Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153

Online ISSN: 2423-5377

Application of Kalman Filter to Estimate Dynamic Hedge Ratio in Pairs Trading Strategy: A Case Study of the Automobile Industry

Mohammad Javad Nourahmadi *

*Corresponding Author, Assistant Prof., Department of Theoretical Economics, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. E-mail: mjnourahmadi@atu.ac.ir

Marziyeh Nourahmadi

Ph.D., Department of Financial Engineering, Faculty of Economic, Management and Accounting, Yazd University, Yazd, Iran. E-mail: mnourahmadi@ut.ac.ir

Abstract

Objective: Pairs trading strategies have been around since the mid-1980s and have gained widespread acceptance in recent years. A pairs trading strategy is one of the forms of statistical arbitrage done to make a profit. It bases on the return related to the average spread between pairs of financial securities. The purpose of this research is to investigate the application of the Kalman filter to estimate the dynamic hedge ratio in the pairs trading strategy. The main question of this article is whether individual investors can make a profit by using this trading strategy or not.

Methods: The second step was related to the pairs trading strategy, introducing the trading rules and determining the thresholds for buying, selling, and exiting the transaction. Any significant deviation from the average in the spread between two securities was a signal to trade and make a profit. We sold or bought the spread when the spread deviated as much as the positive or negative side of the two standard deviations from the average, and when the spread converges within the positive or the negative halfway point of the standard deviation, we exited the trade to make a profit. Of course, as with all trading strategies, the more you use them, the less likely you will make a profit. In this research, the co-integration method was used to select the pair of stocks, and based on the space-state approach and using the Kalman filter algorithm, the dynamic hedge ratio was estimated to provide trading signals. Trading signals were used to develop a pairs trading strategy between 26 companies in the automobile industry on the Tehran Stock Exchange during the period 2016 to 2020.

Results: According to the co-integration results, out of the 26 stocks we selected for analysis, only 16 stocks had a co-integration relationship. According to the Kalman filter method, the CAGR was 0.11 and the Sharp Ratio was 3.06.

Conclusion: The results obtained from the Sharp ratio and Compound annual growth rate (CAGR) showed that the pairs trading strategy in the period under review was profitable in the automobile industry. The results also proved the superiority of the Kalman filter method over the co-integration method for pairs trading.

Keywords: Dynamic hedge ratio, Kalman filter, Pairs trading strategy, Spread, State space approach.

Citation: Nourahmad, Mohammad Javad & Nourahmadi, Marziyeh (2023). Application of Kalman Filter to Estimate Dynamic Hedge Ratio in Pairs Trading Strategy: A Case Study of the Automobile Industry. *Financial Research Journal*, 25(1), 63-87. https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.325988.1007206 (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2023, Vol. 25, No.1, pp. 63- 87
Published by University of Tehran, Faculty of Management
https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.325988.1007206
Article Type: Research Paper
© Authors
Received: July 07, 2021
Received in revised form: September 09, 2021
Accepted: September 21, 2021
Published online: April 19, 2023

تحقیقات مالی
شاپا چـــاپـــی: ۱۰۲۴-۸۱۵۳
شاپا الکترونیکی: ۲۴۲۳-۵۳۷۷

کاربرد فیلتر کالمن برای تخمین نسبت پوشش ریسک پویا در استراتژی معاملات زوجی (مطالعه موردی: صنعت خودرو)

محمد جواد نوراحمدی*
* نویسنده مسئول، استادیار، گروه اقتصاد نظری، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. رایانامه: mjnourahmadi@atu.ac.ir

مرضیه نوراحمدی
دکتری، گروه مهندسی مالی، دانشکده، اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد، یزد، ایران. رایانامه: mnourahmadi@ut.ac.ir

چکیده

هدف: بررسی کاربرد فیلتر کالمن برای تخمین نسبت پوشش ریسک پویا در استراتژی معاملات زوجی، هدف اصلی این پژوهش است. سؤال اصلی مقاله این است که آیا سرمایه‌گذاران فردی، می‌توانند با به‌کارگیری استراتژی معاملات زوجی، سود کسب کنند؟

روش: در این پژوهش از روش هم‌انباشتگی برای انتخاب زوج سهم‌ها استفاده شده و بر اساس رهیافت فضا ـ حالت و به‌کمک الگوریتم فیلتر کالمن، به تخمین نسبت پوشش ریسک پویا برای ارائه سیگنال‌های معامله پرداخته شده است. از سیگنال‌های معامله برای توسعه یک استراتژی معاملهٔ زوجی بین ۲۶ شرکت صنعت خودرو در بازار بورس اوراق بهادار، تهران طی دوره ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۹ استفاده شده است.

یافته‌ها: با توجه به نتایج هم‌انباشتگی، از بین ۲۶ سهمی که برای تحلیل انتخاب شده بود، تنها ۱۶ سهم رابطه هم‌انباشتگی داشت. بر اساس روش فیلتر کالمن، میزان بازدهی برابر ۰/۱۱ و نسبت شارپ برابر ۳/۰۶ به‌دست آمد.

نتیجه‌گیری: نتایج به‌دست‌آمده از نسبت‌های شارپ و نرخ رشد مرکب سالانه، نشان می‌دهد که استفاده از استراتژی معاملات زوجی در دوره زمانی در دست بررسی و در صنعت خودرو سودآور است. افزون بر این، برای انجام معاملات زوجی، روش فیلتر کالمن نسبت به‌روش هم‌انباشتگی برتر است.

کلیدواژه‌ها: استراتژی معاملات زوجی، اسپرد، رهیافت فضا ـ حالت، فیلتر کالمن، نسبت پوشش ریسک پویا.

استناد: نوراحمدی، محمدجواد و نوراحمدی، مرضیه (۱۴۰۲). کاربرد فیلتر کالمن برای تخمین نسبت پوشش ریسک پویا در استراتژی معاملات زوجی (مطالعه موردی: صنعت خودرو). *تحقیقات مالی*، ۲۵(۱)، ۶۳- ۸۷.

تحقیقات مالی، ۱۴۰۲، دوره ۲۵، شماره ۱، صص. ۶۳- ۸۷
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
نوع مقاله: علمی پژوهشی
© نویسندگان
تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۱۶
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۰/۰۶/۱۸
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۳۰
تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۰۱/۳۰
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.325988.1007206

مقدمه

از نیمهٔ دههٔ ۱۹۸۰، استراتژی معاملات زوجی[1] توسط فعالان مالی، در وال‌استریت و به شکل‌های مختلف استفاده شده است (گاتیو، گاتزمن و رونهورست[2]، ۲۰۰۶). اغلب گفته می‌شود که این استراتژی، در مورگان استنلی[3]، در یک گروه به رهبری نانزیو تارتاگلیا[4] ریشه دارد. تمرکز این گروه، بر توسعهٔ استراتژی‌های معاملاتی کمّی با استفاده از مدل‌های آماری پیشرفته و فناوری اطلاعات بوده است. این گروه به‌دنبال مکانیزه‌کردن فرایند سرمایه‌گذاری با توسعهٔ قواعد معاملاتی‌ای بودند که بتواند به‌صورت خودکار انجام شود. معاملات زوجی، یکی از استراتژی‌های طراحی‌شدهٔ آن‌ها بود. در دهه‌های اخیر و با پیشرفت‌های تکنولوژیکی بیشتر، این استراتژی شهرت فزاینده‌ای در بین سرمایه‌گذاران پیدا کرد.

معاملات زوجی[5]، همراه با آربیتراژ آماری و آربیتراژ ریسکی، یکی از مشهورترین استراتژی‌هایی است که توسط پوشش‌دهندگان ریسک از اواخر دههٔ ۱۹۹۰ میلادی استفاده شده است. این نوع از استراتژی به‌دنبال کسب سود از ناکارایی‌های موجود در بازار است، صرف‌نظر از اینکه آیا بازار صعودی، نزولی یا خنثی است. معاملات زوجی مشتمل بر بازکردن هم‌زمان موقعیت‌های خریدوفروش در دو دارایی با یک نقطهٔ توازن بین آن‌هاست. در این روش، عایدی‌ها از موقعیت خرید با زیان‌های ناشی از موقعیت فروش پوشش داده می‌شود و برعکس، بدین معنا که ریسک بازاری نزدیک به صفر است. بنابراین عناصر کلیدی تعیین‌کنندهٔ موفقیت یک معامله، مشتمل بر تعیین نقطهٔ توازن بین دو اوراق بهادار و بررسی این موضوع است که قیمت‌ها به حد کافی از نقطه توازن دورشوند تا موقعیت‌های خریدوفروش اتخاذ شود (کاراسکو و پرادو[6]، ۲۰۱۸).

معاملات زوجی بدون ریسک نیستند؛ زیرا اشتباه محاسباتی در دو عنصر فوق، می‌تواند به شکست استراتژی منجر شود (اسمیث و زو[7]، ۲۰۱۷) تغییرپذیری اوراق بهادار یک ریسک اضافی است که لازم است در نظر گرفته شود؛ حتی اگر درجه بالایی از هم‌بستگی بین اوراق بهادار وجود داشته باشد (ویستلر[8]، ۲۰۰۴) با وجود این، از معاملات زوجی نه‌تنها برای ایجاد سود صرف نظر از روند بازار می‌توان استفاده کرد، بلکه برای متوازن کردن یک پرتفلیو با توجه به ویژگی‌های خنثی نسبت به شرایط بازار، می‌توان از آن بهره برد (کاراسکو و پرادو، ۲۰۱۸).

همانند هر نوع استراتژی معاملاتی دیگر، هرچه بیشتر از آن استفاده شود با احتمال کمتری سودآور باقی خواهد

---

1. Pairs Trading Strategy
2. Gatev, Goetzmann & Rouwenhorst
3. Morgan Stanley
4. Nunzio Tartaglia

۵. پیوند سازوکارهای معاملات الکترونیک با تکنولوژی کامپیوتری آثار گسترده‌ای بر ابزارها و استراتژی‌های معاملاتی گذاشته است. معاملات الگوریتمی (Algorithmic Trading) تصمیم‌گیری معاملاتی را به برنامه‌های کامپیوتری واگذار می‌کند. معاملات زوجی از جمله معاملات الگوریتمی به شمار می‌رود. معاملات با بسامد بالا (High Frequency Trading) نیز طبقه دیگری از معاملات الگوریتمی به حساب می‌آید (بودی، کین و مارکوس، ۲۰۱۸). برای آشنایی با داده‌های با بسامد بالا یا پُرتواتر و نحوه استفاده از آن‌ها در معاملات زوجی، به ابراهیم نژاد و همکاران (۱۳۹۹) و دستوری و همکاران (۱۳۹۷) مراجعه کنید.

6. Carrasco Blázquez and Prado Román
7. Smith and Xu
8. Whistler

ماند. انگیزهٔ اصلی نگارش این مقاله، پاسخ به این سؤال است که آیا سرمایه‌گذاران فردی می‌توانند از معاملات زوجی روی اوراق بهادار سود به‌دست آورند؟ برای پاسخ به این سؤال، از الگوریتم فیلتر کالمن برای تخمین نسبت پوشش ریسک بهینه و همچنین، از نتایج بازگشتی الگوریتم برای ارائه سیگنال‌های معاملاتی و در نهایت، از سیگنال‌های معامله برای توسعهٔ استراتژی معاملات زوجی، روی شرکت‌های صنعت خودرو در بازار سهام تهران استفاده می‌کنیم.

در بخش دوم این مقاله به بررسی ادبیات موضوع، شامل مبانی نظری و مرور پیشینهٔ داخلی و خارجی استراتژی معاملات زوجی پرداخته شده است. در بخش سوم، روش‌شناسی انجام استراتژی معاملات زوجی، بر اساس مدل فضا ـ حالت و رهیافت فیلتر کالمن تبیین می‌شود. در بخش چهارم استراتژی معاملات زوجی نسبت به شرکت‌های موجود در صنعت خودرو در بازار سهام تهران به‌کارگرفته‌شده و سودآوری آن بررسی می‌شود. در بخش پنجم نیز جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مقاله ارائه می‌شود.

پیشینهٔ پژوهش

استراتژی معاملات زوجی، زیرمجموعهٔ استراتژی‌های آربیتراژ آماری است که به‌صورت گسترده توسط صندوق‌های پوشش ریسک استفاده می‌شود. در ادامه به بررسی مبنای نظری این نوع از استراتژی‌ها و منطق کسب سود توسط آن‌ها می‌پردازیم. سپس پیشینهٔ تجربی پژوهش بررسی می‌شود.

استراتژی آربیتراژ آماری و معاملات زوجی

در دانش تأمین مالی، اصطلاح آربیتراژ آماری، دامنهٔ متنوعی از استراتژی‌ها را دربرمی‌گیرد که تلاش می‌کنند از اختلاف‌های قیمت‌گذاری مشاهده‌شده در یک گروه از دارایی‌ها، سود به‌دست آورند. در این فرایند، زوج‌هایی از اوراق بهادار که قیمت آن‌ها تمایل به حرکت با یکدیگر دارند، شناسایی می‌شود. این نوع از استراتژی‌ها، برای استفاده از انحراف‌های کوتاه‌مدت نسبت به رابطهٔ تعادلی بلندمدت (مبتنی بر هم‌انباشتگی، هم‌بستگی و دیگر قواعد تصمیم‌گیری ناپارامتریک) بین قیمت دو دارایی طراحی می‌شود. ردیابی و کشف تغییرات غیرعادی و انحراف قیمت‌ها، مبتنی بر شناسایی یک ترکیب خطی از دارایی‌هایی است که سری‌های زمانی آن‌ها، خاصیت بازگشت به میانگین دارند و از تغییرپذیری متناهی برخوردارند. این مدل به ما امکان می‌دهد تا پیش‌بینی‌هایی نسبت به تفاوت نسبی یک زوج از دارایی‌های مالی انجام‌دهیم که آن را اسپرد زوج[1] می‌نامند (نوبرگا و اُلیوریا[2]، ۲۰۱۴). یک استراتژی ساده و خیلی مشهور که در قلمرو تعریف آربیتراژ آماری می‌گنجد، معاملهٔ زوجی است (الیوت، ون‌در هوک و مالکوم[3]، ۲۰۰۵). انواع دیگری از آربیتراژ آماری توسط ویدیامورتی[4] (۲۰۰۴) و پل[5] (۲۰۰۷) مورد بحث و بررسی قرارگرفته است.

1. Pair spread
2. Jarley, Nóbrega and Oliveira
3. Elliot, Van Der Hoek & Malcolm
4. Vidyamurthy
5. Pole

به بیان غیررسمی، اگر دو سهم ویژگی‌های یکسانی دارند، قیمت‌های هر دو دارایی باید کم‌وبیش یکسان باشد؛ یعنی آن‌ها درجه‌ای از تعادل را حفظ کنند. اگر قیمت‌ها واگرا شود، آنگاه محتمل است که یکی از دارایی‌ها بیش از حد قیمت داشته یا دیگری قیمت کمتری داشته باشد. الگوهای معاملهٔ زوجی، مشتمل بر فروش دارایی با قیمت بالاتر و خرید دارایی با قیمت کمتر بدین امید است که قیمت نادرست، در نهایت به‌سمت مقدار تعادلی بلندمدت اصلاح می‌شود (دی‌مورا، پیزینگا، زابلی[1]، ۲۰۱۶). تفاوت بین دو قیمت مشاهده شده، اسپرد نامیده می‌شود. بنابراین، ایده پشت یک استراتژی معاملهٔ زوجی، معامله در نوسان‌های اطراف مقدار تعادلی اسپرد است. نوسان‌های اسپرد اتفاق می‌افتد؛ زیرا ادعا می‌شود که اسپرد خاصیت بازگشت به میانگین دارد. فرد می‌تواند وارد معامله شود، هنگامی که اسپرد انحرافات زیادی از مقدار تعادلی پیدا می‌کند و هنگامی که تعادل برقرار شد، معامله خاتمه می‌یابد (الیوت و همکاران، ۲۰۰۵). برای اینکه معامله سودآور باشد، انحراف اسپرد باید به‌طور منطقی بزرگ‌تر از هزینه‌های معامله باشد. معاملهٔ زوجی، یک استراتژی معامله خنثی در بازار است. از این رو، این استراتژی تلاش می‌کند تا بازدهی مثبت را در هر دوی بازارهای خرسی و گاوی (نزولی و صعودی) با انتخاب تعدادی از موقعیت‌های خریدوفروش بدون مواجهه خالص با بازار به‌دست آورد (دی‌مورا و همکاران، ۲۰۱۶).

ریسک‌های اصلی در یک معاملهٔ زوجی عبارت‌اند از (انگلبرگ، گائو، جاگاناتان[2]، ۲۰۰۹):

ریسک واگرایی: رابطهٔ تعادلی بلندمدت بین دارایی‌ها، ممکن است تغییر کند یا حتی ناپدید (صفر) شود.

ریسک افق زمانی: در یک افق زمانی معین (داده شده) اسپرد هم‌گرا نشود، از این رو به معامله‌گران فشار وارد می‌شود تا قبل از هم‌گرایی، به‌خاطر بدتر شدن قیمت‌گذاری نادرست یا قیمت توافقی، موقعیت خود را ببندند.

بیان صوری معاملات زوجی

ایدهٔ اصلی پشتوانهٔ تئوریک یک زوج (از سهام، اوراق قرضه، ارزهای خارجی، کالاها) با مفهوم هم‌انباشتگی در اقتصاد سنجی ارتباط خیلی نزدیکی دارد. به دو سری زمانی $y_t \sim I(1)$ و $x_t \sim I(1)$ زمانی که $ay_t + bx_t \sim I(0)$ به ازای $a \neq 0$ و $b \neq 0$ هم‌انباشته گفته می‌شود. در اینجا نماد $I(d)$ به معنای انباشته از درجه d است (برای بررسی بیشتر این موضوع و تعاریف عمومی‌تر می‌توان مراجعه کرد به: هاروی[3]، ۱۹۹۳؛ هملیتون[4]، ۱۹۹۴ و اندرز[5]، ۱۹۹۵).

رابطهٔ ۱ را در نظر بگیرید:

$$s_t = \log(p_{t,1}) - [\alpha + \beta \log(p_{t,2})] \quad \text{(رابطهٔ ۱)}$$

به طوری که $p_{t,1}$ و $p_{t,2}$ به‌ترتیب قیمت‌های دارایی‌های A_1 و A_2 در زمان t هستند. تواتر زمانی می‌تواند روزانه یا نوعی فرکانس داخل روز (ثانیه، دقیقه، ساعت) و مانند آن‌ها باشد. اگر $\log(p_{t,1})$ و $\log(p_{t,2})$ هم‌انباشته باشند، اسپرد

1. De Moura, Pizzinga & Zubelli
2. Engelberg, Gao & Jagannathan
3. Harvey
4. Hamilton
5. Enders

s_t مانا خواهد بود. یعنی $s_t \sim I(0)$. در این حالت، α میانگین رابطه هم‌انباشتگی و β نیز ضریب هم‌انباشتگی و A_1 و A_2 یک زوج را تشکیل می‌دهند. پس از تأیید هم‌انباشتگی، s_t اطراف یک مقدار تعادلی نوسان خواهدکرد. این امر در واقع برای معاملات زوجی تقریباً ضروری است. انتخاب مناسب α در رابطهٔ ۱، مقدار صفر را ارائه می‌دهد. هرگونه انحراف معنادار از این مقدار قابل معامله است (دی‌مورا و همکاران، ۲۰۱۶).

ویدیاموریتی (۲۰۰۴) روش مستقیمی را برای محاسبهٔ بازدهی استراتژی معاملات زوجی پیشنهاد کرده است:

فرض کنید که $\log(p_{t,1})$ و $\log(p_{t,2})$ هم‌انباشته باشند؛ یعنی A_1 و A_2 یک زوج با میانگین α و ضریب هم‌انباشتگی β تشکیل بدهند. اگر سرمایه‌گذار در خصوص دارایی A_1 موضع خرید و در خصوص دارایی A_2 موضع فروش بگیرد (یعنی سرمایه‌گذار، اسپرد را خریداری کند) و اگر او موضع خود را حداقل برای $t+i$ حفظ کند ($i = 1, 2, \dots, k$ که k به پارمترهای ریسک واگرایی اشاره دارد)، آنگاه بازدهی متناظر با دوره t تا $t+i$ به‌صورت رابطهٔ ۲ به‌دست می‌آید.

رابطهٔ ۲)

$$\log\left(\frac{p_{t+i,1}}{p_{t,1}}\right) - \beta\log\left(\frac{p_{t+i,2}}{p_{t,2}}\right)$$
$$= \log(p_{t+i,1}) - \log(p_{t,i}) - \beta\left(\log(p_{t+i,2})\right) - \log(p_{t,2}))$$
$$= \log(p_{t+i,1}) - \beta\log(p_{t+i,2}) - \left[\log(p_{t,1}) - \beta\log(p_{t,2})\right]$$
$$= \log(p_{t+i,1}) - \alpha - \beta\log(p_{t+i,2}) - \left[\log(p_{t,1}) - \alpha - \beta\log(p_{t,2})\right] = s_{t+i} - s_t$$

یعنی زمانی‌که نسبت به اسپرد موضع خرید گرفته می‌شود، بازدهی برای موضع خرید به‌سادگی از تفاضل بین مقدار اسپرد در زمان‌های $t+i$ و t به‌دست می‌آید. اگر سرمایه‌گذار دارایی A_2 را بفروشد و دارایی A_1 را بخرد (اکنون اسپرد فروخته شود) می‌توان نشان داد بازدهی اسپرد $s_t - s_{t+i}$ خواهد شد که منفی بازدهی قبلی است.

در ادامه به بررسی مهم‌ترین پژوهش‌های انجام شده در داخل و خارج از کشور در زمینهٔ معاملات زوجی می‌پردازیم.

مطالعات خارجی زیادی به بررسی استراتژی معاملات زوجی بر اساس رهیافت‌های مختلفی پرداخته‌اند که نتایج متفاوتی به‌دست آورده‌اند. در زیر به برخی از آن‌ها اشاره شده است.

انگل و گرنجر[1] (۱۹۸۷) در کار مشهورشان که به مطالعهٔ معاملات زوجی پرداختند، از هم‌انباشتگی و مدل‌های تصحیح خطای برداری (VEC) برای بررسی زوج‌های سهام به‌هم‌مرتبط استفاده کردند. اغلب، اسپرد بین سهم‌ها، به‌صورت گذرا از تعادل انحراف پیدا می‌کند. یک استراتژی معاملاتی این است که در قیمت‌های بالای سهام موضع فروش گرفته و در قیمت‌های پایین سهام موضع خرید گرفته شود تا زمانی که نیروهای بازار به این زوج از سهام فشار وارد کرده و به سمت تعادل حرکت کنند یا به سمت میانگین بازگشت کنند.

یوهانسن و جوسلیوس[2] (۱۹۹۰) کار انگل و گرنجر را توسعه دادند؛ به‌نحوی که دربرگیرندهٔ سبدهای سهام

1. Engle & Granger
2. Johansen & Juselius

هم‌انباشته باشد. تخمین بر اساس مدل خودرگرسیون برداری (VAR) و با استفاده از تخمین زن حداکثر راست‌نمایی (MLE) با یک آزمون والد روی فرضیه‌هایی نسبت به α و β انجام شد.

ویدیاموراتی (۲۰۰۴) بهترین روش برای انتخاب زوج سهم‌های هم‌انباشته را توصیف کرد. ویدیاموراتی در کتابش روش‌های متنوعی، شامل نظریهٔ قیمت‌گذاری آربیتراژ (APT) و مدل‌های هم‌انباشتگی را به‌کار گرفته است. او دریافت که فیلتر کالمن هنگامی بهینه است که معادلات حالت ـ فضا و مشاهده خطی هستند و جملات خطا از توزیع گوسی تبعیت می‌کنند. مدل ریاضیاتی اصلی استفاده شده در فیلتر کالمن، از بوم[1] (۱۹۷۲) مدل مارکف پنهان (HMM) و الگویتم بوم ـ ولچ[2] ریشه گرفته است که مبنایی ایجاد می‌کند برای معادلات انتقال وضعیت و اندازه‌گیری، هنگامی که متغیرهای غیرقابل مشاهده یا وضعیت ـ پنهان[3] را تخمین می‌زنیم.

الیوت و همکارانش (۲۰۰۵) فقط بر مدل‌های حالت ـ فضا، شامل فیلتر کالمن و مدل زنجیرهٔ مارکف بازگشت به میانگین برای نظارت بر اسپرد و کسب سود از تصمیم‌های سرمایه‌گذاری مبتنی بر این اسپرد تمرکز کردند. آن‌ها دریافتند که این کار برای داده‌های بازاری مفید است. ایدهٔ اصلی این است که وقتی اسپرد از یک مقدار از پیش تعیین‌شده فراتر رفت، آنگاه نسبت به اوراق بهادار با ارزش بالاتر موضع فروش و نسبت به اوراق بهادار با ارزش کمتر موضع خرید اتخاذ می‌کنیم. این استراتژی سودآور خواهد بود. با وجود این، سرعت، یک عنصر یا مؤلفهٔ اصلی هم برای شناسایی انحراف مناسب از میانگین و هم برای ورود به موضع قبل از بازگشت به تعادل و از دست رفتن فرصت است.

گاتیو و دیگران (۲۰۰۶) با استفاده از داده‌های بازاری روزانهٔ آمریکا به مدت ۴ سال زوج‌هایشان را به‌وسیلهٔ حداقل‌سازی واریانس در سری قیمتی روزانه زمانی که آن‌ها نرمال‌سازی شده بودند، انتخاب کردند. این استراتژی مستلزم این است که مواضع خرید یا فروش هنگامی اتخاذ شود که قیمت‌ها بین یک زوج، بیش از ۲ $\mp$ انحراف معیار در پیش‌بینی بازگشت به میانگین، منحرف‌شوند.

مورا و همکارانش (۲۰۱۶) یک استراتژی معاملهٔ زوجی پیشنهاد داده‌اند که برای مدل‌سازی اسپرد حاصل از زوجی از دارایی‌ها، کاملاً مبتنی بر مدل‌های فضا ـ حالت خطی طراحی شده است. پس از اینکه مدل فضا حالت مناسب برای اسپرد تخمین زده شد، از فیلتر کالمن برای محاسبهٔ احتمالات شرطی که آیا اسپرد به میانگین بلندمدت خودش باز می‌گردد یا نه، استفاده می‌شود. آن‌ها با به‌کارگیری این استراتژی بر داده‌های واقعی بازارهای آمریکا و برزیل نشان داده‌اند که سبد خیلی پایه‌ای مشتمل بر یک اسپرد تنها، عملکرد بهتری نسبت به برخی از شاخص‌های اصلی بازار دارد.

النعمت، الکسبه و صابر[4] (۲۰۱۸) چارچوب روش‌شناسی جدیدی برای استراتژی معاملهٔ زوجی معرفی‌کردند که همهٔ مراحل از داده‌کاوی تا پایش و معاملهٔ زوج‌ها را در زمان‌های مناسب برای کسب سود انجام می‌دهد. این چارچوب در سیستمی انجام می‌شود که بر طبق استراتژی در زمان‌های مناسب به معامله‌گران اطلاع می‌دهد. سیستم توصیه‌کنندهٔ

1. Baum
2. Baum-welch
3. Latent-state
4. Al-Naymat, Al-Kasassbeh & Sober

پیشنهاد شده با استفاده از داده‌های ساختگی آزمون‌شده و اعتبار آن با نشان‌دادن کسب سود در هر یک از آزمون‌ها ثابت شده است.

چانگ[1] (۲۰۲۰) نشان داد، آربیتراژ آماری، به‌ویژه استراتژی معاملات زوجی، در بازارهای مالی جایگاه خود را به‌دست آورده است و از تکنیک‌های یادگیری ماشین در شاخه مالی استفاده می‌شود. از رهیافت هم‌انباشتگی و شبکه‌های LSTM، به‌ترتیب برای شناسایی زوج سهم‌ها و پیش‌بینی قیمت استفاده شده است. برای اجرای معاملهٔ زوجی روی انواع مختلفی از سبدهای سهام (سبدهای تهاجمی و تدافعی) و مقایسهٔ دقت پیش‌بینی قیمت بر اساس LSTM، از داده‌های بازار سهام آمریکا استفاده شده است. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که دقت پیش‌بینی LSTM روی سهم‌های تهاجمی بیشتر است و اجرای معاملهٔ زوجی روی سبدهای تدافعی، سودآوری بیشتری را در دوره ۲۰۱۶ تا ۲۰۱۷ به‌دست آورده است.

در ایران نیز تحقیقاتی در زمینه استراتژی معاملات زوجی انجام شده است که با توجه به مدل‌ها، روش های مورد استفاده برای انتخاب زوج سهم ها و نیز انجام معاملهٔ زوجی و دوره زمانی منتخب به نتایج متفاوتی رسیده‌اند که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره شده است.

براهیمی پور، داودی[2] (۱۴۰۰)، سودآوری استراتژی معاملهٔ زوجی بر پایه سیستم فضا ـ حالت خطی و فیلتر کالمن در بورس اوراق بهادار را بررسی کردند. استراتژی معاملهٔ زوجی در این پژوهش بر پایه توصیف فرایند قابل مشاهده، یعنی باقی‌مانده‌های مدل هم‌جمعی بر حسب یک فرایند غیرقابل مشاهده با خاصیت بازگشت به میانگین و در ضمن یک مدل حالت فضا قرار دارد. سودآوری استراتژی معاملهٔ زوجی پژوهش روی ۱۲ سهم از زیر مجموعه سهام صنایع فراورده‌های نفتی و فلزات اساسی از بورس اوراق بهادار تهران در فاصله سال‌های ۱۳۹۰–۱۳۹۵ و با توجه به معیار بازده و نسبت شارپ بررسی شده است. نتیجه تحقیق نشان می‌دهد که مدل زوجی پژوهش دارای بازده روزانهٔ ۰/۰۰۴۸ و معیار نسبت شارپ ۱/۲۳ است که در معیار شارپ در مقایسه با معاملهٔ زوجی بر حسب هم‌جمعی و عملکرد بازار سودآورتر است.

فلاح پور و حکیمیان (۱۳۹۸)، در پژوهش خود از روش یادگیری تقویتی که برای مدل‌سازی و بهینه‌سازی مسائل با انواع مختلف روابط بلندمدت مناسب است، به‌منظور انتخاب آستانه‌های معاملاتی و پنجره‌های زمانی مناسب با هدف ماکزیمم‌سازی بازده و مینیمم‌سازی ریسک‌های منفی در معاملات زوجی با رویکرد هم‌انباشتگی استفاده کرده‌اند. پژوهش آن‌ها با به‌کارگیری ترکیبی از روش یادگیری تقویتی و رویکرد هم‌انباشتگی در معاملات زوجی اجرا شده است. نتایج آزمایش روی دیتاهای درون‌روزی زوج سهام منتخب، نشان می‌دهد که استفاده از روش یادگیری تقویتی در طراحی سیستم معاملات در معاملات زوجی نسبت به کارهای قبلی انجام شده، برتری چشمگیری دارد.

جلیلیان، طاهرخانی (۱۳۹۸) با هدف بررسی استراتژی معاملات جفتی در بازار سهام ایران، سهام شرکت‌های سرمایه‌گذاری را برای بازهٔ زمانی ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۴ به‌عنوان نمونه آماری انتخاب کرده‌اند. برای شناسایی جفت سهام، دوره

1. Chang
2. Barahimipour & Davoodi

تشکیل یک‌ساله در نظر گرفته شده و با استفاده از آزمون هم‌بستگی و آزمون‌های هم‌جمعی در نرم‌افزار ایویوز[1] جفت سهام مدنظر شناسایی شده است. در ادامه با استفاده از نرم‌افزار متلب[2]، کد استراتژی نوشته شده و سؤالات تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاکی از قابل اجرا و سودآور بودن استراتژی در اکثر سال‌ها بود. کمری، سارنج، تهرانی و شهبازی (۱۳۹۸)، ضمن طراحی مدل‌های مناسب برای آربیتراژ آماری سهام با استفاده از الگوریتم شبکه‌های عصبی عمیق، جنگل‌های تصادفی، درخت با شیب تقویت شده و ترکیب ساده این مدل‌ها، به تحلیل و بررسی بازده و ریسک مدل‌های طراحی شده پرداخته‌اند. بدین منظور از اطلاعات همه شرکت‌های عضو بورس اوراق بهادار تهران از ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۶ برای ایجاد سیگنال‌های معاملاتی استفاده شده است. طراحی مدل‌های تحقیق و کدنویسی‌های مربوطه و همچنین، آزمون فرضیه‌های تحقیق با آزمون تی و در نرم‌افزار «آر» انجام شده است. یافته‌های تحقیق نشان‌دهنده آن است که بیشترین مقدار بازده ۴/۲۴ درصد در هر روز برای $k = ۵$ است (بدون هزینه معاملات) که خروجی مدل ترکیبی ساده (ENS) است.

طادی، آبکار و مطهری نیا (۱۳۹۷) به‌منظور به‌کارگیری استراتژی معاملات زوجی، زوج سهم‌ها را از صنعت استخراج کانه‌های فلزی و داده‌های قیمت را در بازه زمانی مربوط به سال ۱۳۹۵ انتخاب کرده‌اند. سپس با اعمال استراتژی زوجی و پس‌آزمایی آن، عملکرد استراتژی معاملات زوجی با استراتژی خرید و نگهداری مقایسه شده است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که با فرض وجود سیستم فروش استقراضی و در محدودهٔ آستانه مطلوب، بازدهی معاملات زوجی از استراتژی خرید و نگهداری بیشتر خواهد بود.

فلاح پور و حکیمیان (۱۳۹۶) در پژوهش خود با محاسبه و بررسی بازده و نسبت سورتینو، عملکرد سیستم معاملات زوجی را با استفاده از رویکرد هم‌انباشتگی در بورس اوراق بهادار تهران مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج آزمایش آن‌ها بر روی زوج سهم‌های منتخب در بورس اوراق بهادار تهران نشان می‌دهد که استفاده از سیستم معاملات زوجی به‌عنوان یک سیستم معاملاتی خنثی نسبت به تغییرات و روندهای بازار، بازدهی چشمگیری نسبت به بازدهی معمولی سهام در مدت مشابه دارد.

تنها مقاله فارسی که از فیلتر کالمن در معاملات زوجی استفاده کرده، مقاله براهیمی‌پور و داوودی (۱۴۰۰) است که روش معاملات زوجی ارائه‌شده توسط مورا و همکاران (۲۰۱۶) را روی ۲۱ شرکت از صنایع فراورده های نفتی و فلزات اساسی برای دوره ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ به‌کار برده است.

نوآوری مقاله حاضر نسبت به مقاله براهیمی پور و داوودی، تقویت مبانی نظری و پیشینه مربوط به معاملات زوجی، بر اساس رهیافت فیلتر کالمن، تبیین بهتر رهیافت فیلتر کالمن بر اساس کتاب چان (۲۰۱۳) و اجرای معاملهٔ زوجی روی ۲۶ شرکت صنعت خودرو طی سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۹[3] با استفاده از کدنویسی در پایتون است.

---

1. Eviews
2. Matlab
۳. برای انجام پژوهش سعی شده است که دوره زمانی، ضمن به‌روز بودن، به گونه‌ای باشد که هر دو رژیم صعودی سال ۹۷ و نزولی سال ۹۹ را پوشش دهد؛ به طوری که نتایج تحت شرایط یک وضعیت خاص نباشد.

روش‌شناسی‌پژوهش

در این قسمت به معرفی فیلتر کالمن برای تخمین نسبت پوشش ریسک پویا و روش اجرای استراتژی معاملات زوجی می‌پردازیم.

معرفی فیلترکالمن برای تخمین نسبت پوشش ریسک پویا

با توجه به ماهیت بسیار پویایی که در روابط بین اوراق بهادار وجود دارد، علاقه بسیار زیادی به استفاده از فیلتر کالمن و مدل‌های فضا ـ حالت و طبقه‌ای از الگوریتم‌های مشابه در دانش مالی ایجاد شده است[۱]. فیلتر کالمن ابتدا توسط رادولف کالمن در دهۀ ۱۹۶۰ میلادی برای ردیابی یک هدف متحرک طراحی شد (ولز[۲]، ۲۰۱۳). از زمان معرفی فیلتر کالمن، این روش کاربرد گسترده‌ای در سایر قلمروهای دانش پیدا کرده است. برای مثال، امروزه از فیلتر کالمن برای تخمین‌های مسیر موشک بالستیک، تکنولوژی رادار، سیستم‌های موقعیت‌یابی جهانی، ردیابی‌های ماهواره‌ای، رباتیک و اقتصادسنجی استفاده می‌شود.

برای یک زوج از سری‌های قیمتی واقعاً هم‌انباشته، تعیین نسبت پوشش ریسک کاملاً آسان است. فقط کافی است تا می‌توانیم داده‌های تاریخی زیادی جمع‌آوری کنیم و از روش حداقل مربعات معمولی (OLS) برای برازش رگرسیون یا از آزمون هم‌انباشتگی یوهانسن برای یافتن بردارهای ویژه استفاده کنیم. اما می‌دانیم مانایی و هم‌انباشتگی، ایدئال‌هایی هستند که سری‌های قیمتی واقعی کمی می‌توانند این خواص را داشته باشند. سؤال این است که چگونه می‌توانیم نسبت پوشش ریسک جاری را برای یک زوج از سری‌های قیمتی واقعی تخمین بزنیم، به‌گونه‌ای که این نسبت بتواند در طی زمان تغییر کند؟

فیلتر کالمن یک الگوریتم خطی بهینه است که مقدار انتظاری یک متغیر پنهان را مبتنی بر آخرین مقدار یک متغیر قابل مشاهده به‌روزرسانی می‌کند (کلیمن[۳]، ۲۰۰۷). این فیلتر خطی است؛ زیرا فرض می‌کند که متغیر مشاهده شده، تابعی خطی از متغیر پنهان با یک نویز است. همچنین فرض می‌کند که متغیر پنهان در زمان t، تابعی خطی از خودش در زمان t−۱ با یک نویز است و این نویزهایی که در این توابع حضور دارند توزیع‌های گوسی دارند و ازین رو می‌تواند با یک ماتریس کواریانس در حال تکامل تعیین شود با فرض این که میانگین‌ها صفر باشند. از آنجا که همه این روابط خطی هستند، مقدار انتظاری متغیر پنهان در زمان t نیز یک تابع خطی، از مقدار انتظاری قبل از مشاهده در زمان t و تابعی خطی از مقدار متغیر مشاهده شده در t است. فیلتر کالمن، بهینه است بدین معنا که این فیلتر، بهترین تخمین‌زن در دسترس است اگر فرض‌کنیم که خطاها گوسی هستند و این که این فیلتر میانگین مجذور خطای متغیرهای تخمین‌زده شده را حداقل می‌کند (چان[۴]، ۲۰۱۳).

برای هر کاربرد فیلتر کالمن، لازم است که ابتدا بفهمیم این متغیرها و ماتریس‌ها چه هستند. متغیر (بردار) قابل

---

۱. برای نمونه می‌توان به مطالعات طالب‌زاده و صادقی (۱۳۹۹) و حکمت و همکاران (۱۳۹۹) مراجعه کرد.

2. Wells
3. Kleeman
4. Chan

مشاهده، متغیر (بردار پنهان)، مدل (ماتریس) انتقال وضعیت یا حالت، مدل (ماتریس) مشاهده. این در واقع تنها قسمت خلاقانه کاربرد است؛ زیرا به محض اینکه این مقادیر تعیین شوند، بقیهٔ ماجرا تنها کاربرد رباتیک یک الگوریتم موجود است. برای شناخت نحوهٔ استخراج روابط بین این مقادیر، می‌توان به کتاب‌های هاروی[1]، ۱۹۹۰ یا تسای[2]، ۲۰۰۵ مراجعه کرد.

در این مقاله از زبان برنامه نویسی پایتون برای استخراج این روابط استفاده می‌شود. تمرکز و هدف ما یافتن نسبت پوشش ریسک، میانگین و تغییرپذیری اسپرد است. متغیر قابل‌مشاهده یکی از سری‌های قیمتی است که با y نشان می‌دهیم و متغیر پنهان نسبت پوشش ریسک یعنی β است.

تابع خطی که y و β را به یکدیگر مرتبط می‌کند، به شرح رابطهٔ ۳ است (چان، ۲۰۱۳).

رابطهٔ ۳) معادلهٔ اندازه‌گیری $$y(t) = x(t)\beta(t) + \epsilon(t)$$

x عبارت‌است از سری زمانی قیمت دارایی دیگر و ϵ یک نویز گوسی با واریانس v_ϵ است. همان‌طور که معمولاً اجازه می‌دهیم ،اسپرد بین x و y میانگین غیرصفر داشته باشد از یک بردار β ۲× ۱برای نشان دادن هر دو عرض از مبدأ μ و شیب رابطهٔ خطی بین x و y استفاده می‌کنیم. ما $x(t)$ را با یک بردار ستونی از یک‌ها افزایش می‌دهیمبرای ایجاد یک آرایه $N \times 2$ تا جابه‌جایی ثابت بین x و y امکان‌پذیر شود. x واقعاً به‌عنوان یک مدل مشاهده در فیلتر کالمن خدمت می‌کند.

در گام بعد این فرض اساسی مطرح می‌شود که ضریب رگرسیونی (متغیر پنهان ما) در زمان t مشابه مقدار آن در زمان t −۱ به‌علاوه نویز است:

رابطهٔ ۴) معادلهٔ انتقال وضعیت $$\beta(t) = \beta(t-1) + \omega(t-1)$$

به طوری که ω یک نویز گوسی با کواریانس v_ω است. به عبارت دیگر، مدل انتقال وضعیت، تنها یک ماتریس واحد است. با معین فرض‌کردن تصریح چهار مقدار مهم فوق، فیلتر کالمن می‌تواند به‌صورت تکراری مقدار انتظاری متغیر پنهان β را با فرض یک مشاهده در t ایجاد کند. یکی از مزایای قابل توجه استفاده از فیلتر کالمن برای یافتن β این است که ما یک نسبت پوشش ریسک پویا بین دو دارایی به‌دست می‌آوریم.

معادلات تکراری فیلتر کالمن

مقدار انتظاری β در زمان t با فرض مقدار مشاهده شده در t−1 را به وسیله $\hat{\beta}(t|t-1)$ ، مقدار انتظاری β بافرض مقدار مشاهده شده در زمان t را با $\hat{\beta}(t|t)$ و مقدار انتظاری y(t) با فرض مشاهده در t−1 را با $\hat{y}(t|t-1)$ نشان می‌دهیم. با فرض مقادیر $\hat{\beta}(t-1|t-1)$ و $R(t-1|t-1)$ در زمان t−1 می‌توانیم پیش‌بینی‌های یک مرحله‌ای زیر را انجام دهیم (چان، ۲۰۱۳):

1. Harvey
2. Tsay

رابطهٔ ۵) پیش‌بینی وضعیت $\hat{\beta}(t|t-1) = \hat{\beta}(t-1|t-1)$

رابطهٔ ۶) پیش‌بینی کواریانس وضعیت $R(t|t-1) = R(t-1|t-1) + v_\omega$

رابطهٔ ۷) پیش‌بینی اندازه‌گیری $\hat{y}(t) = x(t)\hat{\beta}(t|t-1)$

رابطهٔ ۸) پیش‌بینی واریانس اندازه‌گیری $Q(t) = x(\acute{t})R(t|t-1)x(t) + v_e$

به طوری که $R(t|t-1)$ عبارت است از $cov(\beta(t) - \hat{\beta}(t|t-1))$ کواریانس خطای تخمین‌های متغیر پنهان را اندازه‌گیری می‌کند (این یک کواریانس است نه واریانس، زیرا β حاوی دو جز مستقل است). به‌طور مشابه $R(t|t)$ عبارت است از: $cov(\beta(t) - \hat{\beta}(t|t))$.

شایان ذکر است که متغیر پنهان، هم حاوی میانگین اسپرد و هم پوشش ریسک است، از این رو R یک ماتریس ۲×۲ است. $e(t) = y(t) - x(t)\hat{\beta}(t|t-1)$ خطای پیش‌بینی برای y(t) با معلوم‌بودن مشاهده در t −۱ است و $Q(t)$ عبارت است از $Var(e(t))$ که واریانس خطای پیش‌بینی را اندازه‌گیری می‌کند.

بعد از مشاهده اندازه در زمان t، معادلات مشهور فیلتر کالمن، یعنی به‌روزرسانی تخمین وضعیت و به‌روزرسانی کواریانس وضعیت، به‌صورت زیر خواهند بود (چان، ۲۰۱۳).

رابطهٔ ۹) به‌روزرسانی وضعیت $\hat{\beta}(t|t) = \hat{\beta}(t|t) + k(t) * e(t)$

رابطهٔ ۱۰) به‌روزرسانی کوریانس وضعیت $R(t|t) = R\big(t\big|t-1) - k(t) * x(t) * R(t|t-1)\big)$

در معادله بالا k(t) عایدی کالمن نامیده می‌شود و به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

رابطهٔ ۱۱) عایدی کالمن $k(t) = R(t|t-1) * x(t)/Q(t)$

برای شروع کردن این فرایندهای بازگشتی، فرض می‌کنیم:

رابطهٔ ۱۲) $\hat{\beta}(1|0) = 0, R(0|0) = 0$

اما درباره v_ω و v_e چه می‌توان گفت؟

روشی برای تخمین این واریانس‌ها بر اساس داده‌ها وجود دارد که حداقل مربعات خودکوریانس نامیده می‌شود که توسط راجامانی و رالینگز[1] (۲۰۰۷ و ۲۰۰۹) توسعه پیدا کرده است. برای سادگی فرض می‌کنیم: $v_m = \frac{\delta}{1-\delta} I$ به طوری که δ یک پارامتر بین صفر و یک است و I یک ماتریس یکه ۲×۲ است. اگر δ = ۱ باشد، بدین معناست که β تخمین زده شده بر اساس آخرین مشاهده به شدت در نوسان خواهد بود. δ بهینه، درست مانند یادآوری بهینه در یک رگرسیون

1. Rajamani and Rawlings

خطی متحرک، با استفاده از داده‌های یادگیری به‌دست خواهد آمد. با بهره‌مندی از ادراک، ۰/۰۰۰۱ = δ را انتخاب می‌کنیم همچنین با ادراک مشابهی ۰/۰۰۱ = v_e را انتخاب می‌کنیم.

در ادامه کاربرد واقعی استفاده از فیلتر کالمن برای تخمین یک β پویا برای سهم‌های زوجی را توصیف می‌کنیم.

استراتژی بازگشت به میانگین با استفاده از فیلتر کالمن

اکنون می‌توانیم فیلتر کالمن را (رابطه‌های ۱ تا ۹) را اجرا کنیم و آن‌ها را برای سهم‌های زوجی به‌کار ببریم. فرض می‌کنیم سری‌های قیمتی در بردارهای $T \times 1$ ،x و y ذخیره شده‌اند. با استفاده از مقادیر محاسبه‌شده براساس فیلتر کالمن، می‌توان برای ساختن استراتژی بازگشت به میانگین استفاده کرد. خطای پیش‌بینی اندازه‌گیری e(t) (که قبلاً خطای پیش‌بینی برای y(t) با فرض مشاهده در t −۱ نامیده شد) چیزی نیست جز انحراف اسپرد بین قیمت‌های سهام از مقدار میانگین پیش‌بینی شده‌اش و ما می‌توانیم این اسپرد را بخریم هنگامی که انحراف خیلی منفی است و بر عکس عمل کنیم اگر خیلی مثبت باشد. سؤال این است که چقدر باید منفی یا مثبت باشد؟ این امر بستگی دارد به انحراف معیار پیش‌بینی شده e(t) که چیزی نیست جز: Q(t). می‌توان نمودار e(t) و $\sqrt{Q(t)}$ را در یک شکل ترسیم کرد تا ببینیم که $\sqrt{Q(t)}$ با فرض مقدار کم δ، کاملاً آهسته تغییر می‌کند (چان، ۲۰۱۳). از کدنویسی در نرم‌افزار پایتون می‌توان برای تعیین سیگنال‌های ورود به معامله و خروج از معامله استفاده نمود.

معرفی داده‌ها و تخمین مدل

پژوهش حاضر از بُعد هدف کاربردی، از بُعد ماهیت توصیفی ـ تحلیلی و از بُعد گردآوری اطلاعات از نوع مطالعات کتابخانه‌ای است. قلمرو زمانی این پژوهش[1] از ۱۳۹۵/۰۶/۱۳ تا ۱۳۹۹/۰۵/۰۸ است که شامل قیمت‌های روزانه سهام ۱۴۲۶ روز معاملاتی در قالب سری‌های زمانی می‌شود. در این پژوهش از قیمت نهایی ۲۶ شرکت صنعت خودرو با استفاده از داده‌های نوآوران امین اقدام به جمع‌آوری داده‌ها کرده و به‌منظور پردازش داده‌ها از پایتون استفاده شده است.

۴۰ درصد داده‌ها، یعنی ۵۷۰ روز به‌عنوان درون نمونه استفاده می‌شود و بر اساس آن‌ها، آزمون هم‌انباشتگی بین سهم‌های مختلف انجام می‌گیرد و جفت سهم‌های هم‌انباشته بدین طریق محاسبه می‌شود. سپس تابع کالمن فیلتر و نیمه عمر را تعریف می‌کنیم و از ۶۰ درصد باقی‌مانده داده‌ها یعنی از تاریخ ۱۳۹۷/۰۱/۰۸ الی ۱۳۹۹/۰۵/۰۸ معادل ۸۵۶ روز برای پس‌آزمایی[2] استفاده می‌شود.

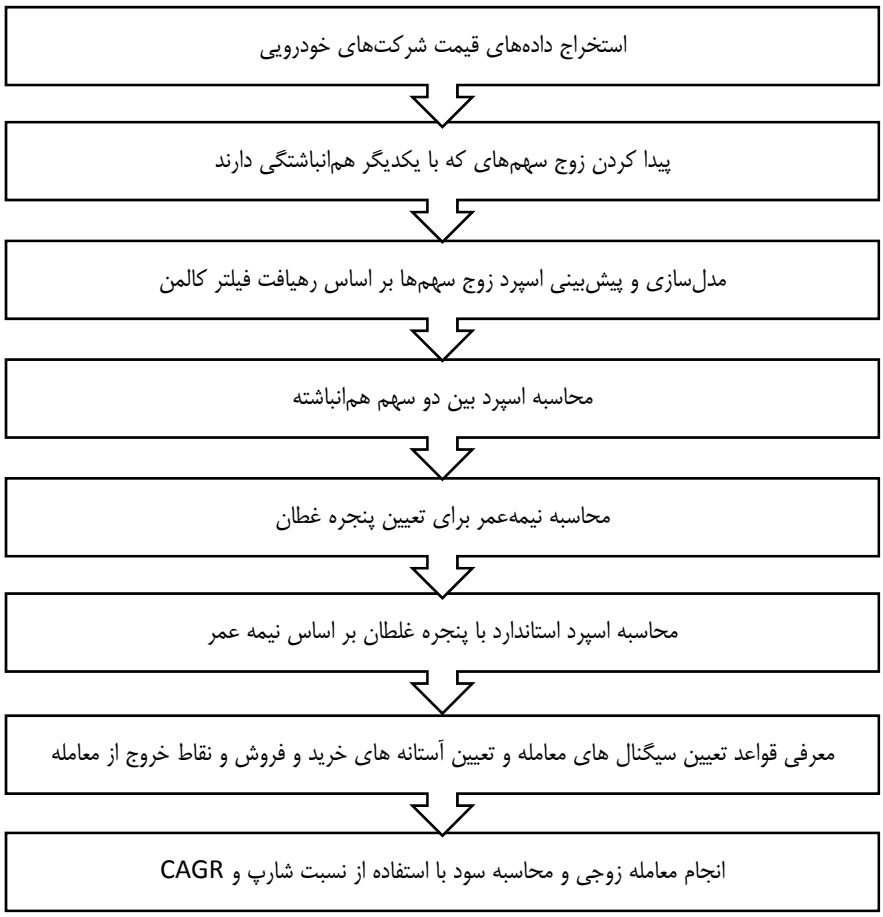
طبق مقالهٔ راموس ـ رکوئنت و همکاران[3] (۲۰۲۰) برای ارزیابی وجود رابطهٔ بازگشت به میانگین بین قیمت زوج سهم‌ها و انتخاب زوج سهم‌ها برای ورود به استراتژی معاملات زوجی، روش‌های مختلفی وجود دارد، از جمله: مینیمم فاصله[4] لگاریتم قیمت، هم‌بستگی بازده‌ها، هم‌انباشتگی بازده‌ها و حداقل نمای هرست[5]. برای نمونه می‌توان به

1. 2016-09-03 2020-07-29
2. Back test
3. Ramos-Requena et al.
4. Distance
5. Hurst Exponent

پژوهش‌های داخلی نیز اشاره کرد، مانند: طادی و آبکار (۱۳۹۷) که در پژوهش خود، از رویکرد فاصله‌ای و فلاح پور و حکیمیان (۱۳۹۸) که از رویکرد هم‌انباشتگی در پژوهش خود استفاده کرده‌اند. در این مقاله از روش هم‌انباشتگی برای انتخاب زوج سهم‌ها استفاده می‌شود.

بر اساس مقالهٔ کراس[1] (۲۰۱۵) پنج دسته از روش‌ها در ادبیات مرتبط با معاملات زوجی استفاده شده است: رهیافت مبتنی بر فاصله، رهیافت مبتنی بر هم‌انباشتگی، رهیافت سری‌های زمانی شامل فیلتر کالمن، رهیافت کنترل تصادفی[2] و سایر رهیافت‌ها شامل یادگیری ماشین[3]، کاپیولا[4] و تحلیل اجزای اصلی[5]. در این مقاله روش هم‌انباشتگی و فیلترکالمن برای انجام معاملات زوجی استفاده شده و نتایج مقایسه می‌شود.

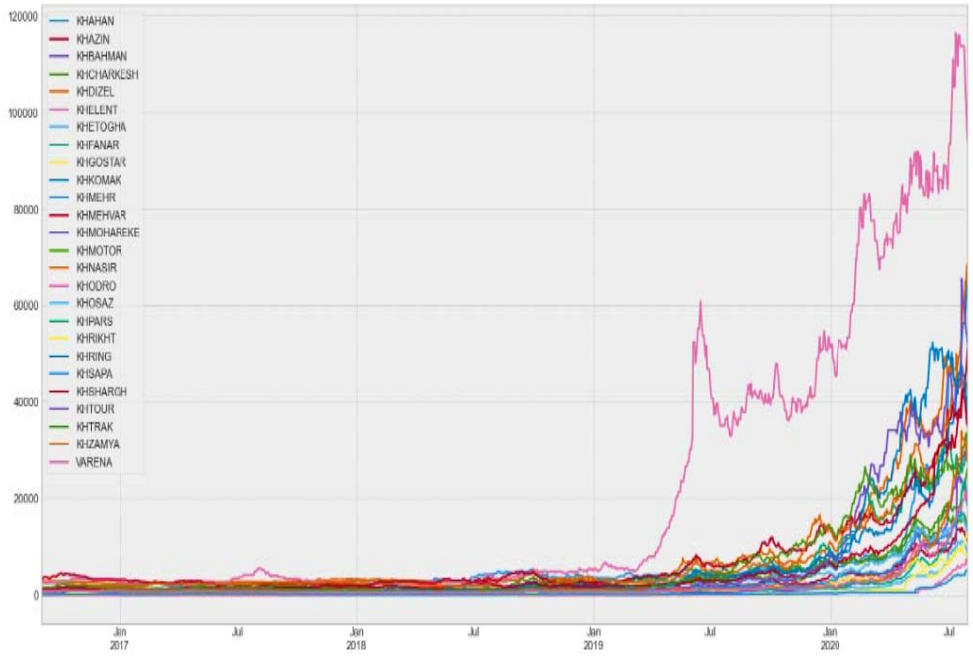
مراحل کلی اجرای استراتژی معاملهٔ زوجی در شکل ۱ مشاهده می‌شود.



شکل ۱. نمودار مراحل کلی اجرای پژوهش

1. Krauss, Christopher
2. Stochastic control approach
3. Machine Learning
4. Copula
5. Principal Components Analysis

در شکل ۲، قیمت کلیه شرکت‌های مورد استفاده در طی زمان نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود و بر طبق انتظار، قیمت‌ها نامانا هستند؛ ولی هم‌حرکتی بین آن‌ها مشاهده می‌شود.



شکل ۲. نمودار تغییرات قیمت

در این پژوهش از قیمت پایانی تعدیل‌شده به‌عنوان متغیر اصلی استفاده شده است. شروع کار با سری قیمت‌های خام P_{it} است که نشان دهنده قیمت سهام شرکت i در روز t است، همچنین P_{it-1} نشان‌دهنده قیمت سهام شرکت i در روز $t-1$ است. با توجه به اینکه توزیع قیمت سهام به توزیع لاگ‌نرمال[1] نزدیک است، برای محاسبه بازده داده‌ها از فرمول بازده لگاریتمی به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم.

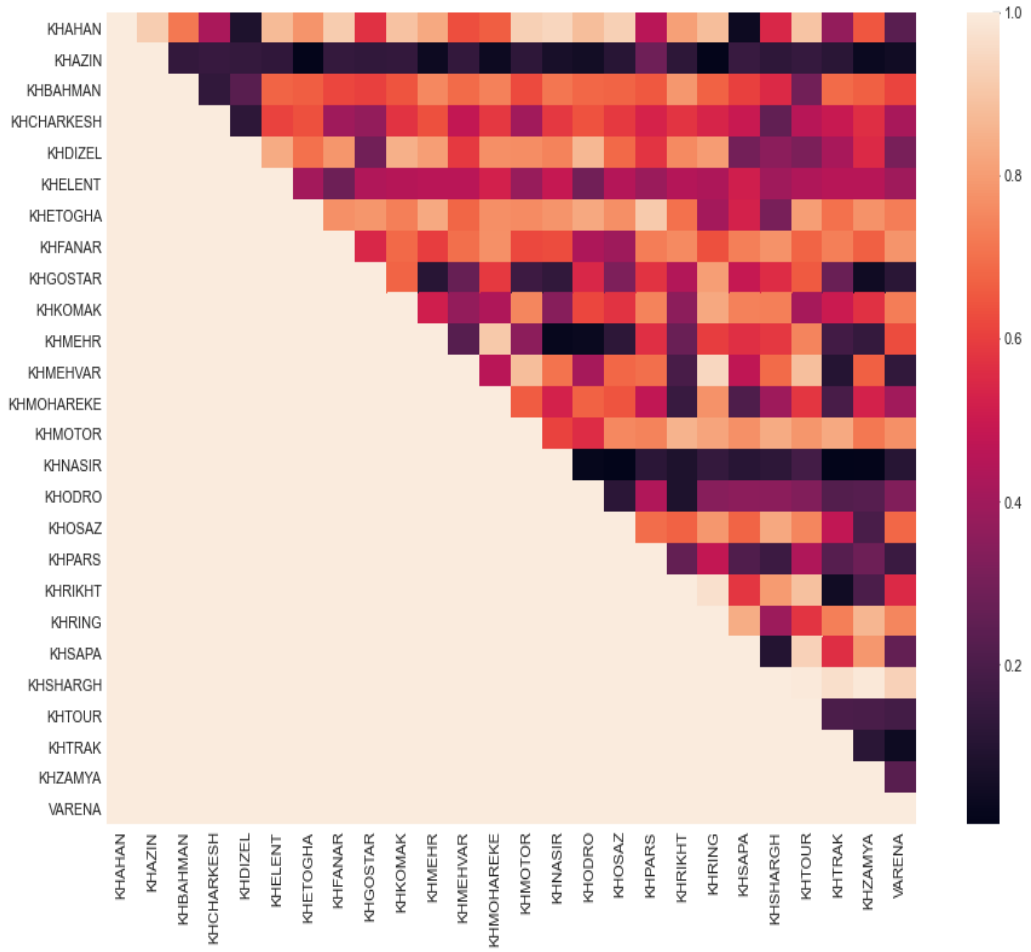
$$R_{it} = ln\frac{P_{it}}{P_{it-1}}$$ رابطهٔ ۱۳)

همان‌گونه که در مراحل فرایند انجام پژوهش توضیح دادیم، مرحلهٔ اول، انتخاب زوج‌های مناسب برای ورود به استراتژی است. برای بررسی خاصیت بازگشت به میانگین روش‌های مختلفی وجود دارد از جمله هرست[2] (مانند پژوهش راموس ـ رکوئنت و همکاران، ۲۰۱۷) و هم‌انباشتگی. در این پژوهش از روش هم‌انباشتگی برای بررسی خاصیت بازگشت به میانگین داده‌ها استفاده می‌شود.

ابتدا با استفاده از آزمون هم‌انباشتگی[3]، جفت سهم‌هایی را که با همدیگر در طول زمان هم‌حرکتی دارند، شناسایی

1. Lognormal
2. Hurst
3. Co-integration

می‌کنیم. یکی از روش‌های متداول برای مصورسازی داده‌ها، استفاده از نقشه‌های حرارتی[1] است. نمودار نقشهٔ حرارتی، از یک طیف مقیاس رنگی کدگذاری می‌شود که در آن هم‌انباشتگی بالا به رنگ قرمز تیره مایل به سیاه نشان داده می‌شود و هرچه هم‌انباشتگی بین داده‌ها کمتر شود، به‌سمت سفید متمایل می‌شود. در شکل ۳ نتیجهٔ آزمون هم‌انباشتگی بین جفت سهم‌ها ملاحظه می‌شود:



شکل ۳. نمودار هم‌انباشتگی بین سهم‌ها

با توجه به نتایج آزمون هم‌انباشتگی، از بین ۲۶ سهمی که برای تحلیل انتخاب کرده بودیم، تنها ۱۶ جفت سهم رابطه هم‌انباشتگی دارند که نتایج در جدول ۱ گزارش شده است. فرضیه صفر در این آزمون، عدم رابطه هم‌انباشتگی بین زوج سهم‌هاست. احتمالات متناظر، کمتر از ۵درصد به‌دست آمده است که نشان‌دهندهٔ وجود رابطه هم‌انباشتگی بین زوج سهم‌هاست.

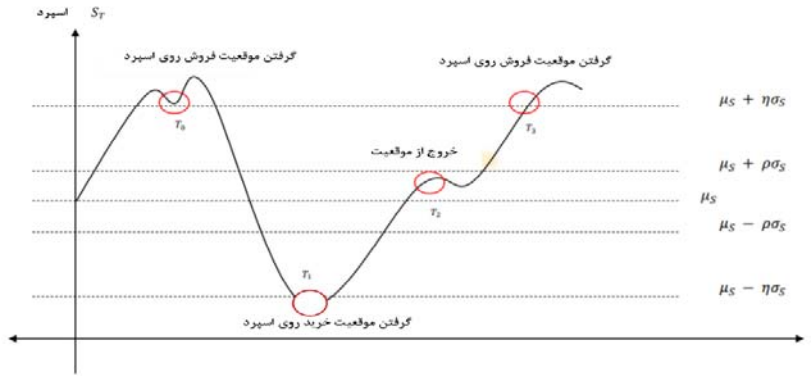
1. Heatmap

جدول ۱. نتایج انتخاب جفت سهم‌ها بر اساس آزمون هم‌انباشتگی

سهم اول	سهم دوم	P-Value
خاهن	خساپا	۰/۰۳۸۱۶۷
خاذین	ختوقا	۰/۰۰۹۰۲۶
خاذین	خمهر	۰/۰۳۵۴۱
خاذین	خمحرکه	۰/۰۳۶۸۶
خاذین	خرینگ	۰/۰۰۹۹۷۶
خاذین	خزامیا	۰/۰۳۱۲۸
خاذین	ورنا	۰/۰۴۹۵۳
خگستر	خزامیا	۰/۰۴۳۴
خمهر	خنصیر	۰/۰۱۹۹۹
خمهر	خودرو	۰/۰۳۰۴۸
خنصیر	خودرو	۰/۰۱۵۲۳
خنصیر	خوساز	۰/۰۰۳۵۳۲
خنصیر	ختراک	۰/۰۰۳۹۸۱
خنصیر	خزامیا	۰/۰۰۹۲۴۵
خریخت	ختراک	۰/۰۴۶۹۴
ختراک	ورنا	۰/۰۴۱۰

یافته‌های پژوهش

همان‌گونه که در قسمت روش‌شناسی توضیح دادیم، هدف از اجرای پژوهش حاضر، این است که بر اساس رهیافت فضا ـ حالت و با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن، به تخمین نسبت پوشش ریسک پویا برای ارائه سیگنال‌های معامله بپردازیم و نتیجه آن را با روش هم‌انباشتگی مبتنی بر OLS که از نسبت ایستا استفاده می‌کند، مقایسه کنیم. در شکل ۴، نحوهٔ اتخاذ سیگنال خریدوفروش در استراتژی معاملهٔ زوجی نمایش داده شده است.



توضیح نمودار: هنگامی که اسپرد به اندازه $\pm 2\sigma$ از میانگین منحرف می‌شود (واگرا می‌شود)، اسپرد را می‌فروشیم یا می‌خریم. هنگامی که اسپرد به درون فاصله $\pm 0/5\sigma$ از میانگین همگرا می‌شود، از معامله خارج می‌شویم تا از معامله سود کسب کنیم

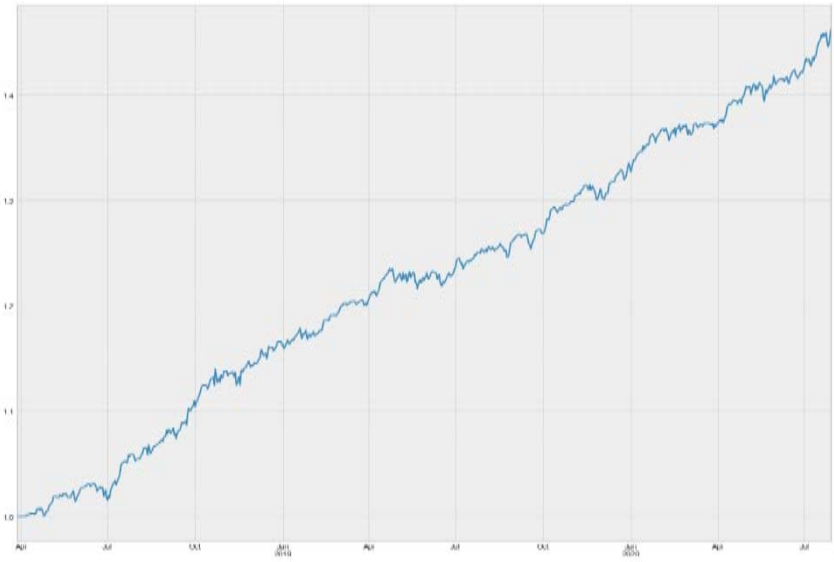
شکل ٤. نمودار قواعد معاملهٔ زوجی

منبع: ون و همکاران[1] (۲۰۱۹)

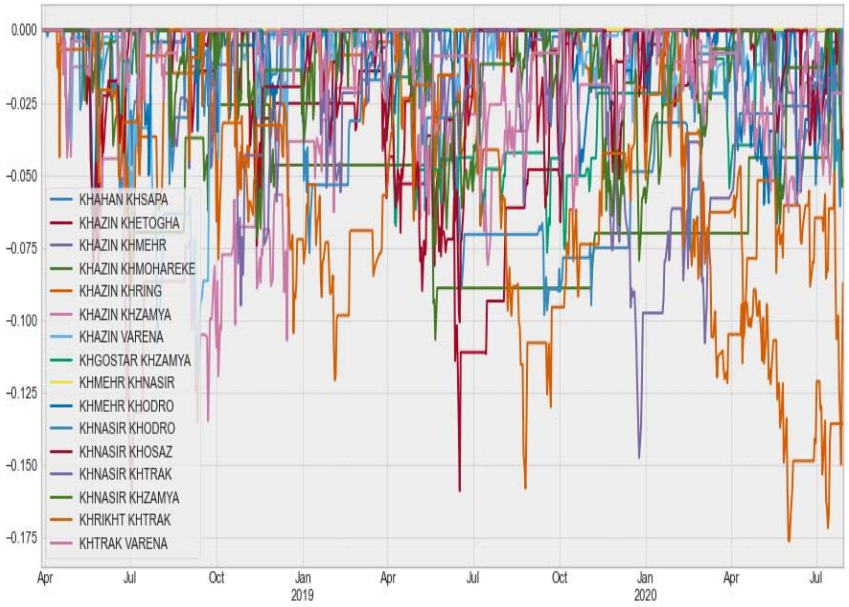
1. Wen Yan, Chung Wa & Yao Brendan

در چهار نمودار زیر، میزان سوآوری استراتژی معاملات زوجی و همچنین، میزان ماکسیمم ریزش‌مورد انتظار (DrawDown) بر اساس رویکرد فیلتر کالمن و هم‌انباشتگی مبتنی بر OLS ملاحظه می‌شود. بر اساس روش فیلتر کالمن میزان بازدهی ۰/۱۱ و نسبت شارپ ۳/۰۶ به‌دست آمد. این دو نسبت برای روش هم‌انباشتگی مبتنی بر OLS به‌ترتیب برابر ۰/۰۱- و ۰/۳- به‌دست آمد که نشان دهنده برتری رویکرد فیلتر کالمن نسبت به روش OLS است.

خروجی فیلتر کالمن در شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود.

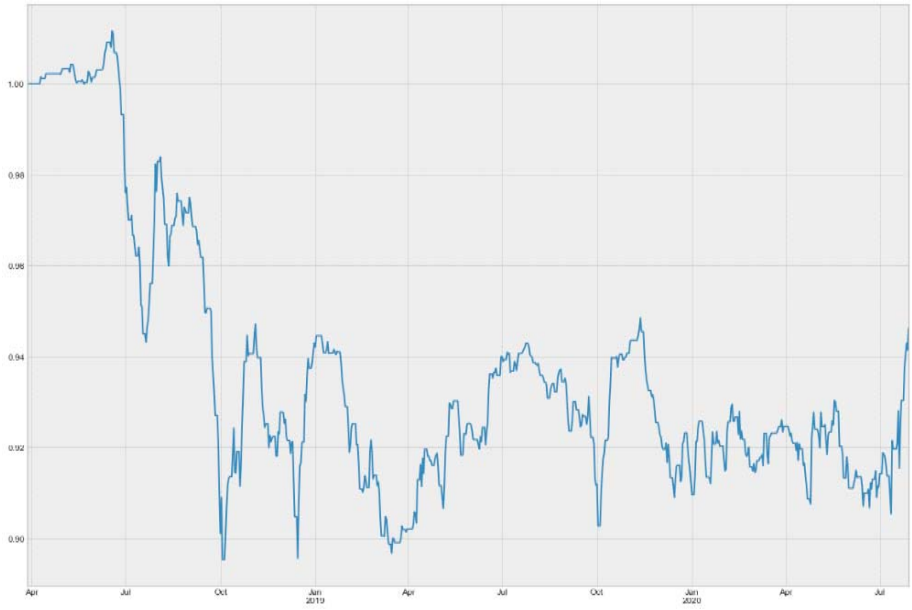


شکل ۵. نمودار میزان بازدهی CAGR در روش فیلتر کالمن

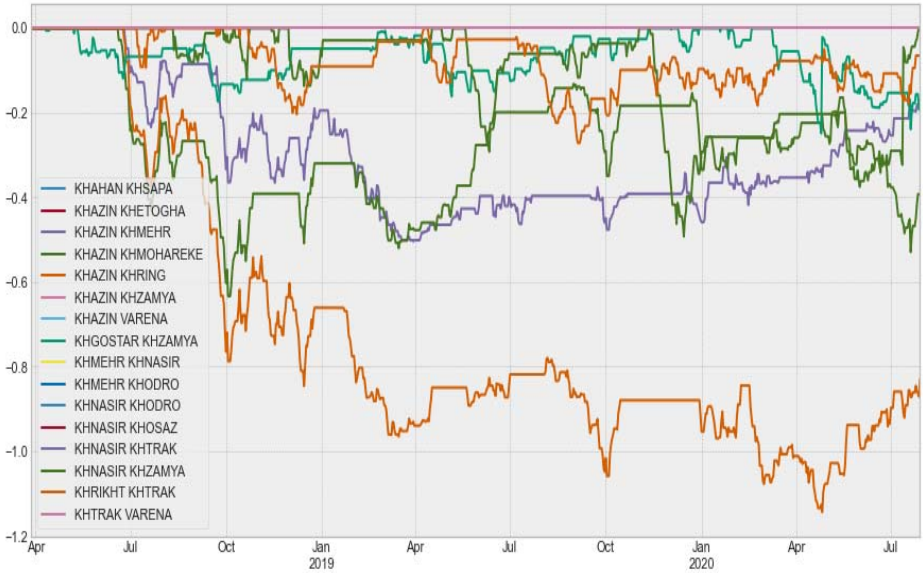


شکل ٦. ماکسیمم ریزش مورد انتظار (DrawDown) در روش فیلتر کالمن

خروجی بر اساس OLS معمولی در نمودارهای زیر مشاهده می‌شود.



شکل ۷. نمودار میزان بازدهی CAGR در روشOLS



شکل ۸. نمودار ماکسیمم ریزش مورد انتظار (DrawDown) در روش OLS

خروجی نتایج دو روش تخمین نسبت پوشش ریسک پویا بر اساس فیلتر کالمن و ایستا بر اساس هم‌انباشتگی برای جفت سهم‌های وارد شده به استراتژی معاملات زوجی به شرح جدول ۲ است.

جدول ۲. خروجی نتایج دو روش تخمین نسبت پوشش ریسک ایستا و پویا

جفت سهم		فیلتر کالمن		براساس OLS	
سهم اول	سهم دوم	نسبت شارپ	نرخ رشد سالانه مرکب (CAGR)	نسبت شارپ	نرخ رشد سالانه مرکب (CAGR)
خاهن	خساپا	۱/۷۳	۰/۲۰۶۷	۰/۰	۰/۰
خاذین	ختوقا	۰/۹۸	۰/۱۰۳۳	۰/۰	۰/۰
خاذین	خمهر	۰/۰	۰/۰	−۰/۱۵	−۰/۰۳۱۸
خاذین	خمحرکه	۰/۲	۰/۰۱۲۴	۰/۱۳	۰/۰۳۵۷
خاذین	خرینگ	۰/۸۲	۰/۱۱۴۴	−۰/۹۷	−۰/۴۰۵۸
خاذین	خزامیا	۰/۸۷	۰/۰۹۹۲	۰/۰	۰/۰
خاذین	ورنا	۱/۶۷	۰/۱۸۰۲	۰/۰	۰/۰
خگستر	خزامیا	۱/۰۶	۰/۰۹۵۲	۰/۰۴	−۰/۰۰۹۱
خمهر	خنصیر	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰
خمهر	خودرو	۱/۶	۰/۱۹۵۶	۰/۰	۰/۰
خنصیر	خودرو	۰/۷	۰/۰۷۷	۰/۰	۰/۰
خنصیر	خوساز	۱/۲۲	۰/۱۷۶۱	۰/۰	۰/۰
خنصیر	خنراک	۰/۹۶	۰/۱۷۰۷	۰/۰	۰/۰
خنصیر	خزامیا	۱/۲	۰/۱۷۰۷	−۰/۰۴۳۴۳	−۰/۱۰۳۱
خریخت	خنراک	۰/۲۶	۰/۰۳۹	۰/۳۶	۰/۰۷۶۷
خنراک	ورنا	۱/۳۹	۰/۱۹۷۲	۰/۰	۰/۰

مهم‌ترین آمار تحلیلی از دو رویکرد، روی بازده کل ناشی از کلیه سهم‌ها در جدول ۳ درج شده است. نتایج با استفاده از کتابخانه ffn در پایتون که مخصوص تحلیل‌های آماری مالی است، استخراج شده است.

با توجه به نتایج جدول ۳، بازده کل به‌دست‌آمده در روش فیلتر کالمن ۰/۴۶۲ است که نسبت به روش هم‌انباشتگی که بازده منفی به‌دست‌آمده، عدد شایان توجهی است. دو نسبت مهم دیگر برای ارزیابی نتایج نسبت شارپ و میانگین ریزش مورد انتظار است که نسبت شارپ برای روش فیلتر کالمن، در دورهٔ زمانی سالانه برابر ۳/۶۲ و برای روش هم‌انباشتگی برابر ۰/۰۴ است. همچنین نسبت میانگین ریزش مورد انتظار برای روش فیلتر کالمن، در دورهٔ زمانی روزانه برابر ۰/۰۰۳۷− است که این نسبت برای هم‌انباشتگی نیز ۰/۰۲− است. با توجه به کلیهٔ نتایج مقایسهٔ این دو رویکرد، برتری روش فیلتر کالمن نسبت به روش هم‌انباشتگی، برای انجام استراتژی معاملهٔ زوجی در بازارسهام تهران تأیید می‌شود.

جدول ۳. نتایج مهم تحلیل آماری

	OLS	فیلتر کالمن
نرخ بازده بدون ریسک	۰/۰	۰/۰
بازده کل	−۰/۰۵۳۷	۰/۴۶۲
نرخ رشد سالانه مرکب	۰/۰۲۳۳	۰/۱۷۶
ماکسیمم ریزش مورد انتظار[1]	−۰/۱۱۴۹	−۰/۰۱۵۲
کالمر	−۰/۲۰۳۳	۱۱/۵۹۱
شارپ روزانه	−۰/۲۹۸۸	۳/۰۶۲
سورتینو روزانه	−۰/۴۸۱	۵/۲۱۲
میانگین روزانه	−۰/۰۱۵۰	۰/۱۱۲۷
نوسان‌های روزانه	۰/۰۵۰۳۶	۰/۰۳۶۸
چولگی روزانه	۰/۳۹۱۴	−۰/۱۳۴
کشیدیگی روزانه	۴/۸۶۶	۳/۱۰۲۲
بهترین روز	۰/۰۱۷۷	۰/۰۱۳۳
بدترین روز	−۰/۰۱۵۰	−/۰۱۰۳
شارپ ماهانه	−۰/۳۰۳۳	۴/۸۸۶
سورتینو ماهانه	−۰/۴۶۹۸	۱۰۶/۸۱۴
میانگین ماهانه	−۰/۰۲۱۲	۰/۱۶۴۴
نوسان‌های ماهانه	۰/۰۷۰۳۶	۰/۰۳۳۶۴
چولگی ماهانه	−۰/۴۶۹۱۵	۰/۵۰۳۱۷
کشیدگی ماهانه	۲/۲۹۶۱	−۰/۶۶۳۶
بهترین ماه	۰/۰۳۸۲۹	۰/۰۳۵۰۳
بدترین ماه	۰/۰۶۳۴	۰/۰۰۲۳۵
شارپ سالانه	۰/۰۴۷۳	۳/۶۲۲۲
سورتینو سالانه	۰/۱۰۱۵	inf
میانگین سالانه	۰/۰۰۲۳	۰/۱۲۱۶
نوسان‌های سالانه	۰/۰۴۹۲	۰/۰۳۳۵۸
بهترین سال	۰/۰۳۷۱۲	۰/۱۴۵۴
بدترین سال	−۰/۰۳۲۴۵	۰/۰۹۷۹۱
میانگین ریزش مورد انتظار	−۰/۰۲۰۲۸	−۰/۰۰۳۷۷
میانگین ریزش مورد انتظار روزانه	۱۳۴/۵	۵/۴۸۴

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

استراتژی معاملات زوجی، یکی از اشکال آربیتراژ آماری است که از میانهٔ دههٔ ۱۹۸۰ مطرح شده و طی سال‌های اخیر، پذیرش گسترده‌ای بین صندوق‌های پوشش ریسک و سرمایه‌گذاران نهادی پیدا کرده است. این استراتژی با هدف کسب

1. Drawdown

سود بین زوج‌هایی از دارایی‌های مالی، مانند سهام که اسپرد بین آن‌ها خاصیت بازگشت به میانگین دارد، انجام می‌شود. استراتژی معاملات زوجی شامل دو مرحله است: مرحلهٔ اول، مستلزم شناسایی دو اوراق بهادار (برای مثال دو سهم) است که سری‌های قیمتی آن‌ها رفتار مشابهی نشان می‌دهند. برای شناسایی این دو سهم که یک زوج را تشکیل می‌دهند، از آزمون‌های مختلفی مانند هم‌انباشتگی استفاده می‌شود. سهم‌هایی که رابطهٔ هم‌انباشتگی بین آن‌ها ثابت شود، به‌نوعی رابطهٔ تعادلی بلندمدت بینشان وجود دارد و زوج مناسبی برای انجام معاملهٔ زوجی تشکیل خواهند داد. پس از شناسایی زوج‌ها، مرحلهٔ دوم مبتنی بر این ایده است که اگر دو سری قیمتی اوراق بهادار در گذشته نزدیک به هم حرکت کرده‌اند، این حرکت می‌تواند در آینده نیز تداوم داشته باشد. بنابراین اگر یک بی‌نظمی اتفاق بیفتد، یک فرصت سرمایه‌گذاری جذاب برای کسب سود از اصلاح آن فراهم می‌شود. برای یافتن چنین فرصت‌هایی، اسپرد بین دو مؤلفهٔ سازندهٔ زوج‌های هم‌انباشته که خاصیت مانایی دارد، باید به‌صورت مستمر زیر نظر گرفته شود. هنگامی که یک بی‌نظمی در اسپرد شناسایی شد، یک موقعیت بازاری گشوده می‌شود و این موقعیت به محض انجام اصلاح در اسپرد بسته خواهد شد.

انگیزهٔ نگارش این مقاله، بررسی این سؤال بود که آیا موقعیتی هر چند کوچک وجود دارد که سرمایه‌گذاران انفرادی بتوانند از معاملات زوجی روی اوراق بهادار سود کسب کنند؟

برای ارزیابی سؤال اصلی مقاله، ضمن بررسی پیشینه‌های نظری و تجربی مربوط به استراتژی معاملات زوجی، از رگرسیون هم‌انباشتگی و فیلتر کالمن برای تخمین نسبت پوشش ریسک در دو حالت ایستا و پویا استفاده شد. فیلتر کالمن بر اساس مدل فضا ـ حالت و به‌عنوان یک روش بازگشتی برای تخمین پویای نسبت پوشش ریسک از دو معادلهٔ اندازه‌گیری و انتقال وضعیت استفاده می‌کند. در ادامه، به‌منظور پیش‌بینی اسپرد بین زوج سهم‌ها برای ارائهٔ سیگنال‌های معامله، از تخمین‌های نسبت پوشش ریسک استفاده شد و در نهایت، از سیگنال‌های معامله برای توسعه یک استراتژی معاملهٔ زوجی بین ۲۶ شرکت از صنعت خودرو در بازار بورس اوراق بهادار تهران، طی دورهٔ ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۹ استفاده شد. پس از به‌کارگیری استراتژی معاملات زوجی، روی ۱۶ زوج شرکت مناسب برای ورود به استراتژی، نتایج حاصل از نسبت‌های شارپ و نرخ رشد مرکب سالانه نشان می‌دهد که استفاده از استراتژی معاملات زوجی، در دورهٔ زمانی مورد بررسی و در صنعت خودرو سودآور است. همچنین برتری روش فیلتر کالمن نسبت به روش هم‌انباشتگی برای انجام استراتژی معاملهٔ زوجی در بازار سهام تهران نیز مشخص شده است. این نتیجه با نتایج مطالعات مورا و همکاران (۲۰۱۶) و براهیمی‌پور و داودی (۱۴۰۰)، مبنی بر سودآور بودن استراتژی معاملات زوجی بر اساس روش فیلتر کالمن در بازار سهام، هماهنگ است.

پیشنهادهایی برای پژوهش‌های بعدی

- استراتژی معاملات زوجی برای دوره‌های زمانی کوتاه‌مدت نُه‌ماهه و شش‌ماهه پیاده‌سازی و عملکرد آن ارزیابی شود.
- این استراتژی با فرض در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی پیاده‌سازی شود. شایان ذکر است که هزینه‌های معاملاتی در ایران هنگفت است (حدود ۱/۵ درصد) و این استراتژی یک استراتژی بازار خنثی است که می‌تواند در

تمامی وضعیت‌های بازار، اعم از رکود و رونق استفاده شود؛ ولی مستلزم کاهش هزینه‌های معاملاتی است و همچنین، لازم است شرایط معاملات دوطرفه در بازار فراهم شود.

- می‌توان روش فیلتر کالمن را با سایر روش‌های رقیب، از جمله یادگیری تقویتی مقایسه کرد و به بررسی عملکرد این دو روش نسبت به یکدیگر پرداخت.
- پژوهشگران می‌توانند از روش معاملات زوجی برای طراحی سیستم‌های توصیه‌کنندهٔ[1] سهام نیز استفاده کنند، مانند مطالعهٔ النعمت و همکاران (۲۰۱۸).
- از روش معاملات زوجی، برای طراحی پرتفوی بهینهٔ سهام استفاده شود، مانند مطالعهٔ یو و تان[2] (۲۰۲۰).

منابع

ابراهیم نژاد، علی؛ برکچیان، سید مهدی و کریمی، امین (۱۳۹۹). الگوی درون‌روز معاملات سهام و نقش معامله‌گران مطلع از اطلاعات نهانی. *تحقیقات مالی*، ۲۲(۱)، ۱-۲۶.

براهیمی پور، محمد مهدی و داودی، سید محمد رضا (۱۴۰۰). بررسی سودآوری استراتژی معاملهٔ زوجی بر پایه سیستم حال ـ فضای خطی و فیلتر کالمن در بورس اوراق بهادار. *دانش سرمایه‌گذاری*، ۱۰(۳۷)، ۵۷- ۷۵.

جلیلیان، جمال و طاهرخانی، نسیم (۱۳۹۸). بررسی استراتژی معاملات جفتی در بازار سهام ایران (مطالعه موردی سهام شرکت‌های سرمایه‌گذاری بورس). *دوماهنامه بررسی‌های بازرگانی*، ۱۷(۹۶)، ۲۳- ۳۷.

حکمت، هانیه؛ رحمانی، علی؛ ملانظری، مهناز؛ موسوی، میرحسین و قالیباف اصل، حسن (۱۳۹۹). مدل‌های ایستا و پویا و ارزیابی کارایی بازار سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۲۲(۴)، ۴۷۶-۴۹۵.

دستوری، مجتبی؛ فلاحپور، سعید؛ تهرانی، رضا و مهرگان، محمدرضا (۱۳۹۷). الگوریتم معاملات زوجی پربسامد با استفاده از کنترل کیفیت آماری فازی. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۹(۳۷)، ۲۳-۴۱.

طادی، مسعود؛ آبکار، مجید و مطهری نیا، وحید (۱۳۹۷). ارزیابی استراتژی معاملات زوجی با رویکرد فاصله‌ای در بورس اوراق بهادار تهران. *فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری*، ۷(۲۶)، ۹۹-۱۱۲.

طالب‌زاده، فاطمه و صادقی، سمیه (۱۳۹۹). اثر آزادسازی مالی بر کارایی اطلاعاتی بازار سهام کشورهای در حال توسعه: شواهدی از الگوهای فضا ـ حالت و پانل پویا. *تحقیقات مالی*، ۲۲(۲)، ۲۴۹-۲۶۵.

فلاح پور، سعید و حکیمیان، حسن (۱۳۹۶). بررسی عملکرد سیستم معاملات زوجی در بورس اوراق بهادار تهران: رویکرد هم‌انباشتگی و بررسی نسبت سورتینو. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۸(۳۰)، ۱-۱۷.

فلاح پور، سعید و حکیمیان، حسن (۱۳۹۸). بهینه‌سازی استراتژی معاملات زوجی با استفاده از روش یادگیری تقویتی، با به‌کارگیری دیتاهای درون‌روزی در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۲۱ (۱)، ۳-۱۹.

1. Recommendation System
2. Xu & Tan

کمری، فروزان؛ سارنج، علیرضا؛ تهرانی، رضا و شهبازی، میثم (۱۳۹۸). طراحی مدل برای آربیتراژ آماری سهام با استفاده از شبکه‌های عصبی عمیق، جنگل‌های تصادفی و درخت‌های با شیب تقویت‌شده. *پژوهش‌های نوین و تصمیم‌گیری*، ۴(۳)، ۲۳- ۴۵.

References

Al-Naymat, G., Al-Kasassbeh, M. & Sober, Z. (2018). Pairs trading strategy: a recommendation system. *International Journal of Computers and Applications*, 42(8), 787-797.

Barahimipour, M. & Davoodi, S.M.R. (2021). The profitability of pairs trading strategy based on linear state-space models and the Kalman filter in Tehran Stock Exchange. *Journal of Investment Knowledge*, *10*(37), 57–75. (*in Persian*)

Baum, L.E. (1972). An inequality and associated maximization technique in statistical estimation for probabilistic functions of Markov processes. *Inequalities*, *3*(1), 1–8.

Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. (2018). Investments (vol. 11). London: McGraw-Hill Education-Europe. Hentet September.

Carrasco Blázquez, M. & Prado Román, C. (2018). Pairs trading techniques: An empirical contrast. *European Research on Management and Business Economics (ERMBE)*, *24*(3), 160–167.

Chan, E. (2013). *Algorithmic trading: winning strategies and their rationale* (Vol. 625). John Wiley & Sons.

Chang, V., Man, X., Xu, Q., & Hsu, C. (2020). Pairs trading on different portfolios based on machine learning. *Expert Systems*, e12649.

Dastoori, M., Fallahpour, S., Tehrani, R. & Mehregan, M. (2018). High frequency pair trading with using Fuzzy SPC. *FEJ*, *9*(37), 23–41.

De Moura, C. E., Pizzinga, A. & Zubelli, J. (2016). A pairs trading strategy based on linear state space models and the Kalman filter. *Quantitative Finance*, *16*(10), 1559–1573.

Ebrahimnejad, A., Barakchian, S., Karimi, A. (2020). Insider Trading and Intraday Stock Price Behavior on the Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 22(1), 1-26. (*in Persian*)

Elliott, R. J., Van Der Hoek, J. & Malcolm, W. P. (2005). Pairs trading. *Quantitative Finance*, *5*(3), 271–276.

Enders, W. (2008). *Applied econometric time series*. John Wiley & Sons.

Engelberg, J., Gao, P. & Jagannathan, R. (2009). An anatomy of pairs trading: the role of idiosyncratic news, common information and liquidity. *Third Singapore International Conference on Finance*. Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=1330689

Engle, R. F., & Granger, C. W. J. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 251–276.

Fallahpour, S. & Hakimian, H. (2017). Evaluating the Performance of a Pairs Trading System in Tehran Stock Exchange: the Cointegration Approach and Sortino Ratio Analysis. *FEJ*, *8*(30), 1–17. (*in Persian*)

Fallahpour, S. & Hakimian, H. (2019). Paired Trading Strategy Optimization Using the Reinforcement Learning Method: Intraday Data of Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, *21*(1), 19–34. https://doi.org/10.22059/frj.2018.138913.1006099. (*in Persian*)

Gatev, E., Goetzmann, W. N. & Rouwenhorst, K. G. (2006). Pairs trading: Performance of a relative-value arbitrage rule. *The Review of Financial Studies*, *19*(3), 797–827.

Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis*. Princeton university press.

Harvey, A. C. (1990). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781107049994

Hekmat, H., Rahmani, A., Mola Nazari, M., Mosavi, M., Ghalibaf Asl, H. (2021). Static & Dynamic Models & Stock Market Efficiency Evaluation of T.S.E. Listed Companies'. *Financial Research Journal*, 22(4), 476-495. (*in Persian*)

Jaliliyan, J. & Taherkhani, N. (2019). A Survey on the Pairs Transactions Strategy of in Stock Market of Iran (Case Study of Investment Companies of the Stock Market). *Commercial Surveys*, *17*(96), 23–37. (*in Persian*)

Johansen, S. & Juselius, K. (1990). Maximum likelihood estimation and inference on cointegration—with appucations to the demand for money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, *52*(2), 169–210.

Kamari, F., Saranj, A., Tehrani, R., & Shahbazi, M. (2019). Model design for stock statistical arbitrage using deep neural networks, random forests and gradient-boosted trees. *Modern Research in Decision Making*, *4*(3), 23–45. (*in Persian*)

Krauss, C. (2017). Statistical arbitrage pairs trading strategies: Review and outlook. *Journal of Economic Surveys*, *31*(2), 513–545.

Kleeman, L. (1996). Understanding and applying Kalman filtering. *Proceedings of the Second Workshop on Perceptive Systems, Curtin University of Technology*, Perth Western Australia (25-26 January 1996).

Nóbrega, J. P., & Oliveira, A. L. I. (2014). A combination forecasting model using machine learning and kalman filter for statistical arbitrage. *2014 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 1294–1299.

Pole, A. (2011). *Statistical arbitrage: algorithmic trading insights and techniques* (Vol. 411). John Wiley & Sons.

Rajamani, M. R., & Rawlings, J. B. (2009). Estimation of the disturbance structure from data using semidefinite programming and optimal weighting. *Automatica*, *45*(1), 142–148.

Ramos-Requena, J. P., Trinidad-Segovia, J. E., & Sánchez-Granero, M. Á. (2020). Some Notes on the Formation of a Pair in Pairs Trading. *Mathematics*, *8*(3), 348.

Ramos-Requena, J. P., Trinidad-Segovia, J. E., & Sánchez-Granero, M. A. (2017). Introducing

Hurst exponent in pair trading. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, *488*, 39–45.

Smith, R. T., & Xu, X. (2017). A good pair: alternative pairs-trading strategies. *Financial Markets and Portfolio Management*, *31*(1), 1–26.

Tadi, M., Abkar, M., & Motaharinia, V. (2018). Evaluation of Pairs Trading Strategy Using Distance Approach at Tehran Stock Exchange. *Journal of Investment Knowledge*, *7*(26), 99–112. (*in Persian*)

Talebzadeh, F., Sadeghi, S. (2020). The Effect of Financial Liberalization on Informational Efficiency in Developing Economies: Evidence from State Space and GMM Models. *Financial Research Journal*, 22(2), 249-265.

Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series* (Vol. 543). John wiley & sons.

Vidyamurthy, G. (2004). *Pairs Trading: quantitative methods and analysis* (Vol. 217). John Wiley & Sons.

Wells, C. (2013). *The Kalman filter in finance* (Vol. 32). Springer Science & Business Media.

Wen Yan, W., Chung Wa, K., & YaoBrendan, T. G. (2019). Pairs Trading with Machine Learning. *Partial Ful_llment of the Requirements for COMP 4981 in the Department of Computer Science and Engineering*, The Hong Kong University of Science and Technology.

Whistler, M. (2004). *Trading pairs: capturing profits and hedging risk with statistical arbitrage strategies* (Vol. 216). John Wiley & Sons.

Xu, F., & Tan, S. (2020). Dynamic Portfolio Management Based on Pair Trading and Deep Reinforcement Learning. *2020 The 3rd International Conference on Computational Intelligence and Intelligent Systems*, 50–55.