Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153

Online ISSN: 2423-5377

Index tracking using Two-tail Mixed Conditional Value-at-risk in Tehran Stock Exchange

Reza Eyvazloo

Assistant Prof., Department of Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: eivazlu@ut.ac.ir

Saeed Fallahpour

Assistant Prof., Department of Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: falahpor@ut.ac.ir

Mahdi Dehghani Ashkezari

*Corresponding Author, PhD Candidate, Department of Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: mahdidehghani@ut.ac.ir

Abstract

Objective: Passive management is an investing strategy that tracks a market value-weighted index or portfolio. It seeks to minimize the cost of investment fees and to avoid undesirable repercussions of the unpredictability of future trends. Active portfolio management tries to beat the market while passive portfolio management pursues a similar risk-return pattern to that of the market index. Index tracking is a passive investment strategy in the stock market that aims to make a portfolio using constituents of an index. It seeks to mimic its behavior without purchasing all of its constituents. This study aimed to track Tehran Exchange Dividend & Price Index (TEDPIX).

Methods: In this study, portfolios were tracked and their performances were examined by applying a two-tail mixed conditional value-at-risk model (main model). Optimizing TMCVaR is a linear program that minimizes the upper deviation and the downside deviation from the benchmark index. The investigated sample included the weekly data gathered from 2011/3/21 to 2018/20/3. The data was divided into 26-time frames including 52 in-sample data and 12 out-of-sample data.

Results: Statistical tests confirmed the portfolios resulting from the main model were successful in tracking the index. As a result, the investigated model was recognized as capable of tracking the index. However, due to the tracking error and information ratio, the two models were not statistically different. In the present study, the two models showed the same performance in tracking the index.

Conclusion: In this study, a linear mathematical programming model was proposed to form index tracking portfolios. The results showed that although the main model was successful in index-tracking it did not outperform the mean absolute deviation model in terms of reduction in tracking error and increasing information ratio.

Keywords: Two-tail mixed conditional value at risk, Portfolio selection, Tracking error, Index tracking, Information ratio

Citation: Eyvazloo, Reza, Fallahpour, Saeed and Dehghani Ashkezari, Mahdi (2021). Index tracking Using Two-tail Mixed Conditional Value-at-risk in Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 23(4), 545-563. https://doi.org/10.22059/FRJ.2020.289344.1006927 (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2021, Vol. 23, No.4, pp. 545-563
https://doi.org/10.22059/FRJ.2020.289344.1006927
© Authors
Published by University of Tehran, Faculty of Management

Article Type: Research Paper
Received: October 09, 2019
Accepted: April 15, 2020

تحقیقات مالی
شاپا چاپی: ۱۰۲۴-۸۱۵۳
شاپا الکترونیکی: ۲۴۲۳-۵۲۷۷

ردیابی شاخص با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای در بورس اوراق بهادار تهران

رضا عیوضلو
استادیار، گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: eivazlu@ut.ac.ir

سعید فلاح‌پور
استادیار، گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: falahpor@ut.ac.ir

مهدی دهقانی اشکذری
* نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری، گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: mahdidehghani@ut.ac.ir

چکیده

هدف: یکی از استراتژی‌های سرمایه‌گذاری، مدیریت غیرفعال است که یک شاخص یا پرتفوی با وزن بازار را دنبال می‌کند. هدف از این نوع مدیریت، حداقل‌سازی کارمزدهای سرمایه‌گذاری و جلوگیری از عواقب نامطلوب پیش‌بینی نادرست آینده است. مدیریت فعال پرتفوی، به‌دنبال جلوزدن از بازده شاخص است، در حالی که مدیریت غیرفعال، به‌دنبال دستیابی به بازده و ریسک متناسب با شاخص است. ردیابی شاخص، نوعی استراتژی سرمایه‌گذاری غیرفعال در بازار سرمایه محسوب می‌شود و هدف آن، تشکیل پرتفوی‌ای از سهم‌های یک شاخص است که بتواند عملکرد شاخص را بازسازی کند، بدون آنکه از تمامی دارایی‌های تشکیل‌دهنده آن شاخص خریداری شود. در این پژوهش، هدف ردیابی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران است.

روش: در این پژوهش، با استفاده از مدل ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای (مدل اصلی) به تشکیل پرتفوی بهینه ردیاب شاخص پرداخته و عملکرد آن بررسی می‌شود. نمونه بررسی‌شده داده‌های هفتگی طی بازه زمانی ۱۳۹۰/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۶/۱۲/۲۹ است. برای ارزیابی مدل، داده‌ها به ۲۶ پنجره زمانی، شامل ۵۲ داده داخل نمونه و ۱۲ داده خارج از نمونه دسته‌بندی شد.

یافته‌ها: نتایج صحت بازسازی عملکرد شاخص حاکی از آن است که پرتفوی‌های حاصل‌شده از مدل اصلی، در بازسازی عملکرد شاخص موفق عمل کرده‌اند. همچنین نتایج آزمون نسبت اطلاعاتی و خطای ردیابی نشان می‌دهد که میان مدل اصلی و مدل رقیب تفاوت معناداری وجود ندارد.

نتیجه‌گیری: در این پژوهش با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی، به تشکیل پرتفوی‌های ردیابی شاخص پرداخته شد. نتایج نشان داد با اینکه مدل اصلی در ردیابی شاخص موفق عمل کرده است، به لحاظ کاهش خطای ردیابی و افزایش نسبت اطلاعاتی، از مدل قدر مطلق انحرافات برتر نیست.

کلیدواژه‌ها: ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای، انتخاب پرتفوی، خطای ردیابی، ردیابی شاخص، نسبت اطلاعاتی

استناد: عیوضلو، رضا، فلاح‌پور، سعید و دهقانی اشکذری، مهدی (۱۴۰۰). ردیابی شاخص با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۲۳(۴)، ۵۴۵- ۵۶۳.

تحقیقات مالی، ۱۴۰۰، دوره ۲۳، شماره ۴، صص. ۵۴۵- ۵۶۳
دریافت: ۱۳۹۸/۰۷/۱۷، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۱/۲۷
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2020.289344.1006927
نوع مقاله: علمی پژوهشی
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
© نویسندگان

مقدمه

شاخص از مجموعه‌ای سهام تشکیل شده است و یک واحد آماری است که می‌تواند حرکت کل بازار سرمایه را توصیف کند. مقدار شاخص در هر لحظه زمانی مقدار وزنی هر دارایی تشکیل‌دهنده آن است. شاخص‌ها پرتفوی‌های متنوع‌شدهٔ خوبی هستند و ریسک غیرسیستماتیک اندکی دارند، به همین دلیل، مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری و سرمایه‌گذاران آن را به‌عنوان معیار انتخاب می‌کنند.

ردیابی شاخص[1] یک استراتژی غیرفعال سرمایه‌گذاری است که هدف آن تقلید عملکرد یک شاخص معیار است. آسان‌ترین راه برای ردیابی شاخص این است که تمام اوراق بهادار مربوط به آن شاخص را با وزن متناسب در شاخص خریداری و نگهداری کرد. در این روش که به ردیابی کامل[2] شناخته می‌شود، عملکرد سبد سهام دقیقاً مشابه با عملکرد شاخص خواهد بود؛ اما باید به این نکته توجه داشت که تعدیل شاخص به‌دفعات زیادی رخ می‌دهد و ردیابی کامل هزینه‌های معاملاتی بسیار بالایی را به مدیر پرتفوی تحمیل می‌کند؛ خصوصاً زمانی که تعداد سهام موجود در شاخص موردنظر زیاد باشد. بنابراین، برای مدیر پرتفوی مطلوب‌تر است که با تعداد کمتری سهام به بازده مشابه بازده شاخص دست یابد.

به‌طورکلی دو روش برای بازسازی عملکرد شاخص وجود دارد؛ بازسازی کامل و بازسازی بهینه. در روش اول تمامی اجزای تشکیل‌دهنده شاخص با وزن متناسب در شاخص خریداری می‌شود که پرتفوی حاصل‌شده عملکردی مشابه عملکرد شاخص دارد اما در مقابل هزینه معاملات نیز به همان نسبت افزایش می‌یابد و در عمل تشکیل این پرتفوی زمانی که تعداد سهم‌های تشکیل‌دهنده شاخص زیاد است، غیرممکن است. در مقابل در روش دوم به دنبال کم کردن خطای ردیابی بین پرتفوی بهینه و شاخص هستیم که در عمل هزینه معاملات بسیار کمتری نسبت به روش اول دارد.

صندوق‌های سرمایه‌گذاری‌ای که به‌صورت غیرفعال مدیریت می‌شوند و پرتفوی‌ها را به‌گونه‌ای بازسازی می‌کنند که بازده پرتفوی با بازده شاخص برابر باشد، صندوق‌های مبتنی بر شاخص نامیده می‌شوند. صندوق مبتنی بر شاخص[3]، نوعی صندوق سرمایه‌گذاری مشترک یا صندوق قابل معامله در بورس[4] است که به‌منظور ردیابی یک پرتفوی خاص از اوراق بهادار طراحی شده است. شاخص‌هایی که می‌توانند در این فرایند تحلیل شوند، به شاخص‌های ملی محدود نیستند، بلکه شاخص‌های منطقه‌ای یا شاخص‌های جهانی مانند شاخص جهانی اف‌تی‌اس‌ای[5] نیز قابلیت ردیابی دارند.

هدف صندوق سرمایه‌گذاری مبتنی بر شاخص انطباق پرتفوی سرمایه‌گذاری با شاخص بازار سهام است. یک صندوق سرمایه‌گذاری مبتنی بر شاخص، الزاماً منابع خود را بر اساس الگوی تعیین‌شده برای یکی از شاخص‌های موجود در بازار، سرمایه‌گذاری می‌کند. بنابراین در این نوع از صندوق‌ها نقش مدیریت یک نقش غیرفعال است و تنها در راستای انطباق ترکیب و وزن اوراق موجود در سبد با شاخص مبنا تلاش‌هایی صورت می‌گیرد.

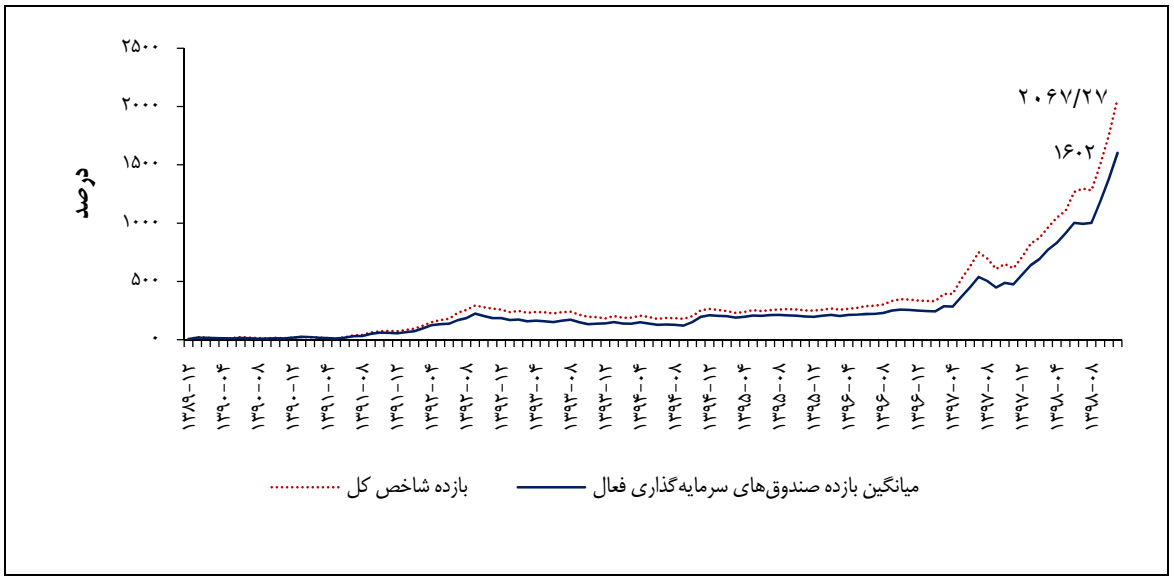
1. Index tracking
2. Full tracking
3. Index fund
4. Exchange-traded fund (ETF)
٥. FTSE All-World index شاخصی از بازار سهام است که در سال ۱۹۸۶ از بیش از ۳۱۰۰ شرکت از میان ۴۷ کشور تشکیل شده است.

در سال‌های اخیر صندوق‌های سرمایه‌گذاری مبتنی بر شاخص بیشتر در کانون توجه قرار گرفته‌اند. در پژوهش‌هایی نشان داده شده است که اگرچه بهترین صندوق‌هایی که به روش فعال مدیریت می‌شوند، در یک سال خاص ممکن است بازده بالاتر از شاخص داشته باشند، اما در مدت‌زمان طولانی‌تر از یک سال، این مسئله به‌ندرت اتفاق می‌افتد؛ برای مثال تا سال ۱۹۹۸ میلادی در انگلستان فقط یک‌چهارم صندوق‌های سرمایه‌گذاری که به‌صورت فعال مدیریت می‌شدند توانستند برای یک دوره ۵ ساله بازده بالاتر از شاخص داشته باشند. همچنین یک صندوق سرمایه‌گذاری که به‌صورت فعال مدیریت می‌شود، ممکن است در یک سال خاص بازده بالاتر از شاخص داشته باشد؛ اما در یک دوره یک ساله دیگر، بازده آن‌ها کمتر از شاخص باشد؛ برای مثال در انگلستان بسیاری از صندوق‌هایی که در سال ۱۹۹۲ میلادی عملکرد خیلی خوب داشتند در سال ۱۹۹۸ میلادی به رتبه‌های بسیار پایین ازنظر عملکرد نزول کردند. علاوه بر این، بازارهای سهام و به‌تبع آن‌ها شاخص‌های بازار سهام در بلندمدت رشد چشمگیری را نشان می‌دهند. این مطلب نشان می‌دهد که برای دستیابی به بازده بالاتر نیازی به پذیرفتن ریسک‌های موجود در روش فعال وجود ندارد (بیزلی، مید و چانگ[1]، ۲۰۰۳).

علاه بر این پژوهش‌هایی نشان داده است که استراتژی‌های مدیریت فعال به‌طور متوسط عملکرد بهتری نسبت به بازار ندارند (فرنچ[2]، ۲۰۰۸). بنابراین تعجب‌آور نیست که با توجه به گزارش مودیز[3] در سال ۲۰۱۷ میلادی، تقریباً یک‌سوم از کل سرمایه‌گذاری‌ها در ایالات‌متحده، یا به‌طور تقریبی ۶ تریلیون دلار، در صندوق‌های مبتنی بر شاخص یا دیگر استراتژی‌های مدیریت غیرفعال باشد.

به‌منظور مطالعه وضعیت صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال در بازار سرمایه کشور، میانگین بازده صندوق‌های یادشده برای دوره زمانی ده ساله موردبررسی قرار گرفت. مقایسه میانگین بازده صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال با بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران طی بازه زمانی ابتدای اسفند ۱۳۸۹ تا ابتدای اسفند ۱۳۹۸ نشان می‌دهد که شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در این بازه زمانی بهتر از متوسط صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال عمل کرده است. میانگین بازده ماهانه صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال در طی دوره یادشده، معادل ۲/۶۶ درصد بوده درحالی‌که میانگین بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در طی همان دوره معادل ۲/۸۹ درصد بوده است. همچنین همان‌طور که در شکل۱ مشخص است، شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با عملکرد بازده تجمعی ۲۰۶۷ درصد در بازه زمانی موردبررسی توانسته است از متوسط صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال بهتر عمل کند، شایان ذکر است که در مدت‌زمان مشابه بازده تجمعی متوسط صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال ۱۶۰۲ درصد بوده است. بدین ترتیب می‌توان دریافت که صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال، به‌طور متوسط عملکرد تقریباً ضعیف‌تری نسبت به شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران داشته‌اند. ازاین‌رو استراتژی سرمایه‌گذاری غیرفعال (ردیابی شاخص) می‌تواند به‌عنوان رویکرد جایگزین مطرح شود.

1. Beasley, Meade & Chang
2. French
3. Moody’s



شکل ۱. مقایسه میانگین بازده صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال با بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران به‌صورت تجمعی طی بازه زمانی ابتدای اسفند ۱۳۸۹ تا ابتدای اسفند ۱۳۹۸

درنهایت با توجه به اهمیت و نقش انکارناپذیر این رویکرد در رونق بازارهای سرمایه، مطالعه و پیاده‌سازی آن در دستور کار این پژوهش قرار داده شده است. هدف از این پژوهش بررسی یک مدل بهینه‌سازی ریاضی است که با انتخاب تعداد محدودی از سهم‌های یک شاخص، عملکردی مشابه آن شاخص داشته باشد. به همین منظور در این پژوهش پرتفوی‌ها از طریق کمینه‌سازی معیار ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای حاصل شده‌اند.

پیشینه پژوهش

از زمان معرفی مدل میانگین ـ واریانس، تعداد زیادی معیارهای سنجش ریسک معرفی شدند. در این میان، دسته معیارهای ریسک نامطلوب که به دنبال کمینه‌سازی بدترین نتایج سرمایه‌گذاری هستند، برای سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز تاحدی از محبوبیت زیادی برخوردارند. ارزش در معرض ریسک[1] یکی از معیارهای شناخته‌شده در ارزیابی ریسک پرتفوی است. ارزش در معرض ریسک حداکثر زیان احتمالی پرتفوی در یک دوره مشخص را اندازه‌گیری می‌کند؛ به عبارتی مبلغی از ارزش پرتفوی را که انتظار می‌رود طی یک دوره زمانی مشخص و با میزان احتمال معین $(1-\alpha\%)$ از دست برود مشخص می‌کند. ارزش در معرض ریسک دارای معایبی چون عدم زیرجمعی و عدم تحدب است. بنابراین، این معیار یک معیار ریسک منسجم نیست. یک معیار ریسک منسجم[2] تابعی چون ϱ است که دارای ویژگی‌های یکنوایی[3]، زیرجمعی[4]، همگنی مثبت[5] و پایای انتقال[6] باشد. ارزش در معرض ریسک جز حالتی که بازده از توزیع نرمال پیروی کند،

1. Value at risk
2. Coherent risk measure
3. Monotonicity
4. Sub-additivity
5. Positive homogeneity
6. Translation invariance (symmetry)

منسجم نیست. همچنین ویژگی عدم تحدب در مورد آن مصداق دارد یعنی دارای اکسترمم (حداقل و حداکثرهای) محلی زیادی است و درنتیجه کمینه کردن آن بسیار مشکل است. برای حل این محدودیت معیارهای منسجم توسط محققان معرفی شده است. یکی از این معیارها ارزش در معرض ریسک شرطی است. ارزش در معرض ریسک شرطی[1] که به آن میانگین ارزش در معرض ریسک و زیان مورد انتظار[2] نیز گفته می‌شود در سطح αدرصد عبارت است از بازده مورد انتظار پرتفوی در αدرصد از بدترین موارد؛ به‌عبارت‌دیگر برابر است با میانگین وقوع بازده‌های بزرگ‌تر و فراتر از ارزش در معرض ریسک. از ویژگی‌های آن توانایی در محاسبه ریسک‌های نامطلوب برای توزیع‌های نامتقارن، امکان محاسبه ریسک‌های فراتر از ارزش در معرض ریسک و داشتن یک اکسترمم است. یکی دیگر از نقاط قوت ارزش در معرض ریسک شرطی این است که زمانی که از آن در مدل به‌عنوان تابع هدف یا محدودیت استفاده می‌شود مدل مدنظر به مدل خطی تبدیل می‌شود و می‌توان به‌راحتی آن را بهینه کرد (ونگ، شو، شو و شوئه[3]، ۲۰۱۲).

ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی[4] عبارت است از میانگین موزون ضرایب معیار ارزش در معرض ریسک شرطی در سطوح اطمینان مختلف α. ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی علاوه بر اینکه تمامی مزایای معیار ارزش در معرض ریسک شرطی را دارد، سطوح مختلف اطمینان را نیز در نظر می‌گیرد. همچنین ارزش در معرض ریسک شرطی دو دنباله‌ای تعمیم دیگری از ارزش در معرض ریسک شرطی است که عبارت است از میانگین موزون ارزش در معرض ریسک شرطی دو طرف دنباله که دنباله راست نشان‌دهنده بازده مثبت و دنباله چپ نشان‌دهنده بازده منفی توزیع بازده است. کمینه‌سازی ارزش در معرض ریسک شرطی دو دنباله‌ای، دو طرف توزیع بازده را در نظر می‌گیرد. بر اساس بررسی‌های صورت گرفته، تا به حال پژوهشی در رابطه با کاربرد ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای در ردیابی شاخص در ایران صورت نگرفته است.

پس از معرفی مدل کلاسیک میانگین ـ واریانس مارکوویتز[5] (۱۹۵۲)، مسئله تخصیص دارایی به‌طور گسترده در ادبیات مالی موردمطالعه قرارگرفته است. در مطالعات اخیر، مسئله بهینه‌سازی پرتفوی به‌گونه‌ای بسط پیداکرده است که می‌تواند موارد مختلفی ازجمله پرتفوی بهینه استوار، مدل‌های میانگین ـ واریانس چند دوره‌ای و غیره را پوشش دهد. بهینه‌سازی پرتفوی ردیاب شاخص نیز گونه دیگری از حوزه بهینه‌سازی پرتفوی است. ترینر و بلک[6] (۱۹۷۳) پرتفوی‌ای را پرتفوی فعال می‌نامند که اجازه تصحیح‌های مکرر جهت ثبت اطلاعات جدید را می‌دهد. وزن دارایی‌ها در یک پرتفوی فعال با توجه به نمایه ریسک ـ بازده، دچار تغییر می‌شود. اما، این وضعیت برای پرتفوی غیرفعال به این شکل نیست و در این پرتفوی، وزن دارایی‌ها بسته به حرکت شاخص بازار این دارایی‌ها تغییر می‌کند و نه نمایه ریسک ـ بازده دارایی. رود[7] (۱۹۸۰) یک مسئله بهینه‌سازی درجه‌دو پیشنهاد داد و در آن واریانس پسماند پرتفوی ردیاب نسبت به شاخص را کمینه

1. Conditional value-at-risk
2. Expected shortfall
3. Wang, Xu, Xu & Xue
4. Mixed conditional value-at-risk
5. Markowitz
6. Treynor & Black
7. Rudd

کرد درحالی‌که در محدودیت مسئله بتا پرتفوی برابر یک در نظر گرفته شد. مید و سالکین[1] (۱۹۸۹) چهار مدل متفاوت را برای کمینه کردن ریشه میانگین توان دوم انحراف بین پرتفوی ردیاب و شاخص معرفی کردند و نتایج را در بازار سهام ژاپن بررسی کردند. در برخی مطالعات دیگر، پژوهش‌گران از واریانس اختلاف بازده پرتفوی ردیاب و بازده شاخص، که به‌عنوان نوسانات مرکزی نیز شناخته می‌شود، برای ردیابی شاخص استفاده کردند (باکلی و کورن[2]، ۱۹۹۸؛ رول[3]، ۱۹۹۲). بیزلی و همکاران (۲۰۰۳) نیز به بررسی محاسبات پیچیده در مدل برنامه‌ریزی درجه دو پرداختند که در آن با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری، به نتایج نزدیک به بهینه دست یافتند. در مطالعات دیگر، رویکرد مجموع وزنی منجر به یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی مختلط[4] برای کمینه کردن خطای ردیابی و میانگین بازده مازاد شد (دوز و سینکوتی[5]، ۲۰۰۵). مدل دیگر ردیابی شاخص یک مسئله برنامه‌ریزی خطی مختلط دو هدفه است که فاصله آلفا پرتفوی تا صفر و همچنین بتا پرتفوی تا یک را با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی کمینه می‌کند (کاناکگز و بیزلی[6]، ۲۰۰۹).

در پژوهش‌های داخلی می‌توان به مقاله فلاح‌پور، تندنویس و هاشمی (۱۳۹۴) اشاره کرد که با استفاده از مدل بهینه‌سازی پایدار و تکیه‌بر مهم‌ترین ویژگی این مدل که در شرایط عدم اطمینان در مورد توزیع احتمال پارامترهای مدل، فرض خاصی را منظور نمی‌کند و برای هر پارامتر یک مجموعه عدم قطعیت را در نظر می‌گیرد، به تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص پرداختند. برای این منظور از شاخص پنجاه شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. نتایج آزمون خارج از نمونه مبتنی بر مقایسه زوجی نتایج مربوط به بازده پرتفوی ردیاب شاخص حاصل از مدل پایدار و پرتفوی ردیاب شاخص حاصل از مدل ناپایدار نشان می‌دهد که خطای ردیابی پرتفوی شاخص پایدار به‌طور معناداری کم‌تر یا مساوی خطای ردیابی پرتفوی شاخصی ناپایدار است که این امر برتری مدل پایدار در تشکیل پرتفوی شاخصی را نشان می‌دهد. همچنین فلاح‌پور و تندنویس (۱۳۹۴) کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار را در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص بررسی کردند. شاخص موردبررسی آن‌ها شاخص پنجاه شرکت فعال‌تر بورس بود و نشان دادند در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار، عملکرد مدل را بهبود می‌بخشد. همچنین نبی‌زاده، قره‌باغی و بهزادی (۱۳۹۶) به‌منظور ردیابی شاخص کل بورس، از رویکرد نامتقارن و واردکردن بتای نامطلوب استفاده کردند. به این منظور، ضمن به‌کارگیری سه مدل برای ردیابی شاخص، از دو الگوریتم تکاملی ژنتیک و تکامل دیفرانسیلی برای حل مدل مدنظر بهره برده شد. نتایج در انتها نشان داد مدلی که بر مبنای بتای نامطلوب ارائه‌شده و توسط الگوریتم تکامل دیفرانسیل حل شده است، کارایی بیشتری دارد. عیوضلو، شفیع‌زاده و قهرمانی (۱۳۹۶) نیز با بررسی شاخص کل بورس، کاربرد هم انباشتگی و هم‌بستگی را در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص بررسی کردند و نشان دادند با توجه به خطای ردیابی، رویکرد هم انباشتگی، عملکرد بهتری نسبت به رویکرد هم‌بستگی دارد. از سوی دیگر، بر مبنای بازده

1. Meade & Salkin
2. Buckley & Korn
3. Roll
4. Mixed integer non-linear programming problem (MINP)
5. Dose & Cincotti
6. Canakgoz & Beasley

پرتفوی‌ها و معیارهای نسبت اطلاعاتی و شارپ، عملکرد مدل در ردیابی شاخص، بهتر از ردیابی شاخص بهبودیافته است.

روش‌شناسی پژوهش

مدل‌های ارزش در معرض ریسک

فرض می‌شود پرتفوی ردیاب شاخص که با $P = \{w_1, \dots, w_n\}$ نمایش داده می‌شود، متشکل از n دارایی است؛ w_i یک متغیر تصمیم‌گیری است که نسبت بودجه‌ای که به دارایی $i = 1, \dots, n$ تخصیص داده شده است را نشان می‌دهد. فرض می‌شود افق سرمایه‌گذاری Γ باشد؛ مرسوم است که Γ به تعداد مساوی نقاط زمانی تقسیم شود که به آن T گفته می‌شود و مشاهده jام، مقدار تحقق‌یافته برای هر دارایی در زمان $j = 1, \dots, T$ است. فرض شود r_{ij} بیان‌گر jامین بازده تحقق‌یافته دارایی i با احتمال وقوع p_j با میانگین $\mu_i = \sum_{j=1}^{T} r_{ij} p_j$ برای هر $i = 1, \dots, n$ باشد. بازده تحقق‌یافته jام پرتفوی، برابر است با $R_j(w) = \sum_{i=1}^{n} r_{ij} w_i$ با احتمال وقوع p_j که در آن $j = 1, \dots, n$ است. در این حالت، بازده پرتفوی P، که به‌وسیله $R(w)$ نشان داده می‌شود، توزیع متناهی $\{R_1(w), \dots, R_T(w)\}$ با بردار احتمال متناظر $\{p_1, \dots, p_T\}$ است.

ارزش در معرض ریسک (VaR_α) حداکثر زیان ممکن را در یک سطح اطمینان مشخص $\alpha \in (0, 1)$ اندازه‌گیری می‌کند و به‌صورت زیر تعریف می‌شود؛

$$VaR_\alpha\big(-R(w)\big) = min\{r \in \mathbb{R} | F_{-R(w)}(r) = Pr(-R(w) \le r) \ge \alpha\} \quad \text{رابطهٔ ۱)}$$

که در آن، $F_{-R(w)}(r)$ توزیع تجمعی برای زیان پرتفوی $-R(w)$ است. اگر توزیع بازده پرتفوی نرمال فرض شود، آنگاه کمینه‌سازی VaR_α یک برنامه‌ریزی محدب است و بنابراین یک جواب مطلق[1] دارد. اما، درصورتی‌که توزیع نرمال نباشد، مسئله بهینه‌سازی VaR_α به لحاظ محاسباتی چالش‌برانگیز خواهد بود.

ارزش در معرض ریسک شرطی ($CVaR_\alpha$) که میانگین مقادیر ذیل دُم توزیع $-R(w)$ در سطح اطمینان α است به‌صورت زیر توصیف می‌شود (راکفلر و اوریاسف[2]، ۲۰۰۲).

$$G_\alpha(-R(w), r) = \begin{cases} 0, r < VaR_\alpha\big(-R(w)\big) \\ \dfrac{F_{(-R(w))}(r) - \alpha}{1 - \alpha}, r \ge VaR_\alpha\big(-R(w)\big) \end{cases} \quad \text{رابطهٔ ۲)}$$

درواقع، ارزش در معرض ریسک شرطی به‌عنوان میانگین زیان‌های فراتر از VaR یا به‌طور معادل میانگین بازده‌های کمتر از VaR در سطح اطمینان α تعریف می‌شود.

راکفلر و اوریاسف (۲۰۰۰) ثابت کرده‌اند که کمینه‌سازی $CVaR_\alpha$ را می‌توان با یک برنامه‌ریزی خطی برای

1. Global solution
2. Rockafellar & Uryasev

توزیع‌های پیوسته از طریق روش‌های نمونه‌برداری[1]، ازجمله شبیه‌سازی مونت‌کارلو، تخمین زد. مسئله بهینه‌سازی $CVaR_\alpha$ به‌صورت زیر بیان می‌شود؛

مدل ۱)

$$(CVaR_\alpha) \quad min\,\beta + \frac{1}{(1-\alpha)}\sum_{j=1}^{T} p_j u_j$$

$$subject\ to$$

$$u_j + \beta + \sum_{i=1}^{n} r_{ij} w_i \geq 0, j = 1, \dots, T$$

$$\sum_{i=1}^{n} \mu_i w_i \geq R^\star$$

$$w \in X, \qquad u_j \geq 0, j = 1, \dots, T$$

در مدل فوق، $X = \{(w_1, \dots, w_n)' : \sum_{i=1}^{n} w_i\,, 0 \leq w_i, i = 1, \dots, n\}$ مجموعه همه پرتفوی‌های امکان‌پذیر بدون محدودیت در بودجه و عدم فروش استقراضی است.

همچنین در مدل فوق $u_j = \left(-\sum_{i=1}^{n} r_{ij} w_i - \beta\right)^+$ برای $j = 1, \dots, T$، T متغیر کمکی و R^* حداقل بازده مورد انتظار پرتفوی است.

مدل $CVaR_\alpha$ تلاش می‌کند تا مقادیر مورد انتظار سمت چپ دنباله توزیع بازده پرتفوی را به حداقل برساند. در اغلب مواقع، به دلیل تخمین نادرست این دنباله، پرتفوی بهینه حاصل از این مدل عملکرد مناسبی (در مقایسه با داده‌های خارج از نمونه) ندارد. بنابراین، مطلوب است قسمت‌های دیگر توزیع بازده نیز برای تصمیم‌گیری صحیح‌تر در نظر گرفته شود. ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی نسخه تعمیم‌یافته $CVaR_\alpha$ است که اطلاعات بیشتری از توزیع بازده با در نظر گرفتن $CVaR_\alpha$ برای مقادیر مختلف α استخراج می‌کند. درواقع، با در نظر گرفتن مقادیر مختلف سطح اطمینان α مقادیر مختلفی برای $CVaR_\alpha$ محاسبه می‌شود که با تجمیع مقادیر محاسبه‌شده، معیار $MCVaR_\alpha$ به‌دست می‌آید.

ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی عبارت است از میانگین موزون ضرایب معیار ارزش در معرض ریسک شرطی در سطوح اطمینان مختلف α. برای m مقدار متمایز α_k، به ازای $k = 1, \dots, m$ و همچنین $0 \leq \alpha_m < \cdots < \alpha_1 < 1$، $MCVaR$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود؛

رابطهٔ ۳)

$$MCVaR\big(-R(w)\big) = \lambda_1 CVaR_{\alpha_1}\big(-R(w)\big) + \\ \vdots \\ +\lambda_m CVaR_{\alpha_m}\big(-R(w)\big),$$

که در آن، به ازای هر $k = 1, \dots, m$، $\lambda_k > 0$ و همچنین $\sum_{k=1}^{m} \lambda_k = 1$ است. برای $\alpha_m = 0$، $CVaR_{\alpha_m}\big(-R(w)\big)$ برابر با میانگین متغیر تصادفی $-R(w)$ است. مجموعه Λ به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود؛

1. Sampling technique

رابطهٔ ۴)
$$\Lambda = \left\{\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)' : \lambda_k \geq 0, k = 1, \dots, m, \sum_{k=1}^{m} \lambda_k = 1\right\}$$

تمام ویژگی‌های مناسب معیار $CVaR$، مانند معیار ریسک منسجم، ثبات SSD و مدل برنامه‌ریزی خطی همچنان تحت $MCVaR$ حفظ می‌شوند. مشابه مسئله کمینه‌سازی $CVaR$، کمینه‌سازی $MCVaR$، برای $\alpha_k \in (0,1)$، به ازای $k = 1, \dots, m$، و $\lambda \in \Lambda$، یک برنامه‌ریزی خطی است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود؛

مدل ۲)
$$(MCVaR_\alpha) \quad \min_{\beta, w} \sum_{k=1}^{m} \lambda_k \left(\beta_k + \frac{1}{(1-\alpha_k)} \sum_{j=1}^{T} u_{jk} p_j\right)$$

$$subject\ to$$
$$u_{jk} + \beta_k + \sum_{i=1}^{n} r_{ij} w_i \geq 0, k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, T$$
$$u_{jk} \geq 0, k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, T$$
$$w \in X$$

که در آن، $u_{jk} = \left(-\sum_{i=1}^{n} r_{ij} w_i - \beta_k\right)^+$، به ازای $k = 1, \dots, m$ و $j = 1, \dots, T$ متغیرهای تصادفی هستند.

منسینی، اوگریچاک و اسپرانزا[1] (۲۰۰۷) مجموعه اوزان مرتبط با ارزش در معرض ریسک ترکیبی (λ) را به‌صورت زیر تعریف کرده‌اند؛

رابطهٔ ۵)
$$\lambda_1 = (1-\alpha_2)(1-\alpha_1)/(1-\alpha_m)^2$$
$$\lambda_k = \big((1-\alpha_{k+1}) - (1-\alpha_{k-1})\big)(1-\alpha_k)/(1-\alpha_m)^2, k \in \{2, \dots, m-1\}$$
$$\lambda_m = \big((1-\alpha_m) - (1-\alpha_{m-1})\big)(1-\alpha_m)/(1-\alpha_m)^2$$

که در رابطه فوق، $0 \leq \alpha_m < \cdots < \alpha_1 < 1$ است.

یکی دیگر از انواع جالب معیار $CVaR$، معیار ارزش در معرض ریسک شرطی دو دنباله‌ای موزون[2] است که برای $\alpha_1, \alpha_2, \delta \in (0,1)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود؛

رابطهٔ ۶)
$$WTwoTailCVaR_\alpha\big(R(w)\big) = \delta CVaR_{\alpha_1}\big(-R(w)\big) + (1-\delta) CVaR_{\alpha_2}\big(R(w)\big)$$

در رابطه فوق $CVaR_{\alpha_2}\big(R(w)\big)$ دنباله مثبت (بهترین سناریوها) را در سطح اطمینان α_2 و $CVaR_{\alpha_1}\big(-R(w)\big)$ دنباله منفی (بدترین سناریوها) را در سطح اطمینان α_1 متضمن می‌شود. بنابراین، در کمینه‌سازی $WTwoTailCVaR_\alpha\big(R(w)\big)$ هردو قسمت بالا و پایین دنباله توزیع بازده در نظر گرفته می‌شود. مشابه $MCVaR$، $CVaR$ دو دنباله‌ای موزون نیز یک معیار ریسک منسجم است که مسئله بهینه‌سازی آن نیز یک برنامه‌ریزی خطی است.

1. Mansini, Ogryczak & Speranza
2. Weighted two tail CVaR

مدل ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای

انحراف بالا و پایین بازده پرتفوی ردیاب شاخص نسبت به بازده شاخص به ترتیب نشان‌دهنده عملکرد بهتر و بدتر پرتفوی ردیاب نسبت به شاخص است. هدف کمینه‌سازی این دو انحراف کاملاً منطبق با هدف ردیابی شاخص است.

ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای به‌صورت زیر تعریف می‌شود؛

رابطهٔ ۷)
$$\delta MCVaR\big(-X(w)\big) + (1-\delta)MCVaR\big(X(w)\big)$$

که در آن، $\delta \in (0,1)$،

$X(w) = I - R(w)$ و I نشان‌دهنده شاخص،

$MCVaR\big(X(w)\big) = \sum_{k=1}^{m} \lambda_k^U CVaR_{\alpha_k^U}\big(X(w)\big)$،

$MCVaR\big(-X(w)\big) = \sum_{k=1}^{m} \lambda_k^D CVaR_{\alpha_k^D}\big(-X(w)\big)$.

در اینجا، $\lambda^U = \big(\lambda_k^U, k = 1, \dots, m\big)$ و $\lambda^D = \big(\lambda_k^D, k = 1, \dots, m\big)$ بردارهای اوزان متعلق به مجموعه Λ هستند که به ترتیب با $MCVaR\big(X(w)\big)$ و $MCVaR\big(-X(w)\big)$ مرتبط هستند. اوزان می‌توانند برابر نیز باشند.

مسئله کمینه‌سازی ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای به‌صورت زیر است؛

مدل ۳) $(TMCVaR)$

$$\min_{\beta, w} \quad \delta\left(\sum_{k=1}^{m} \lambda_k^U \left[\beta_k^U + \frac{1}{(1-\alpha_k^U)T}\sum_{j=1}^{T} u_{jk}^U\right]\right) + (1-\delta)\left(\sum_{k=1}^{m} \lambda_k^D \left[\beta_k^D + \frac{1}{(1-\alpha_k^D)T}\sum_{j=1}^{T} u_{jk}^D\right]\right)$$

subject to

$$u_{jk}^U + \left(\sum_{i=1}^{n} r_{ij} w_i - I_j\right) + \beta_k^U \geq 0, \qquad k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, T$$

$$u_{jk}^D - \left(\sum_{i=1}^{n} r_{ij} w_i - I_j\right) + \beta_k^D \geq 0, \qquad k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, T$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0, \qquad i = 1, \dots, n$$

$$u_{jk}^U, u_{jk}^D \geq 0, \qquad k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, T$$

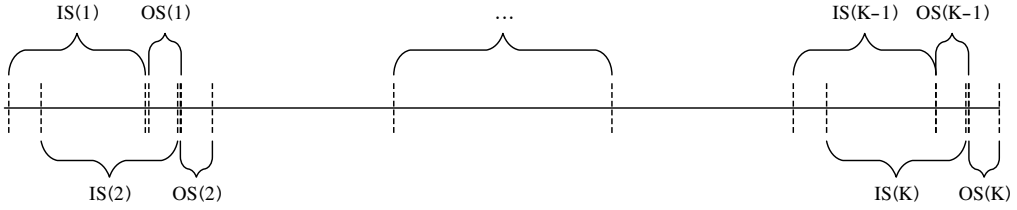
که در مدل فوق؛

رابطهٔ ۸)
$$u_{jk}^U = \max\left(-\left(\sum_{i=1}^{n} r_{ij} w_i - I_j\right) - \beta_k^U, 0\right), \qquad k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, T$$

$$u_{jk}^{D} = \max\left(\left(\sum_{i=1}^{n} r_{ij}w_i - I_j\right) - \beta_k^{D}, 0\right), \qquad k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, T$$ رابطهٔ ۹)

داده‌های مورداستفاده

در این پژوهش شاخص موردبررسی، شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران است. با توجه به روش‌شناسی انجام پـژوهش حاضر، معیار انتخاب نمونه، سهام با نقدشوندگی بالا بوده است. بدین‌منظـور از داده‌هـای قیمـت هفتگـی در بـازه زمـانی ۱۳۹۰/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۶/۱۲/۲۹ شرکت‌هایی استفاده شده است که در حداقل ۷۰ درصد از روزهای معـاملاتی هـر پنجـره زمانی، دارای داده قیمتی متوالی بوده‌اند.



شکل ۲. شمای پنجره غلطان با دوره p؛ $IS(k)$ به ازای $k = 1, \dots, K$، نشان‌دهنده داده‌های داخل نمونه پنجره شماره k و $OS(k)$ به ازای $k = 1, \dots, K$ نشان‌دهنده داده‌های خارج از نمونه پنجره شماره k است

روش تجزیه‌وتحلیل داده‌ها

مشابه پژوهش برونی، سزارون، اسکوزاری و تاردلا[1] (۲۰۱۷)، روش پنجره غلطان[2] با دوره ۱۲ هفتـه‌ای دنبـال مـی‌شـود. دوره داخل نمونه[3] (نمونه آموزش) و دوره خارج از نمونه[4] (نمونـه تسـت) بـه ترتیـب ۵۲ و ۱۲ هفتـه اسـت. بـازه زمـانی موردنظر شامل ۳۶۴ مشاهده (قیمت هفتگی از ابتدای سال ۱۳۹۰ تا انتهای سال ۱۳۹۶) است. درنهایت، با تقسـیم‌بنـدی این تعداد مشاهده به دوره داخل نمونه و غلطاندن آن با دوره زمانی ۱۲ هفته‌ای، ۲۶ پنجره ایجاد می‌شود که هـر پنجـره شامل ۵۲ مشاهده داخل نمونه و ۱۲ مشاهده خارج از نمونه است (شکل ۲).

بازده هفتگی سهام به‌صورت $r_{ij} = \frac{P_{ij} - P_{ij-1}}{P_{ij-1}}$ به ازای $i = 1, \dots, n$ و $j = 1, \dots, T$ به‌دست می‌آیـد، جـایی‌کـه P_{ij} و P_{ij-1} به‌ترتیب قیمت پایانی تعدیل‌شده سهم i در هفته j و $j-1$ است.

با توجه به پژوهش گوئل، شارما و مهرا[5] (۲۰۱۸)، سطح اطمینان $\alpha \in (0, 1)$، برای ۵ مقدار گسسته α_k، بـه ازای $k = 1, \dots, 5$، با شرط $0 \le \alpha_5 < \cdots < \alpha_1 < 1$، که در آن $l \in \{U, D\}$ به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود؛

1. Bruni, Cesarone, Scozzari & Tardella
2. Rolling window
3. In-sample period
4. Out-of-sample
5. Goel, Sharma & Mehra

رابطهٔ ۱۰) $$\{\alpha_1^l, \alpha_2^l, \alpha_3^l, \alpha_4^l, \alpha_5^l\} = \{0.9, 0.75, 0.5, 0.1, 0.01\}$$

همچنین اوزان‌های λ_k^l به ازای $k = 1, \dots, 5$ که در آن $l \in \{U, D\}$، از طریق رابطه ۵ محاسبه می‌شود. درنهایت، ازآن‌جایی‌که ردیابی شاخص نیاز به کاهش هردو انحرافات بالا و پایین بازده پرتفوی ردیاب از بازده شاخص دارد، با انتخاب $\delta = 0.5$، وزن‌های برابری به هردو انحرافات داده می‌شود.

سوالات پژوهش

۱. آیا پرتفوی‌های حاصل‌شده از طریق مدل $TMCVaR$، توانایی ردیابی شاخص را دارد؟

۲. آیا پرتفوی‌های حاصل‌شده از طریق مدل $TMCVaR$ نسبت به پرتفوی‌های حاصل‌شده از طریق کمینه کردن مدل میانگین قدر مطلق انحرافات پرتفوی ردیاب و شاخص، در کاهش خطای ردیابی و افزایش نسبت اطلاعاتی عملکرد بهتری داشته است؟

معیارهای مورداستفاده برای سنجش

در این پژوهش به‌منظور بررسی عملکرد پرتفوی‌های حاصل‌شده از به‌کارگیری مدل ردیابی شاخص موردنظر از ضریب هم‌بستگی بازده پرتفوی ردیاب با بازده شاخص، معیار خطای ردیابی و نسبت اطلاعاتی استفاده می‌شود. میارهای خطای ردیابی و نسبت اطلاعاتی به‌صورت زیر تعریف می‌شود؛

رابطهٔ ۱۱) $$TE = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{T}\left(R_j(w) - I_j\right)^2}{T-1}}$$

رابطهٔ ۱۲) $$IR = \frac{E\left(R(w)\right) - E(I)}{TE}$$

یافته‌های پژوهش

به‌منظور بررسی این موضوع که آیا پرتفوی‌های استخراج‌شده از مدل اصلی ($TMCVaR$) توانسته‌اند عملکرد شاخص را به خوبی بازسازی نمایند، از معیار نسبت بازار[۱] استفاده می‌شود. ازآنجایی‌که هدف، ردیابی (بازسازی) شاخص است بنابراین نسبت بازار برای پرتفوی ردیاب شاخص می‌بایست به‌طور آماری برابر یک باشد. در جدول ۱ فرایند آزمون فرضیه برای ۲۶ پنجره زمانی بررسی شده است. همچنین، در آزمون این فرضیه سطح اطمینان ۹۵ درصد در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که مشخص است، تنها در سه پنجره زمانی (پنجره زمانی ۱۸، ۲۲ و ۲۵) فرضیه H_0 رد می‌شود. از آنجایی که نسبت بازار پرتفوی‌های استخراج‌شده در پنجره پنجره زمانی ۱۸، ۲۲ و ۲۵ به‌طور آماری در سطح اطمینان ۹۵ درصد برابر

۱. مقدار نسبت بازار (market ratio) از رابطه $(1 + r_{pt})/(1 + r_{mt})$ محاسبه می‌شود که در آن r_{pt} نشان‌دهنده بازده پرتفوی در زمان t و r_{mt} نشان‌دهنده بازده شاخص در زمان t است.

با یک نیست، می‌بایست به آزمون حالت کلی نیز پرداخته شود. در واقع، برای نتیجه‌گیری قطعی به آزمون معیار نسبت بازار برای کلیه داده‌های خارج از نمونه (۲۶ پنجره × ۱۲ هفته) پرداخته می‌شود.

جدول ۱. آزمون فرضیه روی نسبت بازار پرتفوی‌های حاصل از مدل اصلی برای هریک از پنجره‌های زمانی ۲٦گانه

پنجره	میانگین	انحراف استاندارد	مقدار آماره	مقدار آماره $p-value$	نتیجه آزمون
۱	۰/۹۹۹۱	۰/۰۰۸۹	−۰/۳۶۸۹	۰/۷۱۹۲	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۲	۱/۰۰۱۸	۰/۰۰۶۸	۰/۹۱۷۶	۰/۳۷۸۵	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۳	۰/۹۹۷۱	۰/۰۱۲۴	−۰/۸۰۶۶	۰/۴۳۷۰	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۴	۰/۹۹۶۰	۰/۰۱۷۴	−۰/۸۰۶۶	۰/۴۳۷۰	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۵	۰/۹۹۶۷	۰/۰۱۰۴	−۱/۱۰۶۵	۰/۲۹۲۱	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۶	۱/۰۱۰۷	۰/۰۲۰۱	۱/۸۴۰۰	۰/۰۹۲۹	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۷	۱/۰۰۵۱	۰/۰۲۳۰	۰/۷۶۸۶	۰/۴۵۸۳	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۸	۱/۰۰۱۸	۰/۰۱۲۳	۰/۵۱۲۳	۰/۶۱۸۶	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۹	۰/۹۹۹۳	۰/۰۰۶۳	−۰/۳۶۲۳	۰/۷۲۴۰	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۰	۰/۹۹۸۶	۰/۰۰۶۴	−۰/۷۶۵۷	۰/۴۶۰۰	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۱	۱/۰۰۲۸	۰/۰۰۷۸	۱/۲۶۲۹	۰/۲۳۲۷	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۲	۰/۹۹۶۷	۰/۰۰۸۵	−۱/۳۲۷۲	۰/۲۱۱۳	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۳	۱/۰۰۲۵	۰/۰۱۴۵	۰/۶۰۷۷	۰/۵۵۵۷	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۴	۰/۹۹۸۷	۰/۰۰۶۹	−۰/۶۵۳۲	۰/۵۲۷۰	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۵	۱/۰۰۱۴	۰/۰۱۱۳	۰/۴۲۱۶	۰/۶۸۱۴	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۶	۰/۹۹۹۸	۰/۰۰۶۳	−۰/۱۱۲۳	۰/۹۱۲۶	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۷	۰/۹۹۶۰	۰/۰۰۸۰	−۱/۷۱۸۶	۰/۱۱۳۷	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۱۸	۱/۰۰۶۶	۰/۰۰۸۸	۲/۶۱۰۰	۰/۰۲۴۳	فرضیه H_0 رد می‌شود
۱۹	۱/۰۰۰۱	۰/۰۰۴۴	۰/۰۶۶۹	۰/۹۴۷۹	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۲۰	۱/۰۰۳۲	۰/۰۰۵۴	۲/۰۳۰۹	۰/۰۶۷۱	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۲۱	۱/۰۰۶۴	۰/۰۱۱۶	۱/۸۹۵۷	۰/۰۸۴۶	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۲۲	۱/۰۰۵۴	۰/۰۰۸۱	۲/۳۱۱۷	۰/۰۴۱۲	فرضیه H_0 رد می‌شود
۲۳	۱/۰۰۲۳	۰/۰۰۸۸	۰/۸۸۷۵	۰/۳۹۳۸	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۲۴	۰/۹۹۹۸	۰/۰۰۶۷	−۰/۱۱۳۲	۰/۹۱۱۹	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد
۲۵	۰/۹۹۵۶	۰/۰۰۳۶	−۴/۲۲۲۱	۰/۰۰۱۴	فرضیه H_0 رد می‌شود
۲۶	۱/۰۰۱۵	۰/۰۰۵۴	۰/۹۴۲۴	۰/۳۶۶۲	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد

جدول ۲. آزمون فرضیه روی نسبت بازار پرتفوی‌های حاصل از مدل اصلی به‌صورت جامع

میانگین	انحراف استاندارد	مقدار آماره	مقدار $p-value$	نتیجه آزمون
۱/۰۰۱۰	۰/۰۱۰۹	۰/۰۰۴۹	۰/۹۹۶۰	دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد

همان‌طور که از جدول ۲ مشخص است، هنگامی‌که صحت بازسازی عملکرد شاخص به‌صورت جامع برای کلیه داده‌های خارج از نمونه (۲۶ پنجره × ۱۲ هفته) مورد آزمون قرار می‌گیرد، هیچ دلیلی برای رد فرضیه H_0 مبتنی بر واحد نبودن معیار نسبت بازار وجود ندارد. درنتیجه بررسی جداول ۱ و ۲ نشان می‌دهد که پرتفوی‌های حاصل‌شده از مدل $TMCVaR$ برای داده‌های خارج از نمونه کم، تنها در سه پنجره زمانی توانایی بازسازی شاخص را ندارد؛ اما زمانی که داده‌های خارج از نمونه زیاد است، مدل $TMCVaR$ در بازسازی شاخص موفق عمل کرده است.

در جدول ۳ به‌طور خلاصه عملکرد مدل‌های $TMCVaR$ و MAD برای داده‌های خارج از نمونه آورده شده است. معیارهای ارزیابی عملکرد مدل‌های ردیابی شاخص، هم‌بستگی پرتفوی ردیاب با شاخص، معیار خطای ردیابی و نسبت اطلاعاتی است.

ازآنجایی‌که تعداد داده‌های خارج از نمونه ۱۲ هفته است، در برخی موارد عدم معناداری هم‌بستگی پرتفوی حاصل‌شده از مدل‌ها با شاخص منطقی به نظر می‌آید. به‌طور کامل‌تر، در ۲۳ مورد از ۲۶ مورد هم‌بستگی پرتفوی حاصل‌شده از مدل $TMCVaR$ با شاخص، معناداری در سطح ۱ درصد را نشان می‌دهد و تنها در دو مورد هم‌بستگی پرتفوی حاصل‌شده از مدل فوق با شاخص معنادار نیست[۱]. علاوه بر این در ۱۴ مورد از ۲۶ مورد هم‌بستگی پرتفوی حاصل‌شده از مدل $TMCVaR$ بالاتر از مدل MAD است که درواقع نسبت برابری را نشان می‌دهد.

همچنین همان‌طور که از جدول ۱ مشخص است، خطای ردیابی پرتفوی‌های استخراج‌شده از مدل $TMCVaR$ در ۱۱ مورد (پنجره زمانی) کمتر از پرتفوی‌های استخراج شده از مدل MAD است. علاوه بر این، نسبت اطلاعاتی پرتفوی‌های استخراج‌شده از مدل $TMCVaR$ در ۱۳ پنجره زمانی بالاتر از پرتفوی‌های استخراج‌شده از مدل MAD است.

جدول ۴ عملکرد کلی (برای تمام داده‌های خارج از نمونه) پرتفوی‌های استخراج‌شده از دو مدل $TMCVaR$ و MAD را نشان می‌دهد. همان طور که مشخص است پرتفوی استخراج‌شده از مدل $TMCVaR$ در هر سه معیار ارزیابی عملکرد، عملکرد برتری را نسبت به مدل MAD نشان می‌دهد.

شکل ۳ بازده تجمعی داده‌های خارج از نمونه را برای پرتفوی‌های استخراج‌شده از دو مدل $TMCVaR$ و MAD نشان می‌دهد. پرتفوی استخراج‌شده از مدل $TMCVaR$ به‌طور دقیق‌تری شاخص را نسبت به مدل MAD ردیابی کرده است.

---

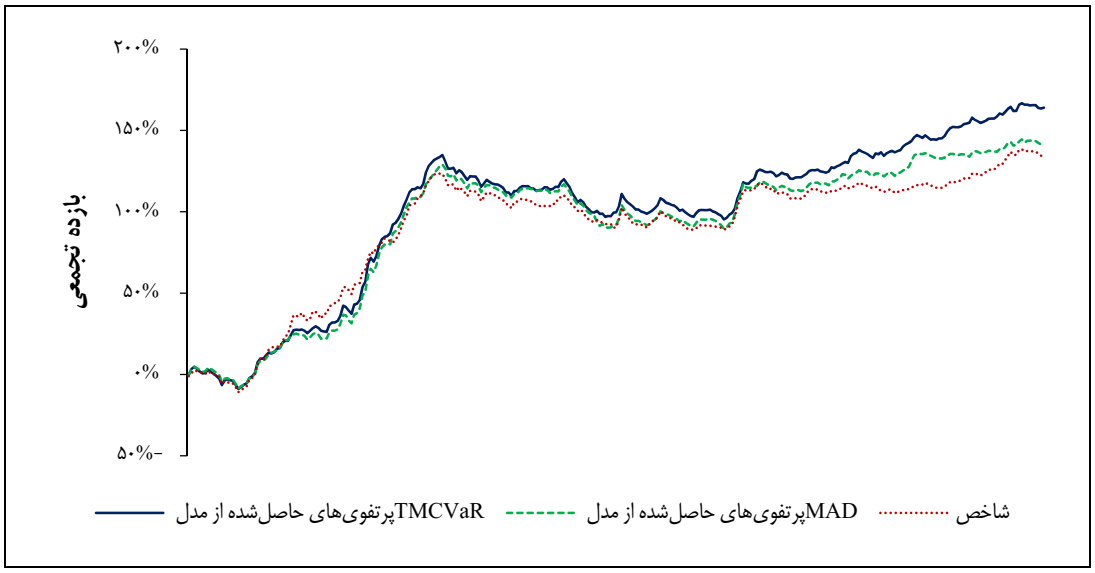
۱. معناداری هم‌بستگی از طریق آزمون دوطرفه t_ρ برای فرضیه صفر $H_.: \rho = ۰$ درمقابل $H_a: \rho \neq ۰$ بررسی می‌شود که در آن معناداری در سطح $۰/۰۱ \leq \alpha < ۰$، $۰/۰۵ \leq \alpha < ۰/۰۱$ و $۰/۱ \leq \alpha < ۰/۰۵$ به ترتیب با علائم ***، ** و * نشان داده می‌شود.

جدول ۳. عملکرد خارج از نمونه پرتفوی‌های استخراج‌شده از طریق دو مدل ردیابی شاخص با استفاده از معیارهای ارزیابی عملکرد هم‌بستگی با شاخص، خطای ردیابی و نسبت اطلاعاتی در ۲٦ پنجره زمانی

پنجره	هم‌بستگی با شاخص		خطای ردیابی		نسبت اطلاعاتی	
	TMCVaR	*MAD*	*TMCVaR*	*MAD*	*TMCVaR*	*MAD*
۱	۰/۸۶۸***	۰/۸۶۷***	۰/۰۰۸۹	۰/۰۰۸	−۰/۱۰۲۹	۰/۱۰۹۸
۲	۰/۹۵۵***	۰/۹۸۲***	۰/۰۰۶۹	۰/۰۰۴۵	۰/۲۵۳۸	−۰/۱۴۹۶
۳	۰/۷۹۷***	۰/۸۹۹***	۰/۰۱۲۷	۰/۰۰۹۴	−۰/۲۳۹۸	−۰/۲۴۱۲
۴	۰/۸۸۹***	۰/۷۴۵**	۰/۰۱۷۸	۰/۰۲۱۷	−۰/۲۵۴۷	−۰/۳۷۶۵
۵	۰/۹۲۰***	۰/۹۴۹***	۰/۰۱۰۶	۰/۰۰۸۴	−۰/۳۲۱۰	−۰/۵۷۴۹
۶	۰/۸۱۰***	۰/۸۰۱***	۰/۰۲۰۶	۰/۰۲۰۴	۰/۵۳۴۲	۰/۵۸۲۴
۷	۰/۴۱۹	۰/۲۷۵	۰/۰۲۳۰	۰/۰۲۶۹	۰/۲۱۱۴	۰/۱۵۹۲
۸	۰/۹۳۱***	۰/۸۸۶***	۰/۰۱۲۵	۰/۰۱۲۲	۰/۱۵۵۷	۰/۲۱۳۱
۹	۰/۹۶۷***	۰/۹۵۷***	۰/۰۰۶۳	۰/۰۰۷۲	−۰/۱۱۴۳	۰/۱۴۴۷
۱۰	۰/۹۳۲***	۰/۹۰۳***	۰/۰۰۶۴	۰/۰۰۸۳	−۰/۲۲۷۲	−۰/۰۸۹۳
۱۱	۰/۷۲۰**	۰/۶۹۱**	۰/۰۰۷۸	۰/۰۰۷۶	۰/۳۶۳۰	۰/۳۴۲۱
۱۲	۰/۹۳۱***	۰/۸۷۹***	۰/۰۰۸۵	۰/۰۰۹۷	−۰/۳۷۷۱	−۰/۳۴۴۷
۱۳	۰/۴۳۹	۰/۰۳	۰/۰۱۴۲	۰/۰۲۰۳	۰/۱۷۳۶	−۰/۱۰۴۶
۱۴	۰/۹۷۸***	۰/۹۸۴***	۰/۰۰۶۹	۰/۰۰۵۷	−۰/۲۰۱۶	−۰/۰۱۷۶۸
۱۵	۰/۷۹۲***	۰/۸۳۵***	۰/۰۱۱۴	۰/۰۰۹۶	۰/۱۱۶۸	۰/۲۱۳۸
۱۶	۰/۸۴۲***	۰/۸۸۲***	۰/۰۰۶۴	۰/۰۰۵۵	−۰/۰۳۱۳	۰/۱۳۴۹
۱۷	۰/۹۵۶***	۰/۹۶۷***	۰/۰۰۸۲	۰/۰۱۲۳	−۰/۴۸۹۵	−۰/۱۴۵۶
۱۸	۰/۸۶۰***	۰/۷۱۴**	۰/۰۰۸۹	۰/۰۱۰۴	۰/۷۴۵۵	۰/۱۸۹۵
۱۹	۰/۹۵۱***	۰/۹۶۶***	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۴۱	۰/۰۱۱۲	۰/۱۰۹۹
۲۰	۰/۸۳۷***	۰/۸۸۴***	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۷۲	۰/۵۸۷۴	۰/۲۰۸۵
۲۱	۰/۷۶۷***	۰/۷۹۹***	۰/۰۱۱۶	۰/۰۰۶۸	۰/۵۴۹۷	۰/۴۶۵۱
۲۲	۰/۷۷۱***	۰/۸۶۲***	۰/۰۰۸۱	۰/۰۱۰۳	۰/۶۷۰۵	۰/۷۲۲۵
۲۳	۰/۷۶۷***	۰/۹۲۶***	۰/۰۰۸۹	۰/۰۰۲۷	۰/۲۵۷۰	−۰/۴۲۵۹
۲۴	۰/۸۵۵***	۰/۸۳***	۰/۰۰۶۷	۰/۰۰۶۱	−۰/۰۳۱۷	−۰/۵۰۰۳
۲۵	۰/۹۶۱***	۰/۸۹۵***	۰/۰۰۳۷	۰/۰۰۵۹	−۱/۲۰۲۱	−۱/۱۲۲۶
۲۶	۰/۹۱۹***	۰/۹۰۲***	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۵۳	۰/۲۷۴۷	۰/۱۵۹۰

جدول ٤. عملکرد کلی پرتفوی‌های استخراج‌شده از طریق دو مدل ردیابی شاخص با استفاده از معیارهای ارزیابی عملکرد هم‌بستگی با شاخص، خطای ردیابی و نسبت اطلاعاتی

مدل	هم‌بستگی با شاخص	خطای ردیابی	نسبت اطلاعاتی
TMCVaR	۰/۸۵۹***	۰/۰۱۱	۰/۰۸۳۸
MAD	۰/۸۳۸***	۰/۰۱۱۸	۰/۰۱۸۷



شکل ۳. بازده تجمعی شاخص و پرتفوی‌های حاصل‌شده از دو مدل $TMCVaR$ و MAD برای داده‌های خارج از نمونه برای ۲۶ پنجره زمانی

جدول ۵. آزمون مقایسات زوجی بر روی نسبت اطلاعاتی و خطای ردیابی

معیار	میانگین اختلافات	انحراف استاندارد اختلافات	مقدار آماره	مقدار $p-value$
نسبت اطلاعاتی	۰/۰۶۹۶	۰/۲۵۳۳	۱/۴۰۰۳	۰/۱۷۳۷
خطای ردیابی	-۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۲۷	-۰/۳۵۹۳	۰/۷۲۲۴

به‌منظور مقایسه مدل اصلی با مدل رقیب از آزمون مقایسات زوجی بر روی نسبت اطلاعاتی و خطای ردیابی استفاده می‌شود. در این آزمون رد شدن فرض صفر بدین مفهوم است که مقدار اختلاف میانگین نسبت اطلاعاتی (خطای ردیابی) پرتفوی‌های حاصل‌شده از دو مدل، در سطح اطمینان مشخص برابر با صفر نیست. همان‌طور که از جدول ۵ مشخص است، آزمون فرضیه فوق بر روی نسبت اطلاعاتی و خطای ردیابی در ۲۶ پنجره زمانی میان پرتفوی‌های استخراج‌شده از مدل $TMCVaR$ و MAD انجام گرفته است. در این آزمون، فرض صفر در سطح معناداری ۵ درصد رد نمی‌شود. درواقع طبق جدول مذکور دلیلی برای رد فرض H_0 وجود ندارد. درنتیجه، می‌توان استنباط کرد که میان نسبت اطلاعاتی دو مدل تفاوت معناداری وجود ندارد و دو مدل دارای عملکرد مشابهی هستند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در سال‌های اخیر توجه سرمایه‌گذاران به ابزارهای غیرمستقیم با مدیریت غیرفعال افزایش قابل‌ملاحظه‌ای داشته است و این موضوع باعث رشد حجم سرمایه‌گذاری‌ها در ابزارهای با مدیریت غیرفعال شده است. در سال ۲۰۱۷ حجم سرمایه‌گذاری در صندوق‌های با مدیریت غیرفعال (صندوق‌های سرمایه‌گذاری شاخصی) به بیش از ۱۵ تریلیون دلار

(معادل ۱۹ درصد از کل دارایی‌های تحت مدیریت) در جهان رسیده است؛ درحالی‌که حجم دارایی‌های با مدیریت غیرفعال در سال ۲۰۰۳ مبلغ ۳ تریلیون دلار معادل ۹ درصد از کل دارایی‌های تحت مدیریت در جهان بوده است که این موضوع نشان از اقبال قابل‌ملاحظه سرمایه‌گذاران به صندوق‌های شاخصی دارد (گزارش مدیریت دارایی جهانی، ۲۰۱۹). ازاین‌رو سرمایه‌گذاری در ابزارهای با مدیریت غیرفعال (شاخص محور) به‌عنوان یک روش سرمایه‌گذاری با بازده‌ای نزدیک به بازده شاخص در این پژوهش موردمطالعه قرار گرفت.

نتایج حاصل از پژوهش نشان می‌دهد که مدل اصلی ($TMCVaR$) توانسته است مدل مناسبی برای ردیابی شاخص باشد. این مورد به‌وسیله آزمون نسبت بازار سنجیده شده است. فرایند آزمون فرضیه نسبت بازار برای ۲۶ پنجره زمانی بررسی شد. نتایج آزمون فرضیه (واحد بودن نسبت بازار) نشان می‌دهد که مدل اصلی ($TMCVaR$) تنها در سه پنجره زمانی (پنجره زمانی ۱۸، ۲۲ و ۲۵) رد می‌شود. در واقع، برای نتیجه‌گیری قطعی به آزمون معیار نسبت بازار برای کلیه داده‌های خارج از نمونه (۲۶ پنجره × ۱۲ هفته) پرداخته می‌شود. هنگامی‌که صحت بازسازی عملکرد شاخص به‌صورت جامع برای کلیه داده‌های خارج از نمونه (۲۶ پنجره × ۱۲ هفته) مورد آزمون قرار می‌گیرد، هیچ دلیلی برای رد فرضیه H_0 مبتنی بر واحد نبودن معیار نسبت بازار وجود ندارد.

همچنین نتایج حاصل از آزمون فرضیه مقایسه دو مدل اصلی و رقیب ردیابی شاخص حاکی از آن است که بین دو مدل در کاهش خطای ردیابی و افزایش نسبت اطلاعاتی هیچ تفاوت معناداری وجود ندارد.

این پژوهش به ردیابی شاخص کل بورس اوراق بهادار پرداخته است و هدف آن بررسی توانمندی مدل $TMCVaR$ در ردیابی شاخص است. در این پژوهش از یک مدل برنامه‌ریزی خطی استفاده شد. استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح (صفر و یک) می‌تواند زمینه مناسبی برای پژوهش و مطالعات آتی باشد.

منابع

عیوضلو، رضا؛ شفیع‌زاده، مجتبی؛ قهرمانی، علی (۱۳۹۶). ردیابی شاخص و شاخص بهبودیافته با استفاده از رویکردهای هم‌انباشتگی و همبستگی. *تحقیقات مالی*، ۱۹(۳)، ۴۵۷- ۴۷۴.

فلاح‌پور، سعید؛ تندنویس، فرید (۱۳۹۴). کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص با درنظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها. *تحقیقات مالی*، ۱۷(۲)، ۳۲۵- ۳۴۰.

فلاح‌پور، سعید؛ تندنویس، فرید؛ هاشمی، سیدمحمدامیر (۱۳۹۴). بهینه‌سازی پرتفوی ردیاب شاخص با استفاده از مدل تک شاخصی پایدار برمبنای شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۶(۲۴)، ۱۱۵- ۱۳۴.

نبی‌زاده، احمد؛ قره‌باغی، هادی؛ بهزادی، عادل (۱۳۹۶). بهینه‌سازی پرتفوی ردیابی شاخص بر اساس بتای نامطلوب مبتنی بر الگوریتم‌های تکاملی. *تحقیقات مالی*، ۱۹(۲)، ۳۱۹- ۳۴.

References

Beasley, J. E., Meade, N., & Chang, T.J. (2003). An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research, 148*(3), 621–643. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00425-3

Boston Consulting Group, Global Asset Management (2019) Will These ’20s Roar?

Bruni, R., Cesarone, F., Scozzari, A., & Tardella, F. (2017). On exact and approximate stochastic dominance strategies for portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, *259*(1), 322–329. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.10.006

Buckley, I. R. C., & Korn, R. (1998). Optimal Index Tracking Under Transaction Costs and Impulse Control. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, *01*(03), 315–330. https://doi.org/10.1142/S0219024998000187

Canakgoz, N. A., & Beasley, J. E. (2009). Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation. *European Journal of Operational Research*, *196*(1), 384–399. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.03.015

Dose, C., & Cincotti, S. (2005). Clustering of financial time series with application to index and enhanced index tracking portfolio. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, *355*(1), 145–151. https://doi.org/10.1016/j.physa.2005.02.078

Eyvazloo, R., Shafizadeh, M. & Ghahramani, A. (2017). Index Tracking and Enhanced Indexing Using Co-integration and Correlation Approaches. *Journal of Financial Researches,* 19(3), 457-474. (*in Persian*)

Fallahpour, S. & Tondnevis, F. (2015). Application of an optimization model for constructing an index tracker portfolio and considering the uncertainty of model parameters by using of robust optimization approach. *Journal of Financial Researches,* 17(2), 325-340. (*in Persian*)

Fallahpour, S. & Tondnevis, F. & Hashemi, A. (2015). The application of robust optimization for index tracking by using of single index model based on fifty active company index of tehran stock exchange. *Journal of Financial Engineering and Securities Management (Portfolio Management),* 6(24), 115-134. (*in Persian*)

French, K. R. (2008). Presidential Address: The Cost of Active Investing. *The Journal of Finance*, *63*(4), 1537–1573. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2008.01368.x

Goel, A., Sharma, A., & Mehra, A. (2018). Index tracking and enhanced indexing using mixed conditional value-at-risk. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *335*, 361–380. https://doi.org/10.1016/j.cam.2017.12.015

Mansini, R., Ogryczak, W., & Speranza, M. G. (2007). Conditional value at risk and related linear programming models for portfolio optimization. *Annals of Operations Research*, *152*(1), 227–256. https://doi.org/10.1007/s10479-006-0142-4

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, *7*(1), 77–91. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x

Meade, N., & Salkin, G. R. (1989). Index Funds—Construction and Performance Measurement.

Journal of the Operational Research Society, *40*(10), 871–879. https://doi.org/10.1057/jors.1989.155

Nabizade, A. Gharehbaghi, H. & Behzadi, A. (2017). Index Tracking Optimization under down Side Beta and Evolutionary Based Algorithms. *Journal of Financial Researches*, 19(2), 319-340. (*in Persian*)

Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *The Journal of Risk*, *2*(3), 21–41. https://doi.org/10.21314/JOR.2000.038

Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking & Finance*, *26*(7), 1443–1471. https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00271-6

Roll, R. (1992). A Mean/Variance Analysis of Tracking Error. *The Journal of Portfolio Management*, *18*(4), 13–22. https://doi.org/10.3905/jpm.1992.701922

Rudd, A. (1980). Optimal Selection of Passive Portfolios. *Financial Management*, *9*(1), 57. https://doi.org/10.2307/3665314

Treynor, J. L., & Black, F. (1973). How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection. *The Journal of Business*, *46*(1), 66–86. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/2351280

Wang, M., Xu, C., Xu, F., & Xue, H. (2012). A mixed 0–1 LP for index tracking problem with CVaR risk constraints. *Annals of Operations Research*, *196*(1), 591–609. https://doi.org/10.1007/s10479-011-1042-9