنی تفاوت بین بیشترین قیمت و کمترین قیمت سهام، در نظر گرفته شده است. بازهٔ قیمت به‌عنوان یک تخمین‌زن کارا و استوار در نظر گرفته شده است که سری تعادلی حاصل از یک سیستم هم‌انباشته است. همچنین، نوسان‌پذیری مبتنی بر بازه که به پویایی‌های بیشترین قیمت و کمترین قیمت وابسته است و نه به تغییرات قیمت آغازین و قیمت پایانی، اغلب در مدل‌سازی سری‌های زمانی به‌کار برده می‌شود. ازطرف دیگر، شواهد به‌دست آمده در پژوهش حاضر بیانگر آن است که این امکان وجود دارد که ماندگاری بازه در منطقه نامانا قرار بگیرد، برخلاف سری لگاریتم بازده که مانا و پیش‌بینی‌ناپذیر بود. این موضوع رویکرد جدید و نوینی پیش روی اقتصادسنجی مالی و کاربردهایش در بازارهای درحال‌توسعه قرار می‌دهد.

سری زمانی شش شاخص فوق، با فراوانی‌های مختلف روزانه، هفتگی و ماهانه در نظر گرفته شده‌اند. یافته‌ها نشان می‌دهد که برای اکثر شاخص‌ها، نوسان‌پذیری مبتنی بر بازه که تحت چارچوب FCVAR و به‌عنوان مکانیزم تصحیح خطا برآورد شده است، عمدتاً مانا است و وابستگی با ماندگاری طولانی دارد؛ اما نوسان‌پذیری مبتنی بر بازه که براساس تکنیک‌های انباشتگی کسری برآورد شده است، ترکیبی از سری‌های مانا و نامانا است. این نتایج نسبت به فراوانی‌های زمانی مختلف، به قوت خود باقی است. با این حال، همان گونه که بررسی‌ها نشان داد هم‌انباشتگی در سری‌های زمانی با فراوانی بالا، زمان متغیر است که لزوم تعمیم مدل FCVAR را جهت در نظر گرفتن این ویژگی می‌رساند که در ادامهٔ این پژوهش پیشنهاد می‌شود.

این حقیقت که سری بازه یا به‌طور مانا یا به‌طور نامانا ماندگار است، پیش‌بینی واریانس را برای وارد کردن آن در یک مدل میانگین با متغیرهای بیشترین و کمترین قیمت ممکن می‌سازد؛ چرا که می‌توان به‌سادگی به پیش‌بینی قیمت‌های حدی آینده برمبنای مقادیر گذشتهٔ این شاخص‌ها، دست یافت. شواهد به‌دست‌آمده می‌تواند راهنمایی باشد برای معامله‌گران؛ زیرا بسیاری از استراتژی‌های معاملاتی که به‌کار گرفته می‌شود، مبتنی بر بازه‌های روزانه قرار دارند.

یکی از دستاوردهای اقتصادی یافته‌های پژوهش حاضر این است که معامله‌گران، سرمایه‌گذاران و سیاست‌گذاران،

۱. در پژوهش حاضر، برای جلوگیری از زیاد شدن تعداد صفحات، جدول نتایج آزمون هم‌انباشتگی آستانه‌ای ارائه نشده است.

می‌توانند قیمت‌های حدی آیندهٔ شاخص‌های بازار را با استفاده از مقادیر گذشتهٔ آن‌ها پیش‌بینی کنند و از آن برای طراحی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری خود بهره گیرند. وجود هم‌انباشتگی میان شاخص‌ها نیز بر وجود فرصت‌های محدود آربیتراژ سودآور برای سرمایه‌گذاران یا معامله‌گران در بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران دلالت دارد. به‌علاوه، مشارکت‌کنندگان، می‌باید متوجه باشند که وضعیت کارایی در میان این بازارها به یک شکل نیست (برطبق نتایج مانایی)؛ اما رابطهٔ بلندمدت استواری بین شاخص‌ها وجود دارد؛ از این رو، برای طراحی استراتژی‌های صندوق‌های پوشش ریسک[1] که دربرگیرنده ترکیبی از سهام این دو بازار است، رفتار و رابطهٔ بلندمدت این شاخص‌ها می‌بایست مدنظر قرار گرفته شود. به‌علاوه، تخصیص پرتفوی و استراتژی‌های متنوع‌سازی، نباید دربرگیرندهٔ دارایی‌هایی باشد که رفتار کوتاه‌مدت با شاخص‌هایی دارند که رفتار و رابطهٔ بلندمدت نشان می‌دهند. این یافته برمبنای این عقیده قرار دارد که قیمت‌گذاری نادرست و بیش پوشش ریسک[2]، می‌تواند در شرایط عدم هم‌انباشتگی اتفاق بیفتد. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی پژوهشگران با استفاده از روش‌های مختلف و فراوانی‌های زمانی میان‌روز، به اندازه‌گیری نوسان‌پذیری مبتنی‌بربازه برای شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران و نیز فرابورس ایران بپردازند و ضمن مطالعهٔ رفتار نوسان‌پذیری این شاخص‌ها، کارایی این تخمین‌زن‌ها را با روش‌های واریانس ناهم‌سانی متعارف مقایسه کنند.

پیوست

جدول ۱. آزمون ADF برای سطح، تفاضل مرتبهٔ اول و بازهٔ کمترین و بیشترین قیمت شاخص‌های عمدهٔ بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران

کالا			شاخص کل بورس			شاخص بازار اول		
فراوانی			D	W	M	D	W	M
سری بیشترین قیمت	Level	None	۰/۳۴۵۱	۰/۴۶۱۷	-۰/۳۴۶۶	۰/۲۴۸۸	۰/۴۴۲۰	-۰/۱۷۲۱
		C	-۰/۲۳۷۷	-۰/۱۳۶۵	-۰/۸۷۲۱	-۰/۳۲۳۰	-۰/۱۵۰۳	-۰/۷۰۶۱
		C & T	-۱/۵۷۶۵	-۱/۴۸۳۷	-۲/۱۱۷۳	-۱/۶۵۱۸	-۱/۴۹۳۶	-۱/۹۵۳۹
	First Difference	None	-۱۱/۴۰۵۹*	-۱۵/۰۷۹۱*	-۸/۳۵۲۸*	-۱۱/۴۶۶۳*	-۱۵/۷۱۴۷*	-۹/۱۱۸۱*
		C	-۱۱/۴۶۲۵*	۱۵/۱۲۹۷*	-۸/۳۹۱۴*	-۱۱/۵۱۸۳*	-۱۵/۷۶۲۲*	-۹/۱۶۱۵*
		C & T	-۱۱/۵۳۱۵*	-۱۵/۱۹۱۹*	-۸/۴۳۴۱*	-۱۱/۵۸۳۴*	-۱۵/۸۲۲۸*	-۹/۲۱۲۶*
سری کمترین قیمت	Level	None	۰/۴۹۹۷	۰/۶۷۹۴	۱/۱۰۸۴	۰/۵۲۴۴	۱/۲۵۸۸	۰/۸۴۷۹
		C	-۰/۰۹۵۳	۰/۰۷۱۱۸	۰/۵۰۴۶	-۰/۰۶۸۸	۰/۶۱۶۸	۰/۳۱۱۵
		C & T	-۱/۴۶۰۶	-۱/۳۲۲۵	-۰/۹۲۶۹	-۱/۴۳۶۲	-۰/۸۶۶۲	-۱/۰۱۹۵
	First Difference	None	-۱۱/۴۰۰۰*	-۱۰/۱۲۳۷*	-۴/۳۹۴۵*	-۱۱/۹۴۶۹*	-۸/۴۶۸۶*	-۴/۴۲۵۱*
		C	-۱۱/۴۶۳۱*	-۱۰/۲۰۷۳*	-۶/۴۲۴۹*	-۱۲/۰۰۷۷*	-۸/۶۰۸۹*	-۴/۶۲۳۸*

1. Hedge Funds
2. over-Hedging

کالا		فراوانی	شاخص کل بورس			شاخص بازار اول		
			D	W	M	D	W	M
سری بازهٔ قیمت	Level	C & T	−۱۱/۵۴۱۹*	−۱۰/۳۱۴۳*	−۶/۶۸۳۹*	−۱۲/۰۸۵۹*	−۸/۸۰۲۹*	−۴/۹۱۶۳*
		None	−۲/۱۰۹۷*	−۲/۹۵۰۹*	−۳/۱۳۹۳*	−۱/۹۹۶۴*	−۲/۴۴۹۶*	−۲/۰۷۴۱*
		C	−۲/۴۵۴۲	−۳/۲۸۱۷*	−۳/۴۵۵۴*	−۲/۳۵۸۵	−۲/۷۵۳۴**	−۲/۴۰۲۳
		C & T	−۳/۱۸۷۸**	−۴/۰۰۸۷*	−۴/۰۹۵۲*	−۳/۱۶۳۸**	−۳/۳۸۶۷**	−۳/۱۰۸۳
سری بیشترین قیمت	Level	None	۰/۴۷۱۵	۰/۳۴۵۷	۰/۰۰۴۵	۰/۴۳۸۸	۰/۵۷۷۱	−۰/۲۳۳۴
		C	−۰/۱۲۵۹	−۰/۲۴۳۷	−۰/۵۱۴۸	−۰/۱۴۳۱	−۰/۰۲۳۱	−۰/۷۵۹۷
		C & T	−۱/۴۸۳۹	−۱/۵۸۰۴	−۱/۷۵۴۸	−۱/۵۰۸۸	−۱/۴۰۱۳	−۲/۰۳۱۱
	First Difference	None	−۱۱/۷۷۹۹*	−۱۴/۵۲۸۶*	−۴/۶۲۴۲*	−۱۱/۵۵۶۶*	−۱۵/۴۷۹۹*	−۸/۵۸۵۲*
		C	−۱۱/۸۴۱۲*	−۱۴/۵۷۶۳*	−۴/۷۳۱۴*	−۱۱/۶۱۶۱*	−۱۵/۵۳۴۱*	−۸/۶۲۸۹*
		C & T	−۱۱/۹۱۳۱*	−۱۴/۶۳۲۲*	−۴/۸۴۳۴*	−۱۱/۶۹۱۹*	−۱۵/۶۰۳۹*	−۶/۹۸۲۸*
سری کمترین قیمت	Level	None	۰/۳۷۹۰	۰/۴۱۰۶	۰/۵۲۱۶	۰/۵۲۰۹	۰/۷۷۶۳	۱/۳۸۲۶
		C	−۰/۲۰۷۷	−۰/۱۷۵۵	−۰/۰۶۷۲	−۰/۰۶۷۳	۰/۱۶۶۲	۰/۷۷۱۴
		C & T	−۱/۵۶۱۵	−۱/۵۴۰۹	−۱/۴۴۳۰	−۱/۴۴۷۹	−۱/۲۵۶۴	−۰/۷۱۰۳
	First Difference	None	−۱۰/۸۸۹۳*	−۹/۴۴۸۵*	−۹/۸۷۷۳*	−۱۱/۷۲۶۳*	−۱۱/۷۲۸۴*	−۶/۴۳۲۴*
		C	−۱۰/۹۵۰۶*	−۹/۵۲۲۲*	−۹/۹۶۳۸*	−۱۱/۷۸۸۳*	−۱۱/۸۰۶۳*	−۶/۶۳۹۴*
		C & T	−۱۱/۰۲۳۴*	−۹/۶۱۱۶*	−۱۰/۰۷۶۸*	−۱۱/۸۶۸۴*	−۱۱/۹۱۰۶*	−۶/۹۵۱۴*
سری بازهٔ قیمت	Level	None	−۲/۷۱۹۸*	−۲/۵۳۷۸*	−۳/۴۲۷۱*	−۲/۲۰۸۳*	−۲/۶۳۷۷*	−۳/۱۵۹۰*
		C	−۳/۰۶۱۷*	−۲/۸۲۷۴**	−۳/۷۴۰۹*	−۲/۵۷۲۹**	−۲/۹۳۹۶*	−۳/۴۸۲۵*
		C & T	−۳/۷۶۴۴*	−۳/۳۸۷۵**	−۴/۳۵۳۴*	−۳/۳۹۱۹**	−۳/۵۷۲۹*	−۴/۱۶۱۷*
سری بیشترین قیمت	Level	None	۰/۸۳۵۷	۱/۰۱۰۷	۰/۲۴۷۲	−۰/۵۶۷۰	−۰/۵۵۸۴	−۰/۷۲۷۵
		C	۰/۱۴۳۳	۰/۲۸۱۹	−۰/۳۶۰۲	−۱/۱۲۲۸	−۱/۱۱۲۹	−۱/۲۶۱۸
		C & T	−۱/۳۴۳۴	−۱/۲۳۷۲	−۱/۶۷۳۰	−۲/۲۳۹۹	−۲/۲۲۴۱	−۲/۳۱۹۸
	First Difference	None	−۱۰/۰۶۲۴*	−۱۳/۶۲۷۸*	−۷/۵۴۶۷*	−۷/۷۷۶۹*	−۷/۵۲۶۱*	−۷/۷۹۷۵*
		C	−۱۰/۱۶۰۰*	−۱۳/۷۲۲۹*	−۷/۶۳۴۲*	−۷/۸۱۴۰*	−۷/۵۶۲۹*	−۷/۸۱۶۸*
		C & T	−۱۰/۲۵۹۰*	−۱۳/۸۱۸۱*	−۷/۷۰۲۸*	−۷/۸۴۵۱*	−۷/۵۹۲۵*	−۷/۸۲۳۶*
سری کمترین قیمت	Level	None	۰/۷۵۸۶	۱/۵۸۳۲	۱/۰۱۱۰	−۰/۵۴۷۷	−۰/۱۶۵۵	۰/۲۴۱۹
		C	۰/۰۷۹۳	۰/۷۸۲۹	۰/۳۱۹۸	−۱/۱۰۴۷	−۰/۷۴۵۹	−۰/۳۷۰۹
		C & T	−۱/۳۹۸۲	−۰/۸۹۴۹	−۱/۱۶۷۹	−۲/۲۲۴۱	−۱/۸۸۴۳	−۱/۵۶۰۵
	First Difference	None	−۹/۹۳۵۱*	−۱۱/۵۱۱۹*	−۸/۳۸۹۷*	−۷/۸۱۹۸*	−۸/۲۸۳۹*	−۹/۹۸۵۳*
		C	−۱۰/۰۲۷۷*	−۱۱/۶۷۰۴*	−۸/۵۵۴۶*	−۷/۸۵۷۳*	−۸/۳۳۳۴*	−۱۰/۰۵۰۱*
		C & T	−۱۰/۱۲۲۵*	−۱۱/۸۴۳۶*	−۸/۷۲۸۱*	−۷/۸۸۸۹*	−۸/۳۷۶۸*	−۱۰/۱۱۲۷*
سری بازهٔ قیمت	Level	None	−۲/۶۲۰۵*	−۱/۷۷۴۵**	−۲/۹۲۵۷*	−۱/۶۱۷۲**	−۵/۴۹۷۳*	−۳/۹۹۰۰*
		C	−۳/۱۰۷۱*	−۲/۱۶۲۱	−۳/۳۶۴۹*	−۱/۹۷۷۲	−۵/۸۱۵۵*	−۴/۲۹۹۱*
		C & T	−۴/۱۹۷۱*	−۲/۸۴۴۸	−۴/۲۴۹۸*	−۲/۵۵۵۱	−۶/۳۳۷۹*	−۴/۸۰۱۶*

توجه: اعداد قرار داده‌شده در جدول، آماره t مربوط به آزمون ADF است.

* و ** به ترتیب بیانگر معناداری آماری در سطوح ۵ درصد و ۱۰ درصد است.

جدول ۲. آزمون حافظهٔ بلندمدت کاذب کیو (۲۰۱۱) در سری‌های بازه

کالا	فراوانی زمانی	Bandwidths			Qu test$_{m=T^{0/5}}$	Qu test$_{m=T^{0/6}}$
		T	$T^{0/5}$	$T^{0/6}$	d_{R1}	d_{R2}
شاخص کل بورس	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۰/۶۴۹۹	۰/۶۴۹۹
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۶۵۱۳	۰/۶۵۱۳
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۶۵۱۵	۰/۶۵۱۵
شاخص بازار اول	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۰/۶۴۹۵	۰/۶۴۹۵
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۶۵۱۱	۰/۶۵۱۱
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۶۵۱۲	۰/۶۵۱۲
شاخص بازار دوم	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۰/۶۵۱۲	۰/۶۵۱۲
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۶۵۲۹	۰/۶۵۲۹
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۶۵۳۳	۰/۶۵۳۳
شاخص صنعت	D	۳۶۲۰	۶۰	۱۳۶	۰/۶۴۹۶	۰/۶۴۹۶
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۶۵۰۹	۰/۶۵۰۹
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۶۵۱۰	۰/۶۵۱۰
شاخص کل فرابورس	D	۳۶۲۰	۶۰	۱۳۶	۰/۶۵۶۴	۰/۶۵۶۴
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۶۵۷۵	۰/۶۵۷۵
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۶۵۷۲	۰/۶۵۷۲
شاخص مالی	D	۳۰۷۱	۵۵	۱۲۳	۰/۶۴۳۷	۰/۶۴۳۷
	W	۶۷۰	۲۵	۴۹	۰/۶۴۲۹	۰/۶۴۲۹
	M	۱۵۵	۱۲	۲۰	۰/۶۴۱۷	۰/۶۴۱۷

جدول ۳. آزمون همسانی مرتبه‌های انباشتگی کسری سری‌های بیشترین و کمترین قیمت شاخص‌ها

کالا	فراوانی زمانی	Bandwidths			Test Statistic	
		T	$T^{0/5}$	$T^{0/6}$	m=$T^{0/5}$	m=$T^{0/6}$
شاخص کل بورس	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۰/۰۱۷۰*	۰/۰۴۶۵*
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۰۳۵۶*	۰/۲۳۷۲*
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۴۹۰۰*	۰/۱۴۲۷*
شاخص بازار اول	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۰/۰۰۰۹*	۰/۰۸۱۵*
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۰۰۱۵*	۰/۳۹۲۲*
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۴۸۳۲*	۰/۱۱۱۴*
شاخص بازار دوم	D	۳۶۲۱	۶۰	۱۳۶	۰/۰۶۱۶*	۰/۰۰۶۲*
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۰۹۶۹*	۰/۱۶۹۹*
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۴۸۵۱*	۰/۱۷۴۱*
شاخص صنعت	D	۳۶۲۰	۶۰	۱۳۶	۰/۰۲۰۷*	۰/۰۶۹۰*
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۰۵۲۱*	۰/۱۶۸۵*
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۴۷۸۲*	۰/۱۶۴۲*
شاخص کل فرابورس	D	۳۰۷۱	۵۵	۱۲۳	۰/۰۰۲۷*	۰/۰۰۸۸*
	W	۶۷۰	۲۵	۴۹	۰/۱۷۷۹*	۰/۱۹۴۸*
	M	۱۵۵	۱۲	۲۰	۰/۴۴۳۶*	۰/۲۵۸۸*
شاخص مالی	D	۳۶۲۰	۶۰	۱۳۶	۰/۰۱۹۶*	۰/۰۱۷۹*
	W	۷۸۱	۲۷	۵۴	۰/۴۷۴۵*	۱/۰۰۹۶*
	M	۱۸۱	۱۳	۲۲	۰/۳۶۸۹*	۰/۴۲۰۲

* بیانگر معناداری در سطح ۵درصد است. مقادیر بحرانی آزمون تحت سطح معناداری ۵ درصد، برابر است با ۱/۹۵۹۹.

جدول ٤. تعیین وقفهٔ بهینه مبتنی بر مدل FCVAR

کالا	فراوانی زمانی	k	k = 0		k = 1		k = 2		k = 3	
			d	AIC	d	AIC	d	AIC	d	AIC
شاخص کل بورس	D	۳	۱/۲۷۶	۱۴۵۷۷۴/۳۸	۰/۶۶۰	۱۴۵۱۷۳/۴۶	۰/۵۴۱	۱۴۴۷۶۴/۱۰	۰/۷۳۳	۱۴۴۵۴۱/۳۳*
	W	۳	۰/۳۸۵	۳۴۷۹۵/۰۹	۰/۷۶۶	۳۴۵۹۸/۹۵	۰/۳۵۷	۳۴۴۲۳/۸۱	۰/۳۵۱	۳۴۳۶۷/۶۴*
	M	۳	۰/۷۹۰	۸۷۵۹/۸۴	۰/۳۶۵	۸۶۶۹/۶۴	۰/۰۲۷	۸۶۱۶/۰۸	۰/۲۰۳	۸۵۹۷/۱۳*
شاخص بازار اول	D	۳	۱/۲۷۱	۱۴۲۶۹۹/۷۱	۰/۶۶۳	۱۴۲۱۴۵/۹۸	۰/۵۳۲	۱۴۱۸۴۸/۲۴	۰/۷۵۵	۱۴۱۶۵۲/۲۳*
	W	۳	۰/۳۷۷	۳۴۱۶۰/۸۳	۰/۷۸۷	۳۴۰۱۰/۶۷	۰/۳۸۴	۳۳۸۳۰/۴۲	۰/۳۵۲	۳۳۷۳۹/۲۶*
	M	۳	۰/۸۸۹	۸۶۰۱/۵۴	۰/۳۶۰	۸۵۵۴/۷۵	۰/۰۷۲	۸۴۸۰/۷۸	۰/۲۳۴	۸۴۶۵/۱۸*
شاخص بازار دوم	D	۳	۱/۳۱۰	۱۵۵۶۳۵/۷۲	۰/۶۵۸	۱۵۴۹۲۱/۴۲	۰/۵۵۵	۱۵۴۳۰۴/۹۱	۰/۷۱۷	۱۵۴۰۵۰/۰۹*
	W	۳	۱/۳۶۲	۳۶۷۸۹/۲۴	۰/۷۴۴	۳۶۴۵۹/۴۱	۰/۴۹۲	۳۶۳۱۶/۶۳	۰/۳۵۹	۳۶۲۶۶/۵۲*
	M	۳	۰/۵۶۶	۹۲۳۰/۳۸	۰/۴۲۵	۹۱۰۴/۸۱	۰/۹۱۱	۹۱۰۴/۲۱	۰/۴۷۱	۸۹۸۶/۳۲*
شاخص صنعت	D	۳	۱/۲۵۹	۱۴۴۰۱۹/۴۷	۰/۶۴۴	۱۴۳۵۱۴/۷۴	۰/۵۱۸	۱۴۳۲۱۷/۴۰	۰/۷۳۹	۱۴۲۹۹۴/۷۲*
	W	۳	۱/۳۷۷	۳۴۵۴۴/۳۹	۰/۷۴۷	۳۴۳۶۱/۲۲	۰/۳۲۵	۳۴۱۶۸/۰۷	۰/۳۲۶	۳۴۱۰۵/۲۱*
	M	۳	۰/۸۳۵	۸۶۹۹/۴۹	۰/۳۵۳	۸۶۰۷/۶۴	۰/۰۱۰	۸۵۴۷/۰۳	۰/۲۰۵	۸۵۳۷/۲۱*
شاخص کل فرابورس	D	۳	۱/۳۰۹	۶۷۹۹۶/۱۳	۰/۶۸۶	۶۷۴۶۵/۷۸	۰/۵۴۲	۳۷۱۸۳/۴۴	۰/۷۶۹	۶۶۸۷۱/۲۲*
	W	۳	۱/۴۲۹	۱۷۶۸۶/۶۹	۰/۸۰۵	۱۷۴۸۲/۵۲	۰/۵۴۱	۱۷۳۷۸/۵۵	۰/۴۷۳	۱۴۳۵۲/۳۲*
	M	۳	۰/۶۸۸	۴۶۵۸/۲۶	۰/۹۶۳	۴۶۱۳/۰۲	۰/۱۵۵	۴۵۷۳/۱۳	۰/۵۷۲	۴۵۵۴/۰۱*
شاخص مالی	D	۳	۰/۵۷۱	۱۵۷۴۶۹/۸۲	۰/۷۱۲	۱۵۶۹۰۹/۴۳	۰/۷۹۹	۱۵۶۶۳۲/۰۸	۱/۰۶۸	۱۵۵۶۷۰/۳۷*
	W	۳	۱/۵۵۷	۳۷۲۱۷/۹۷	۰/۸۵۹	۳۷۰۷۴/۵۸	۰/۹۲۷	۳۷۰۲۱/۸۰	۰/۸۰۷	۳۶۹۱۴/۸۱*
	M	۳	۰/۰۴۲	۹۲۰۴/۱۸	۰/۹۱۲	۹۱۶۱/۰۵	۰/۳۳۵	۹۰۶۰/۹۵	۰/۷۴۴	۹۰۲۰/۹۹*

جدول ۵. مقایسه مرتبهٔ انباشتگی سری بازهٔ شاخص‌ها

کالا	فراوانی زمانی	ELW		GPH		FCVAR
		$m = T^{0/5}$	$m = T^{0/6}$	$m = T^{0/5}$	$m = T^{0/6}$	
شاخص کل بورس	D	۰/۹۶۲۱	۰/۰۲۴۵	۱/۰۲۰۱	۰/۸۲۷۳	۰/۰۹۵
	W	۰/۰۱۱۱	۰/۲۰۳۲	۱/۱۴۱۷	۱/۱۸۳۹	۰/۰۶۸
	M	۰/۵۹۰۴	۰/۷۰۸۷	۰/۶۳۸۶	۰/۸۰۰۲	۰/۵۶۸
شاخص بازار اول	D	۰/۹۱۶۷	۰/۶۹۶۳	۰/۹۹۰۴	۰/۸۱۷۶	۰/۰۶۱
	W	۱/۱۰۰۵	۱/۱۴۳۹	۰/۱۴۳۹	۱/۱۶۹۴	۰/۰۱۴
	M	۰/۶۲۵۶	۰/۷۱۶۱	۰/۶۸۱۶	۰/۸۲۶۶	۰/۱۳۵
شاخص بازار دوم	D	۰/۹۱۲۴	۰/۷۳۳۴	۰/۹۰۷۹	۰/۸۲۰۲	۱/۲۵۶
	W	۰/۸۶۰۷	۰/۹۳۱۳	۰/۹۵۶۱	۰/۹۳۹۸	۰/۱۱۶
	M	۰/۵۵۳۹	۰/۶۹۴۳	۰/۵۹۷۲	۰/۷۸۵۵	۰/۱۰۶
شاخص صنعت	D	۰/۹۳۳۴	۰/۶۸۶۹	۰/۰۹۷۹	۰/۸۲۴۹	۰/۰۱۴
	W	۰/۹۶۸۸	۱/۱۸۸۰	۱/۰۹۲۵	۱/۱۷۱۶	۰/۱۷۹
	M	۰/۶۰۷۵	۰/۷۲۲۵	۰/۶۶۴۵	۰/۸۲۴۷	۰/۰۱۰
شاخص کل فرابورس	D	۰/۸۳۶۳	۰/۷۸۳۵	۰/۸۸۹۶	۱/۰۱۰۶	۰/۳۶۸
	W	۰/۷۳۴۶	۰/۸۱۳۰	۰/۸۰۶۹	۰/۹۷۳۸	۰/۰۱۰
	M	۰/۶۶۸۰	۰/۵۹۶۹	۰/۷۴۳۳	۰/۷۵۹۷	۰/۱۴۲
شاخص مالی	D	۰/۹۸۳۷	۰/۷۴۰۱	۱/۱۴۲۴	۰/۷۸۵۱	۱/۳۶۸
	W	۰/۴۹۱۳	۰/۳۷۸۸	۰/۵۲۱۷	۰/۳۸۷۳	۰/۷۶۱
	M	۰/۴۹۷۸	۰/۵۲۷۸	۰/۵۰۹۰	۰/۵۶۹۰	۰/۰۳۶

جدول ٦. آزمون هم‌انباشتگی آستانه‌ای

کالا	فراوانی زمانی	Linear AR vs setar (2)	Linear AR vs setar (3)
شاخص کل بورس	D	۵۰۵/۴۹۱۹ (۰/۰۰۰)	۵۱۶/۹۵۹۷ (۰/۰۰۰)
	W	۶۸/۹۲۷۸ (۰/۰۰۰)	۶۹/۳۹۳۹ (۰/۰۰۰)
	M	۲۴/۶۴۳۰ (۰/۰۰۰)	۲۴/۹۵۰۹ (۰/۴)
شاخص بازار اول	D	۵۹۷/۵۸۷۵ (۰/۰۰۰)	۶۱۲/۶۷۸۰ (۰/۰۰۰)
	W	۰/۵۵۲۷ (۰/۰۰۰)	۹۴/۰۱۰۱ (۰/۰۰۰)
	M	۳۴/۱۷۹۳ (۰/۰۰۰)	۳۴/۵۸۱۳ (۰/۲)
شاخص بازار دوم	D	۴۸۰/۹۱۹۸ (۰/۰۰۰)	۴۸۴/۴۴۱۵ (۰/۰۰۰)
	W	۵۰/۸۱۹۴ (۰/۰۰۰)	۵۲/۴۱۵۷ (۰/۰۰۰)
	M	۱۹/۲۳۷۶ (۰/۰۰۰)	۲۰/۵۱۵۱ (۰/۱)
شاخص صنعت	D	۶۲۰/۶۵۵۸ (۰/۰۰۰)	۶۲۸/۰۳۰۰ (۰/۰۰۰)
	W	۸۳/۷۱۳۲ (۰/۰۰۰)	۸۴/۱۹۵۱ (۰/۰۰۰)
	M	۲۸/۶۵۹۷ (۰/۰۰۰)	۲۹/۰۷۱۴ (۰/۱)
شاخص کل فرابورس	D	۴۶۱/۵۶۳۹ (۰/۰۰۰)	۴۶۶/۷۸۵۲ (۰/۰۰۰)
	W	۹۱/۷۶۸۹ (۰/۰۰۰)	۹۶/۴۵۶۱ (۰/۰۰۰)
	M	۲۴/۷۶۳۵ (۰/۰۰۰)	۲۸/۳۶۱۰ (۰/۰۰۰)
شاخص مالی	D	۴۶۵/۷۱۲۴ (۰/۰۰۰)	۴۷۷/۲۳۳۴ (۰/۰۰۰)
	W	۰/۹۸۰۶ (۰/۰۰۰)	۴۰/۳۳۹۹ (۰/۲)
	M	۳۳/۴۰۴۶ (۰/۰۰۰)	۱۹/۶۴۰۱ (۰/۳)

توضیح: P مقدار آزمون‌ها در پرانتز قرار داده‌شده است.

منابع

برزین‌پور، فرناز؛ ابراهیمی، سید بابک؛ هاشمی‌نژاد، سید محمد و نصر اصفهانی، حامد (۱۳۹۰). مقایسه دقت مدل‌های فراابتکاری و اقتصادسنجی در پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی دارای حافظه بلندمدت (مطالعه‌ی موردی؛ شاخص سهام صنعت سیمان در ایران). *تحقیقات مالی*، ۱۳(۳۱)، ۱-۲۲.

حسینی، علی؛ صالحی، مهدی؛ موسوی شیری، سید محمود و غلام‌زاده، علیرضا (۱۳۹۲). تخمین پارامتر انباشتگی کسری حافظه سری زمانی قیمت گروه فلزات اساسی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش‌های نوین اقتصادسنجی. *بورس اوراق بهادار*، ۲۴(۶)، ۱۰۳-۱۲۱.

دموری، داریوش و میرزاد، نگار (۱۳۹۷). بررسی حافظه بلندمدت در نوسانات پویا: رابطه بین بازده سهام و نرخ ارز. *مدیریت دارایی و تأمین مالی*، ۶(۳)، ۱۴۷-۱۶۴.

سیدحسینی، سید محمد و ابراهیمی، سید بابک (۱۳۹۲). مدل‌سازی مقایسه‌ای سرایت تلاطم با در نظرگرفتن اثر حافظه بلندمدت (مطالعه موردی: سه شاخص منتخب صنایع). *تحقیقات مالی*، ۱۵(۱)، ۵۱-۷۴.

محمدی، شاپور و چیت‌سازان، هستی (۱۳۹۰). بررسی حافظه بلندمدت بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات اقتصادی*، ۴۶(۴)، ۲۰۷-۲۲۶.

مرادی، مهدی و اسماعیل‌پور، مصطفی (۱۳۹۷). بررسی حافظه بلندمدت شاخص بورس اوراق بهادار تهران. *اقتصاد پولی مالی*، ۲۵(۱۵)، ۲۱-۴۸.

References

Afzal, A. & Sibbertsen, P. (2021). Modeling fractional cointegration between high and low stock prices in Asian countries. *Empirical Economics*, *60*(2), 661-682.

Alizadeh, S., Brandt, M. W. & Diebold, F. X. (2002). Range□based estimation of stochastic volatility models. *The Journal of Finance*, *57*(3), 1047-1091.

Balke, N. S. & Fomby, T. B. (1997). Threshold cointegration. *International Economic Review*, 38(3), 627-645.

Baruník, J. & Dvořáková, S. (2015). An empirical model of fractionally cointegrated daily high and low stock market prices. *Economic Modelling*, *45*, 193-206.

Barzinpour, F., Ebrahimi, S., Hasheminejad, S. & Nasr Esfahani, H. (2011). Comparing the accuracy of the model Meta heuristic and Econometric in forecasting of financial time series with long-term memory (Case Study, Stock Index of Cement Industry in Iran). *Financial Research Journal*, 13(31), 1-22. (*in Persian*)

Brandt, M. W. & Diebold, F. X. (2006). A no-arbitrage approach to range-based estimation of return covariances and correlations. *The Journal of Business*, *79*(1), 61-74.

Caporale, G. M., Gil-Alana, L. A. & Poza, C. (2020). High and low prices and the range in the European stock markets: A long-memory approach. *Research in International Business and Finance*, *52*, 101126.

Caporin, M., Ranaldo, A. & De Magistris, P. S. (2013). On the predictability of stock prices: A case for high and low prices. *Journal of Banking & Finance*, *37*(12), 5132-5146.

Cheung, Y. L., Cheung, Y. W. & Wan, A. T. (2009). A high–low model of daily stock price ranges. *Journal of Forecasting*, *28*(2), 103-119.

Cheung, Y. W. (2007). An empirical model of daily highs and lows. *International Journal of Finance & Economics*, *12*(1), 1-20.

Damoori, D. & Mirzad, N. (2018). The Study of long-Term Memory in Dynamic Volatility Relationship between Stock Returns and Exchange Rates. *Journal of Asset Management and Financing*, 6(3), 147-164. (*in Persian*)

Degiannakis, S. & Floros, C. (2013). Modeling CAC40 volatility using ultra-high frequency data. *Research in International Business and Finance*, *28*, 68-81.

Diebold, F. X. & Rudebush, G. D. (1991). On the power of Dickey-Fuller tests against fractional alternatives. *Economics Letters*, *35*, 155-160.

Dolatabadi, S., Nielsen, M. Ø. & Xu, K. (2016). A fractionally cointegrated VAR model with deterministic trends and application to commodity futures markets. *Journal of Empirical Finance*, *38*, 623-639.

Engle, R. F. & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 55(2), 251-276.

Gallant, A. R., Hsu, C. T. & Tauchen, G. E. (1999), Using daily range data to calibrate volatility diffusions and extract the forward integrated variance. *Review of Economics and Statistics*, 81, 617-631.

Geweke, J. & Porter- Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, *4*(4), 221-238.

Gil-Alana, L. A. & Hualde, J. (2009). Fractional integration and cointegration: an overview and an empirical application. In T. C. Mills & Patterson (Eds.), *The Palgrave Handbook of Econometrics*, 2, 434-472.

Hansen, B. (1999). Testing for linearity. *Journal of Economic Surveys*, *13*(5), 551-576.

He, A. W. & Wan, A. T. (2009). Predicting daily highs and lows of exchange rates: a cointegration analysis. *Journal of Applied Statistics*, *36*(11), 1191-1204.

He, Y., Wang, S. H. & Lai, K. K. (2010). Global economic activity and crude oil prices: A cointegration analysis. *Energy Economics*, 32(4), 868–876.

Hosseini. A., Salihi, M., Mousavi Shiri, M. & Gholamzadeh, A. (2017). An estimation of fractional integration parameter in time series of prices of Metal Group by using modern econometric techniques in Tehran Stock Exchange. *Journal of Securities Exchange*, 6(24), 103-121. (*in Persian*)

Hualde, J. & Robinson, P. M. (2007). Root-n-consistent estimation of weak fractional cointegration. *Journal of Econometrics*, *140*(2), 450-484.

Jayawardena, N. I., Todorova, N., Li, B., Su, J. J. & Gau, Y. F. (2022). Risk-return trade-off in the Australian Securities Exchange: Accounting for overnight effects, realized higher moments, long-run relations, and fractional cointegration. *International Review of Economics & Finance*, *80*, 384-401.

Johansen, S. & Nielsen, M. Ø. (2012). Likelihood inference for a fractionally cointegrated vector autoregressive model. *Econometrica*, *80*(6), 2667-2732.

Johansen, S. & Nielsen, M. Ø. (2016). The role of initial values in conditional sum-of-squares estimation of nonstationary fractional time series models. *Econometric Theory*, *32*(5), 1095-1139.

Johansen, S. (1995). Identifying restrictions of linear equations with applications to simultaneous equations and cointegration. *Journal of Econometrics*, *69*(1), 111-132.

Mohamadi, S. & Chitsazan, H. (2012). Analyzing long memory in Tehran Stock Exchang. *Journal of Economic Research*, 46(4), 207-226. (*in Persian*)

Monge, M. & Gil-Alana, L. A. (2021). Lithium industry and the US crude oil prices. A fractional cointegration VAR and a Continuous Wavelet Transform analysis. *Resources Policy*, *72*, 102040.

Moradi, M. & Esmaeilpoor, M. (2018). Evaluating of long-term memory in Tehran Stock Exchange index. *Monetary and Financial Analysis*, 25(15), 21-48. (*in Persian*)

Oloko, T. F., Ogbonna, A. E., Adedeji, A. A. & Lakhani, N. (2021). Fractional cointegration between gold price and inflation rate: Implication for inflation rate persistence. *Resources Policy*, *74*, 102369.

Parkinson, M. (1980). The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. *Journal of Business*, 53(1), 61-65.

Qu, Z. (2011). A test against spurious long memory. *Journal of Business & Economic Statistics*, *29*(3), 423-438.

Robinson, P. M. & Yajima, Y. (2002). Determination of cointegrating rank in fractional systems. *Journal of Econometrics*, *106*(2), 217-241.

Robinson, P. M. (1995). Log-periodogram regression of time series with long range dependence. *The Annals of Statistics*, 1048-1072.

Salisu, A. A., Ndako, U. B., Adediran, I. A. & Swaray, R. (2020). A fractional cointegration VAR analysis of Islamic stocks: A global perspective. *The North American Journal of Economics and Finance*, *51*, 101056.

Seyedhosseini, S. & Ebrahimi, S. (2013). Comparing of Volatility Transmission Model with Consideration of Long Memory Effect; Case Study: Three Selected Industry Index. *Financial Research Journal*, 15(1), 51-74. (*in Persian*)

Taylor, M. P. & Allen, H. (1992). The use of technical analysis in the foreign exchange market. *Journal of International Money and Finance*, *11*(3), 304-314.

Tong, H. (2011). Threshold models in time series analysis—30 years on. *Statistics and its Interface*, *4*(2), 107-118.

Yan, M., Chen, J., Song, V. & Xu, K. (2022). Trade friction and price discovery in the USD–CAD spot and forward markets. *The North American Journal of Economics and Finance*, *59*, 101628.

Yaya, O. S. & Gil-Alana, L. A. (2020). High and low intraday commodity prices: A fractional integration and cointegration approach. *Advances in Investment Analysis and Portfolio Management*, (10), 1-27.

Yaya, O. S., Vo, X. V., Ogbonna, A. E. & Adewuyi, A. O. (2020). Modelling cryptocurrency high–low prices using fractional cointegrating VAR. *International Journal of Finance & Economics*, 27, 489-505.