Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153

Online ISSN: 2423-5377

Sensitivity Analysis of Two-Step Multinomial Backtests for Evaluating Value-at-Risk

Mohamad Ali Rastegar

*Corresponding Author, Assistant Prof., Department of Financial Engineering, Faculty of Industrial Engineering & Systems, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran. E-mail: ma_rastegar@modares.ac.ir

Mehdi Hemati

M.Sc., Department of Finance, Faculty of Management and Finance, Khatam University, Tehran, Iran. E-mail: m.hem7394@gmail.com

Abstract

Objective: Nowadays, the measurement of the risk of the marketplace has a significant effect on investments; however, the inadequate evaluation of this risk will cause ***a*** financial crisis and possible bankruptcy. One of the typical approaches to measure this risk is the probability-based risk measurement method, known as Value-at-Risk (VaR), for estimating and backtesting of which there are various methods. The purpose of this paper is to put forward a comprehensive test for backtesting and analyzing the sensitivity of VaR based on the number of samples (n) and confidence levels (N).

Methods: First, the VaR of Tehran Stock Exchange data was estimated by applying GARCH-Copula, DCC, and EVT. Next, by using the multinomial backtesting in two steps the accuracy of VaR estimation and ranked the models were tested. Thereafter, considering the number of samples (n) and the confidence levels (N), the sensitive analysis of the backtesting result demonstrated the accuracy of the estimated VaR by selecting the most appropriate parameters.

Results: Sensitive analysis findings indicated that in all three models, increasing the parameter "N" will result in an increase in the error rate. On the other hand, sensitive analysis of parameter "n" proved that its value depends on the technique used to estimate VaR, but generally, any increase in it leads to validation of VaR estimation models. The results also showed that according to the EVT method, at least 29% of the data is required to be used as a test sample in VaR estimation; however, the amount is equal to 22% in the DCC and GARCH-Copula methods.

Conclusion: The result of the sensitivity analysis indicated that the reliability of different estimating VaR techniques relies on "n" and "N" parameters and different amounts of these two parameters can generate inaccurate and uncertain outcomes for each model. In addition, ranking these methods by using the loss function, GARCH-Copula, EVT and DCC methods ranked first to third, respectively.

Keywords: Sensitive analysis, Backtest, Value-at-Risk (VaR)

Citation: Rastegar, Mohamad Ali and Hemati, Mehdi (2021). Sensitivity Analysis of Two-Step Multinomial Backtests for Evaluating Value-at-Risk. *Financial Research Journal*, 23(4), 523-544. https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.317733.1007136 (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2021, Vol. 23, No.4, pp. 523-544
https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.317733.1007136
© Authors
Published by University of Tehran, Faculty of Management

Article Type: Research Paper
Received: February 05, 2021
Accepted: September 04, 2021

تحقیقات مالی
شاپا چاپی: ۸۱۵۳-۱۰۲۴
شاپا الکترونیکی: ۵۳۷۷-۲۴۲۳

تحلیل حساسیت آزمون‌های پس‌آزمایی چندجمله‌ای دومرحله‌ای برای ارزیابی ارزش در معرض ریسک

محمدعلی رستگار
* نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران. رایانامه: ma_rastegar@modares.ac.ir

مهدی همتی
کارشناسی ارشد، گروه مالی، دانشکده مدیریت و مالی، دانشگاه خاتم، تهران، ایران. رایانامه: m.hem7394@gmail.com

چکیده

هدف: امروزه اندازه‌گیری ریسک بازار اهمیت ویژه‌ای دارد؛ چراکه برآورد نادرست چنین ریسکی، به بحران‌های مالی و ورشکستگی منجر می‌شود. یکی از شیوه‌های بسیار رایج برای برآورد ریسک بازار، رویکرد ارزش در معرض ریسک (VaR) است که پژوهشگران روش‌های مختلفی برای تخمین و پس‌آزمایی آن ارائه کرده‌اند. هدف این پژوهش، ارائه آزمونی جامع برای پس‌آزمایی و تحلیل حساسیت پس‌آزمایی تخمین VaR نسبت به دو پارامتر تعداد نمونه (n) و سطح اطمینان (N) است.

روش: ابتدا با استفاده از روش‌های گارچ ـ کاپولا، هم‌بستگی شرطی پویا و نظریه ارزش فرین تخمین VaR شامل داده‌های بورس اوراق بهادار تهران انجام شد و با استفاده از آزمون چندجمله‌ای، در دو مرحله به پس‌آزمایی دقت تخمین VaR و رتبه‌بندی روش‌ها پرداخته شد. سپس با در نظرگرفتن تعداد نمونه (n) و مقدار سطوح مختلف (N)، روی پس‌آزمایی روش‌های تخمین، تحلیل حساسیت انجام گرفت و در نهایت، بازه‌های مقادیر n و N که به تخمین دقیق VaR منجر می‌شود، انتخاب شد.

یافته‌ها: نتایج این تحلیل حساسیت مشخص کرد که در هر سه روش، با افزایش مقدار N، میزان خطا نیز افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، تحلیل حساسیت پارامتر n نشان داد که مقدار این پارامتر، به روش استفاده شده در برآورد تخمین VaR وابسته است؛ اما به‌طورکلی، افزایش آن به معتبر شدن روش‌های تخمین VaR منجر می‌شود. افزون بر این، مشخص شد که به ازای روش نظریه ارزش فرین، باید حداقل ۲۹درصد داده‌ها برای نمونه آزمون در تخمین VaR به‌کار گرفته شود؛ اما برای دو روش هم‌بستگی شرطی پویا و گارچ ـ کاپولا این مقدار ۲۲درصد است.

نتیجه‌گیری: نتایج نشان داد که اعتبار روش‌های تخمین VaR به دو پارامتر n و N حساس است و به ازای مقادیر متفاوت از آن‌ها، ممکن است روش‌های مختلف معتبر نباشند. علاوه بر این، در رتبه‌بندی روش‌های تخمین با استفاده از تابع زیان، روش‌های گارچ ـ کاپولا، نظریه ارزش فرین و هم‌بستگی شرطی پویا، به‌ترتیب در رتبه‌های اول تا سوم قرار گرفتند.

کلیدواژه‌ها: تحلیل حساسیت، پس‌آزمایی، ارزش در معرض ریسک (VaR)

استناد: رستگار، محمدعلی و همتی، مهدی (۱۴۰۰). تحلیل حساسیت آزمون‌های پس‌آزمایی چندجمله‌ای دومرحله‌ای برای ارزیابی ارزش در معرض ریسک. *تحقیقات مالی*، ۲۳(۴)، ۵۲۳- ۵۴۴.

تحقیقات مالی، ۱۴۰۰، دوره ۲۳، شماره ۴، صص. ۵۲۳- ۵۴۴
دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۱۷، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۱۳
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.317733.1007136
نوع مقاله: علمی پژوهشی
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
© نویسندگان

مقدمه

ریسک بازار از مهم‌ترین ریسک‌هایی است که مدیران و سرمایه‌گذاران با آن مواجه می‌شوند. این ریسک با توجه به حرکات یا نوسان‌های غیرمنتظره در قیمت یا نرخ‌های بازار به وجود می‌آید. اندازه‌گیری ریسک بازار دارای اهمیت بالایی است؛ چراکه ورشکستگی‌های تاریخی، سقوط بازارهای مالی، بحران‌های مالی و بلایای طبیعی به دنبال وقایعی که معمولاً سابقه ندارند، رخ می‌دهد. با توجه به اینکه اثرات این وقایع در بازارهای مالی مشهود است، شناسایی و برآورد این حوادث از مهم‌ترین کارهای مدیریت ریسک است که ازجمله مهم‌ترین آن‌ها، رویکرد ارزش در معرض ریسک (VaR)[1] است (کراتز، لوک و مک‌نیل[2]، ۲۰۱۸).

معیار ارزش در معرض ریسک (VaR) احتمال مواجه شدن دارایی‌های مالی را با بدترین حالت حاصله در یک دوره زمانی و سطح اطمینان مشخص، تعیین می‌کند (برایون و اسکولز[3]، ۲۰۱۶). روش‌های مختلفی برای تخمین VaR توسط محققین مختلف ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به شبیه‌سازی تاریخی، روش‌های پارامتریک مانند انواع مدل‌های GARCH و روش‌های نیمه‌پارامتریک مانند رویکرد کاپولا و روش EVT[4] نام برد. به منظور ارزیابی این مدل‌های تخمین نیز از آزمون‌های پس‌آزمایی مختلفی مانند آزمون کوپیک و کریستوفرسون استفاده می‌شود.

پس از تخمین VaR، باید با استفاده از پس‌آزمایی، روش تخمین VaR ارزیابی شود. در واقع پس‌آزمایی به دنبال اختلاف میان زیان تخمین زده شده از مدل VaR و میزان واقعی زیان در یک دوره زمانی مورد مطالعه است (بلینی[5] و همکاران، ۲۰۱۹). اولین قدم در پس‌آزمایی روش‌های مختلف تخمین VaR تعیین دقت مدل‌ها است. ازجمله مهم‌ترین روش‌های پس‌آزمایی، آزمون کوپیک[6] است که یک آزمون پوشش غیرشرطی[7] است. فرض صفر این آزمون برابر بودن نسبت شکست و سطح پوشش مورد انتظار است (کوپیک، ۱۹۹۵). از آن‌جایی‌که آزمون کوپیک دارای پوشش غیرشرطی می‌باشد و تخطی‌ها[8] را مستقل از هم در نظر نمی‌گیرد، کریستوفرسن[9] آزمونی را بر اساس پوشش شرطی پیشنهاد داد که ترکیبی از آزمون سطح پوشش غیرشرطی و استقلال تخطی‌ها است (کریستوفرسن، ۱۹۹۸).

مطالعه منابع مرتبط با آزمون‌های پس‌آزمایی VaR نشان می‌دهد که اکثر آزمون‌های پس‌آزمایی صرفاً برای اعتبارسنجی روش‌های تخمین VaR بوده و عمدتاً تک‌مرحله‌ای هستند. برخی از آزمون‌های پس‌آزمایی دو مرحله‌ای نیز ارائه شده‌اند که قدرت و دقت ارزیابی VaR تخمین‌زده شده را افزایش می‌دهند. در این میان مدل کراتز و همکاران (۲۰۱۸) توانسته است با توجه به درنظر گرفتن تعداد محدودی از سطوح اطمینان و تعداد نمونه‌های مختلف، نتایج را به ازای این دو پارامتر مقایسه کرده و از کارایی بالاتری برخوردار باشد. بنابراین با توجه به اینکه این آزمون وابسته به تعداد

1. Value-at-Risk
2. Kratz, Lok & McNeil
3. Braione & Scholtes
4. Extreme Value Theory
5. Bellini
6. Kupiec
7. Unconditional Coverage Test
8. Violation
9. Christoffersen

نمونه و سطح اطمینان است، نیاز است که یک حساسیت‌سنجی دقیقی بر روی این دو پارامتر و به ازای مدل‌های مختلف تخمین صورت بگیرد تا مقادیر مناسب (از نظر بالاترین دقت ممکن برای ارزیابی VaR) انتخاب گردد و در نهایت طی یک مرحله ثانویه، این مدل‌ها رتبه‌بندی شوند. بدین منظور، در تحقیق حاضر با استفاده از مدل GARCH-Copula و DCC[1] و EVT به تخمین VaR شامل داده‌های بازار بورس اوراق بهادار ایران پرداخته و سپس با استفاده از آزمون چندجمله‌ای در سطوح مختلف کراتز، لوک و مک‌نیل (۲۰۱۸) و روش دومرحله‌ای آنجلیدیس و دگیاناکیس[2] (۲۰۱۸) به پس‌آزمایی دقت مدل‌های تخمین VaR و رتبه‌بندی آن‌ها خواهیم پرداخت. سپس پس‌آزمایی روش‌های تخمین VaR را با در نظرگرفتن تعداد نمونه (n) و تعداد سطوح مختلف اطمینان (N) تحلیل حساسیت کرده و نمودارهای سه‌بعدی (n-N-VaR) را ترسیم می‌کنیم و در نهایت بازه‌های مقادیر n و N را که منجر به تخمین دقیق VaR می‌شود را انتخاب می‌کنیم.

پیشینهٔ پژوهش

ماهیت فعالیت‌های مالی به نحوی است که سرمایه‌گذار در تلاش برای به‌دست آوردن میزان مشخصی از بازدهی، همواره در معرض خطرات ناشی از ریسک قرار می‌گیرد. بنابراین رابطه‌ای بسیار قوی بین بازدهی و ریسک وجود دارد. چنانچه این ریسک به درستی اندازه‌گیری نشود، سرمایه‌گذار دچار انتظارات نادرستی از میزان بازدهی دارایی مالی شده و در نهایت به بازدهی نامطلوبی دست خواهد یافت. بنابراین انتخاب مدل مناسبی جهت اندازه‌گیری این ریسک بازار اهمیت زیادی دارد. یکی از روش‌های استاندارد و شناخته شده‌ای که برای پیش‌بینی، اندازه‌گیری و در نهایت مدیریت ریسک به کار می‌رود و نهادهای مالی استقبال گسترده‌ای از آن کرده‌اند، معیار ارزش در معرض ریسک (VaR) است که روش‌های مختلفی برای تخمین آن وجود دارد. بنابراین پس‌آزمایی و ارزیابی دقت این روش‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است (برایون و اسکولز، ۲۰۱۶). پژوهش‌های انجام شده در خصوص اندازه‌گیری VaR در دو گروه طبقه‌بندی می‌شوند. بخش نخست اندازه‌گیری این سنجه بر اساس روش‌های سنتی مانند روش‌های پارامتریک(واریانس-کواریانس) و ناپارامتریک(روش تاریخی و مونت‌کارلو) است. در بخش دوم به محاسبه این سنجه بر اساس روش‌های نوین و نظریه‌های آماری برای تخمین درست دنباله توزیع مانند مدل Copula، DCC و EVT می‌پردازند. در ادامه به تعدادی از پژوهش‌های انجام گرفته در زمینه تخمین VaR، مقایسه رویکردها و پس‌آزمایی آن‌ها اشاره شده است.

وید، ویب و زیگل[3] (۲۰۱۶) به منظور تشخیص خوشه‌بندی در تخمین چندمتغیرهٔ VaR، دو آزمون پس‌آزمایی جدید ارائه کرده‌اند. ابتدا، برای تشخیص انتظارات غیرثابت در ماتریس تخطی‌های VaR، از آزمون‌های CUSUM استفاده شده است. سپس به منظور تشخیص وابستگی سریالی و بین مقطعی در تخمین‌های VaR از آزمون‌های χ^2 استفاده شده است. علاوه بر این، آن‌ها این دو روش پس‌آزمایی را با آزمون پوشش غیرشرطی ترکیب کرده و دو روش پس‌آزمایی

1. Dynamic Conditional Correlation
2. Angelidis & Degiannakis
3. Wied, Weiß & Ziggel

جدید برای پس‌آزمایی پوشش شرطی چندمتغیره ارائه کردند. نتایج شبیه‌سازی این روش، حاکی از برتری در مقایسه با آزمون‌های پس‌آزمایی مرسوم است.

یک روش دومرحله‌ای با استفاده از آزمون کوپیک و کریستوفرسن در مرحله اول و استفاده از خطاهای MAE[1] و MSE[2] تابع زیان در مرحله دوم توسط آنجلیدیس و دگیاناکیس (۲۰۱۸) ارائه شده است که نه تنها میزان VaR را تخمین می‌زند، بلکه میزان اتلاف‌های تخمین را نیز محاسبه می‌کند. بدین منظور، چندین مدل شرطی که ویژگی‌ها اصلی بازدهی سهام (توزیع شرطی نامتقارن بازدهی، تبدیل توان و ادغام کسری واریانس شرطی[3]) را تحت چهار توزیع فرضی نرمال، GED، t و t چوله را تخمین می‌زند، برای سه بازار مالی (سهام آمریکا، طلا و نرخ تبدیل دلار- پوند) ارائه شده است تا بهترین مدل را برای موقعیت‌های معاملاتی خرید و فروش در هر کدام از این بازارها در دو سطح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد پیدا کند. نتایج این تحقیق نشان داد که مدیریت ریسک می‌تواند به‌طور چشمگیری، تعداد مدل‌های مورد مقایسه را کاهش دهد و روش پیشنهادی یک ابزار بسیار مناسب برای سنجش چنین مقایسه‌ای است.

کراتز، لوک و مک‌نیل(۲۰۱۸) یک آزمون چندجمله‌ای در سطح‌های معناداری مختلف ارائه کرده‌اند. آن‌ها با اتکا بر نتایج شبیه‌سازی بر روی توزیع‌های دم قوی و مدل‌های نوسان GARCH، یک روش آماری طراحی کردند که در آن حداقل به ۴ سطح معناداری VaR نیاز است تا به نتایج ارزیابی دقیق‌تری دست یافت و این روش بسیار قوی‌تر از آزمون‌های چندجمله‌ای تک مرحله‌ای است. آن‌ها به ازای چند مقدار مختلف برای سطوح اطمینان و نمونه‌های آزمون، مقادیر معتبر تخمین VaR به ازای این دو پارامتر را معرفی کردند.

بوشر، پوش و اشمیت[4] (۲۰۲۰) با برقراری ارتباط بین ویژگی استقلال تخمین VaR و شاخص اکسترمال (معیاری برای اندازه‌گیری خوشه‌بندی اکسترمال یک دنباله یکنواخت)، روش جدیدی برای پس‌آزمایی مستقل VaR ارائه کرده‌اند. بدین منظور، آن‌ها دنباله‌ای از بازدهی‌های اضافی نسبی را که شاخص‌های اکسترمال آن‌ها تخمین زده می‌شود، معرفی کرده‌اند. نتایج این روش با چندین روش پس‌آزمایی معتبر از طریق شبیه‌سازی مونت‌کارلو مقایسه شده است و نتایج این مقایسه حاکی از آن است که تحت سناریوهای مختلف، روش پیشنهادی عملکرد بهتری دارد.

از جمله تحقیقات داخلی می‌توان به تحقیق کشاورز حداد و حیرانی(۱۳۹۳) اشاره کرد که از مدل GARCH-Copula برای تخمین VaR سبد دارایی متشکل از دو شاخص قیمتی محصولات شیمیایی و دارویی بورس اوراق بهادار تهران استفاده کرده‌اند و نتایج حاصل از آن را با استفاده از آزمون‌های پس‌آزمایی کوپیک، کریستوفرسن و مبتنی بر تابع زیان با مدل‌های MGARCH، DCC-GARCH، EWMA و روش‌های شبیه‌سازی تاریخی ارزیابی و مقایسه کرده‌اند. نتایج این تحقیق نشان داد که مدل GARCH-Copula از دقت و کفایت بیشتری نسبت به سایر مدل‌ها در تخمین VaR برخوردار است.

1. Mean Absolute Error
2. Mean Squared Error
3. Fractional integration of the conditional variance
4. Bücher, Posch & Schmidtke

رستمی نوروزآباد، شجاعی، خضری و رحمانی نوروزآباد (۱۳۹۴) پارادایم شبه‌پارامتریکی جدیدی با ترکیب آنالیز موجک و مدل‌های GARCH برای تخمین ارزش در معرض ریسک پیشنهاد کرده‌اند که با استفاده از آنالیز موجک به بررسی خواص چندمقیاسی داده‌ها می‌پردازد. نتایج پس‌آزمایی با استفاده از آزمون نرخ شکست کوپیک و میانگین مجذور خطاها حاکی از برتری روش پیشنهادی این مقاله نسبت به رویکردهای سنتی است؛ به‌طوری که این روش، تخمین‌هایی با درجهٔ اطمینان و صحت بیشتری از ارزش در معرض ریسک را به‌دست آورد.

سارنج و نوراحمدی (۱۳۹۵) در پژوهشی به برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار با توجه به روش‌های نوین با تأکید بر رویکرد ارزش‌فرین شرطی و مقایسهٔ آن‌ها با عملکرد رویکردهای پارامتریک برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دورهٔ ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ و در سطح اطمینان ۹۹ درصد پرداختند. به‌علاوه، برای بررسی و مقایسهٔ الگوها از روش‌های پس‌آزمایی VaR مانند آزمون‌های استقلال تخطی‌ها و پوشش برنولی و روش‌های پس‌آزمایی ES همچون آزمون مک‌نیل و فری و آزمون رتبه‌بندیMCS استفاده گردید. نتایج پس‌آزمایی به‌دست‌آمده در این مقاله حاکی از برتری محاسبهٔ VaR برگرفته از تئوری ارزش‌فرین شرطی در مقایسه با سایر مدل‌های رقیب، از قبیل مدل ارزش‌فرین غیرشرطی، نرمال ایستا(روش واریانس ـ کواریانس) و نرمال شرطی(مدل گارچ) است. همچنین نتایج تابع MCS برای معیار ES نشان داد رویکردهای ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشده تی.استیودنت، ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال و مدل GARCH با فرض پسماندهای تی.استیودنت به‌ترتیب در رتبه‌های اول تا سوم قرار می‌گیرند و هر سه مدل با توجه به وضعیت اقتصاد و نوسانات موجود در بازده‌ها طی زمان تغییر می‌کنند، در نتیجه وضعیت ریسکی موجود در شاخص را بهتر از دیگر سنجه‌ها منعکس می‌کنند.

کاشی، نیازخانی و عبدالهی (۱۳۹۵) به محاسبه موقعیت های معاملاتی کوتاه و بلند مدت و همچنین بررسی ارزش‌های درون نمونه و برون نمونه VaR برای ارزیابی کیفیت پیش بینی مدل براورد شده پرداختند. آزمون های نرخ شکست، بر اساس طول و DQ که برای پس آزمایی VaR درون نمونه تهیه شده اند، نشان از این دارند که مدل VaR درون نمونه با HYGARCH(1,d,1) student-t عملکرد قابل قبول تری از توزیع های دیگر مدل HYGARCH(1,d,1) و مدل FIGARCH(1,d,1) خواهد داشت. نتایج تابع زیان VaR نیز نشان از این دارد که در کلیه سطوح کوانتیل‌ها، مدل FIGARCH(1,d,1) کمترین زیان را دارد. همچنین مدلی که ویژگی حافظه بلندمدت در واریانس شرطی را دارا است، کمترین زیان و یا عملکرد مناسب‌تری در ارزیابی پیش‌بینی دارد.

گرجی و سجاد (۱۳۹۵) در پژوهشی با هدف ارائه برآوردهای دقیق‌تر از VaR چند دوره‌ای از شانزده روش برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX) ، NASDAQ و FTSE استفاده کرده‌اند. نتایج براساس مجموع معیارهای تابع زیان و کارایی نشان می‌دهد که مدل شبیه‌سازی تاریخی بوت استرپ شده (BHS) از بهترین عملکرد برای شاخص TEPIX برخوردار است. همچنین، در سطح اطمینان ۹۵ درصد مدل پارامتریک EGARCH با توزیع تی‌استیودنت و در سطوح اطمینان ۹۹ و ۹۹/۵ درصد مدل EGARCH با توزیع نرمال از عملکرد مطلوب‌تری نسبت به سایر مدل‌ها در برآورد VaR پنج‌روزه برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE برخوردار می‌باشند. به‌علاوه، یافته‌های

این تحقیق نشان‌دهنده آن است که بهترین مدل از لحاظ آزمون پوشش شرطی لزوماً اقتصادی‌ترین مدل در برآورد VaRپنج‌روزه نیست.

طالب‌لو و داودی (۱۳۹۷) برای بررسی ساختار وابستگی بین دارایی‌ها از الگوهای مختلف خانواده کاپیولا، برای مدل‌سازی تلاطم‌های بازده دارایی‌ها از الگوهای مختلف خانواده گارچ و به‌منظور مدل‌سازی دم‌های توزیع از الگوی نظریه ارزش فرین استفاده شده است. همچنین برای محاسبه ریسک پرتفوی دارایی شامل ۴ شاخص مالی، شیمیایی، دارویی و خودرو از الگوی ریزش مورد انتظار استفاده شده است. نتایج نشان دهنده آن است که شاخص شیمیایی بیشترین وزن را در الگوی بهینه سرمایه‌گذاری به خود اختصاص داده است. همچنین برای رسیدن به بازده بیشتر (و البته به‌شرط تحمل ریسک بالاتر)، می‌توان وزن شاخص دارویی را در پرتفوی دارایی افزایش داد. شاخص خودرو نیز به دلیل نوسانات بسیار بزرگ در هیچ‌یک از پرتفوی‌های سرمایه‌گذاری وزن قابل‌توجهی ندارد. نتایج آزمون شارپ نیز نشان داد که دو الگوی کاپیولای فرانک و گامبل در متنوع سازی پرتفوی سرمایه‌گذاری کاراتر عمل کردند.

شکاری‌داریان (۱۳۹۷) در تحقیقی از نظریه ارزش فرین(EVT) برای مدلسازی دنباله توزیع و برای تعیین ساختار هم‌بستگی، از ترکیب توابع کاپولا و روش هم‌بستگی شرطی پویا (DCC) استفاده کرده است. سپس نتایج حاصله با رویکرد ارزش فرین و کاپولا (GJRGarch-EVT-Copula) مقایسه شده‌اند. داده‌های مورد بررسی در این پژوهش پرتفوهای مختلفی از بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی سال‌های ۹۲ تا ۹۷ می‌باشد. نتایج تحقیق نشان می‌دهند که در پرتفوهای با هم‌بستگی کمتر و ناهمسانی اندک روش GJRGarch-DCC-EVT-Copula نسبت به روش GJRGarch-EVT-Copula نسبتا بهتر عمل کرده و طبق پس‌آزمایی انجام شده تعداد تخطی‌های این روش در برآورد ارزش در معرض ریسک به تعداد تخطی‌های مورد انتظار نزدیکتر از روش GJRGarch-EVT-Copula بوده است . علاوه بر این نتایج بیان می‌کنند که بر روی پرتفوهایی با هم‌بستگی بالا و متغیر در طی زمان روش GJRGarch-DCC-EVT-Copula به مراتب بهتر عمل کرده است و روش GJRGarch-EVT-Copula ناکارآمد بوده است.

راعی، باسخا و مهدی‌خواه (۱۳۹۹) با در نظر گرفتن مدل CVaR به‌عنوان مدل اصلی پژوهش و با استفاده از روش‌های مختلف مدل‌سازی واریانس، ۴ مدل مجزا به دست آوردند. در روش نخست، ارزش در معرض ریسک شرطی با بهره‌گیری از واریانس ثابت محاسبه شده است و در ۳ روش دیگر، واریانس از مدل‌های GARCH و E-GARCH و T-GARCH مدل‌سازی شده است. نتایج به‌دست‌آمده با دو آزمون آماری مقایسه زوجی و ویلکاکسون سنجیده شدند. یافته‌ها نشان داد که در نظر گرفتن ناهم‌سانی واریانس و وارد کردن آن در مدل‌های بهینه‌سازی، به عملکرد بهتر در بهینه‌سازی سبدهای سرمایه‌گذاری می‌انجامد. همچنین استفاده از مدل CVaR به‌جای مدل‌های سنتی ریسک، به‌صورت معناداری در بهبود عملکرد این صندوق‌ها مؤثر است.

طالب‌لو و داودی (۱۳۹۹) به‌منظور محاسبه ریسک بازار سبدی از ۱۰ شاخص صنایع منتخب بورس اوراق بهادار تهران از دو الگوی ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES) استفاده کرده‌اند. در این راستا برای تخمین تلاطم‌های سبد طرح شده از الگوهای مختلف گارچ چندمتغیره و برای محاسبه هم‌بستگی غیرخطی سبد دارایی

از الگوهای مختلف کاپیولا بهره‌برداری شده است. همچنین پس‌آزمایی الگوها با آزمون‌های کوپیک، کریستوفرسن، انگل و منگالی و مک‌نیل و فری صورت گرفته است. نتایج پس‌آزمایی الگوهای مختلف نشان داد که هر دو الگوی DCC-GARCH با توزیع تی‌استودنت و DCC-GARCH-Copula با توزیع تی‌استودنت در برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار نتایج قابل قبولی دارند. با این حال آزمون لوپز و بلانکو و ایهل نشان دادند که الگوی DCC-GARCH با توزیع تی‌استودنت نسبت به الگوی DCC-GARCH-Copula با توزیع تی‌استودنت برآورد دقیق‌تر و کاراتری از ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار سبد دارایی ارائه می کند.

با مرور پژوهش‌های انجام شده در زمینه روش‌های تخمین و پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک و مقایسه آن‌ها پی به این موضوع خواهیم برد که تعداد و مقدار سطوح اطمینان بهینه و همینطور تعداد نمونه‌های بهینه برای انجام آزمون، جهت رسیدن به مقادیر معتبرتری از VaR به ازای روش‌های تخمین‌زننده مختلف تا حدودی نادیده گرفته شده است. همچنین آزمون پس‌آزمایی به کار گرفته شده در این پژوهش، به دلیل تقسیم کردن سطوح اطمینان و استفاده از آزمون‌های کوپیک و کریستوفرسن برای سنجش هم‌زمان تعداد تخطی‌های رخ داده در هر سطح نسبت به یکدیگر، از دقت بسیار بالایی برخوردار است که از این آزمون تاکنون در تحقیقات داخلی استفاده نشده است و در این تحقیق سعی شده است با انجام تحلیل حساسیت پس‌آزمایی روش‌های تخمین VaR با در نظرگرفتن تعداد نمونه (n) و تعداد سطوح مختلف اطمینان (N)، نمودارهای سه‌بعدی (n-N-VaR) را ترسیم کرده و در نهایت بازه‌های مقادیر n و N را که منجر به تخمین دقیق VaR می‌شود را انتخاب کنیم تا فقدان این موضوع در تحقیقات گذشته کمرنگ‌تر گردد.

روش‌شناسی پژوهش

در این تحقیق پرتفولیویی متشکل از ۴ صنعت خودرو، فلزات اساسی، بانک و فراورده‌های نفتی از بورس اوراق بهادار تهران بگونه‌ای انتخاب شده است که هر یک از سهام دارای سابقه معاملاتی از ۵ فروردین سال ۱۳۹۰ تا ۲۹ اسفند سال ۱۳۹۸ باشد، در دوره معاملاتی مورد مطالعه، در طول یک سال بیش از دو ماه بسته نباشند. با توجه به این شرایط و در نهایت با انتخاب قضاوتی، ۴ سهم مطابق با جدول ۱ انتخاب شد.

جدول ۱. سبد سهام مورد مطالعه تحقیق

ردیف	نام صنعت	نام شرکت	نام نماد
۱	خودرو	ایران خودرو	خودرو
۲	فلزات اساسی	فولاد مبارکه اصفهان	فولاد
۳	بانک	بانک اقتصاد نوین	ونوین
۴	فراورده‌های نفتی	پالایش نفت تبریز	شبریز

ابتدا داده‌های روزانه ۴ سهم خودرو، فولاد، ونوین و شبریز را از نرم‌افزار TseClient به‌صورت تعدیل شده با افزایش‌سرمایه و سود نقدی جمع‌آوری می‌کنیم. بازدهی لگاریتمی هر یک از سهام را از رابطه زیر به‌دست می‌آوریم:

رابطهٔ ۱) $$r_t = 100\, ln \frac{p_t}{p_{t-1}}$$

که در آن p_t قیمت دورهٔ فعلی و p_{t-1} قیمت دورهٔ قبل است.

بررسی مانایی داده‌ها

پس از به‌دست آوردن سری‌های زمانی بازده لگاریتمی، با استفاده از آزمون دیکی فولر تعمیم یافته (ADF)[1] به بررسی مانایی آن‌ها می‌پردازیم. این آزمون فرض می‌کند که بازده لگاریتمی را می‌توان به‌صورت مدل خودرگرسیونی مرتبه اول بیان کرد:

رابطهٔ ۲) $$r_t = \varphi r_{t-1} + \varepsilon_t$$

که در آن، φ ضریب رگرسیون و ε_t جزء خطا است. صفر آزمون ADF این است که سری نامانا است. در این صورت چنانچه داشته باشیم $\varphi < 1$، در این صورت فرض صفر رد شده و سری مانا خواهد بود.

حال بازده لگاریتمی سبد سهام مورد مطالعه را به‌دست می‌آوریم، این بازده به‌صورت زیر قابل بیان است:

رابطهٔ ۳) $$r_{pt} = \sum_{i=1}^{n} w_i r_{i,t}\,,\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

که در آن، w_i ضریب وزنی هر یک از سهام مورد مطالعه است. در این تحقیق، درجه اهمیت هر یک از سهام با هم برابر در نظر گرفته شده است، بنابراین w_i = ۱/۴.

تخمین VaR

برای تخمین مقدار VaR نیز با استفاده از سری زمانی بازده لگاریتمی سبد سهام، از سه روش GARCH-Copula، DCC و EVT استفاده می‌کنیم. در روش GARCH-Copula ابتدا با استفاده از مدل GJR-GARCH سری پسماندها را به‌دست می‌آوریم و سپس با استفاده از مدل کاپولای t-student وابستگی بین زوج‌سهام را محاسبه می‌کنیم. تابع توزیع کاپولای t به‌صورت زیر قابل بیان است:

رابطهٔ ۴) $$C^T(u_1, u_2) = T_{v,\rho}\left(t_v^{-1}(u_1), t_v^{-1}(u_2)\right)$$

که در آن، $T_{v,\rho}$ توزیع دو متغیر، ρ ضریب هم‌بستگی، v درجه آزادی و t_v^{-1} معکوس توزیع تک متغیره تی‌استیودنت است. تابع کاپولای تی‌استیودنت دارای وابستگی دنباله‌ای دم ـ بالا و دم ـ پایین به طور هم‌زمان است. برای تخمین مقدار وابستگی (ضریب هم‌بستگی t) از تابع حداکثر درستنمایی لگاریتمی استفاده می‌کنیم (پاتون[2]، ۲۰۰۴):

1. Augmented Dicky Fuller
2. Patton

$$ln \quad \mathcal{L}(\rho|x_1,\dots,x_n) = ln\, f\,(x_1,\dots,x_n|\rho) = \prod_{i=1}^{n} ln\, f\,(x_i|\rho)$$ رابطهٔ ۵)

که در آن $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ بردار داده‌ها و $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m)^T$ بردار پارامترهای کاپولا است. همچنین $f\left(x\,|\rho\right)$ چگالی شرطی داده‌ها باشد. پس از شبیه‌سازی بازده لگاریتمی سبد سهام با استفاده از فرمول زیر مقدار VaR را محاسبه می‌کنیم:

$$VaR_\alpha = F^{-1}(\alpha) = \int_{-\infty}^{VaR_\alpha} f(r)\, dr = p(r \le VaR_\alpha)$$ رابطهٔ ۶)

در روش DCC نیز با به‌دست آوردن واریانس‌های شرطی پویا، می‌توان مقدار VaR را تخمین زد. با در نظر گرفتن ماتریس ضرایب هم‌بستگی به‌صورت زیر (انگل[1]، ۲۰۰۲):

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \rho_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$ رابطهٔ ۷)

و تعریف D_t به‌عنوان یک ماتریس قطری که درایه‌های روی قطر اصلی، انحراف معیار استاندارد شرطی یا همان ریشه دوم واریانس شرطی در مدل GARCH(1,1) است، واریانس‌های شرطی را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma_t = D_t R_t D_t$$ رابطهٔ ۸)

در نهایت نیز مقدار VaR با روش DCC به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$VaR(t) = \sigma_t F_{1-\alpha}^{-1}\left(\frac{r_t}{\sigma_t^2}\right)$$ رابطهٔ ۹)

در روش EVT نیز با محاسبه توزیع تعمیم‌یافته پرتو (GPD) مقدار VaR را محاسبه می‌کنیم. توزیع تعمیم‌یافته پرتو به‌صورت زیر تعریف می‌شود (کیلاس و کاتسیامپا، ۲۰۱۸):

$$G_{\xi,\mu,\sigma}(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}} & \xi \neq 0 \\ 1 - exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] & \xi = 0 \end{cases}$$ رابطهٔ ۱۰)

بدیهی است که حد بخش نخست رابطه بالای به ازای $\xi \to 0$، برابر با رابطه دوم است. بر این اساس، می‌توان توزیع تعمیم‌یافته پرتو را تنها با رابطه زیر نمایش داد:

$$G_{\xi,\mu,\sigma}(x) = 1 - \left[1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}$$ رابطهٔ ۱۱)

1. Engle

بعد از تعیین آستانه، مشاهدات فراتر از آستانه را از نمونهٔ مشاهدات جدا می‌کنیم. اگـر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه را با n_u و تعداد کل مشاهدات نمونه را با n نمایش دهیم، به راحتی می‌توانیم آخرین جملهٔ سمت راست رابطهٔ فوق را بـا برآوردکنندهٔ تجربی زیر تخمین بزنیم (دیهان و فریرا[1]، ۲۰۰۶):

$$\hat{F}(u) = \frac{n - n_u}{n}$$ رابطهٔ ۱۲)

در نهایت نیز با استفاده از فرمول زیر، مقدار VaR را تخمین می‌زنیم:

$$\%\,VaR = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left[\left(\frac{n}{n_u}\alpha\right)^{-\xi} - 1\right]$$ رابطهٔ ۱۳)

پس از تخمین VaR سبد سهام مورد مطالعه به ازای هر یک از سه روش فوق، به پس‌آزمایی و رتبه‌بندی مـدل‌هـا پرداخته می‌شود. در این تحقیق برای پس‌آزمایی مدل‌های تخمین VaR، از روش دومرحله‌ای آنجلیـدیس و دگیانـاکیس (۲۰۱۸) و آزمون چندجمله‌ای در سطوح مختلف کراتز، لوک و مک‌نیل (۲۰۱۸) استفاده می‌کنیم.

مرحله اول (آزمون پس‌آزمایی چندجمله‌ای)

مطـابق بـا تحقیـق کراتـز، لـوک و مـک‌نیـل (۲۰۱۸)، فـرض کنیـد یـک سـری از مـدل‌هـای پـیش‌بینـی پیشـین $\{F_t, t = 1, \ldots, n\}$ و سری اتلاف‌های پسین $\{L_t, t = 1, \ldots, n\}$ داریم. در هر زمان t، از مـدل F_t بـرای تخمـین $\mathrm{VaR}_{\alpha,t}$ در سطوح اطمینان مختلف α استفاده می‌شود. تخمین‌های VaR نیـز بـا اسـتفاده از L_t ارزیـابی و اعتبارسـنجی می‌شوند. آن‌ها با بررسی‌های مختلف، رابطه‌ای بین سطوح مختلف اطمینان و تعداد آن‌ها به‌دست آوردند کـه بـه‌صـورت رابطه زیر است:

$$\alpha_j = \alpha + \frac{j-1}{N}(1-\alpha)$$ رابطهٔ ۱۴)

که در آن N تعداد سطوح اطمینان اسـت و α = ۰/۹۷۵. همچنـین مطـابق بـا تحقیـق مقـدار α = ۰/۹۹ در حالـت N = ۱ انتخاب شده است. علاوه بر این، مقدار α_0 = ۰ و α_{N+1} = ۱ انتخاب می‌شود.

تخطی در سطح اطمینان α_j در زمان t با $I_{t,j} = I_{\{L_t, \mathrm{VaR}_{a_j,t}\}}$ نمایش داده می‌شود. مطابق با تحقیق کریستوفرسن (۱۹۹۸) مشخص است که اتلاف‌های L_t دارای تابع توزیع شـرطی F_t هسـتند، بنـابراین بـه ازای یـک j معـین، دنبالـه $\left(I_{t,j}\right)_{t=1,\ldots,n}$ باید شروط زیر را ارضا کند:

- فرض پوشش غیرشرطی، $E\left(I_{t,j}\right) = 1 - \alpha_j$ به ازای تمامی t ها.
- فرض عدم استقلال، $I_{t,j}$ به ازای $s \neq t$ مستقل از $I_{s,j}$ است.

1. DeHaan & Ferreira

چنانچه این دو شرط برقرار شوند، گفته می‌شود که تخمین VaR در سطح α_j فرض پوشش شرطی صحیح را ارضا می‌کند و $\sum_{t=1}^{n} I_{t,j}$ دارای توزیع چندجمله‌ای با احتمال موفقیت α_j - ۱ است.

تخمین هم‌زمان VaR در سطوح مختلف N منجر به توزیع چندجمله‌ای می‌شود. با تعریف $X_t = \sum_{j=1}^{N} I_{t,j}$، دنباله $(X_t)_{t=1,\dots,n}$ تعداد سطوح VaR نقض شده را محاسبه می‌کند. این دنباله باید دو شرط زیر را ارضا کند:

فرض پوشش غیرشرطی، $P(X_t \le j) = \alpha_{j+1},\ j = 0,\dots,N$ به ازای تمامی t ها.

فرض استقلال، X_t به ازای $s \neq t$ مستقل از X_s است.

فرض کنیم $\mathrm{MN}(n,(p_0,\dots,p_N))$ بیانگر توزیع چندجمله‌ای با n مشاهده باشد. تعداد سلول‌های مشاهده‌شده[1] را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$O_j = \sum_{t=1}^{n} I_{\{X_t=j\}}, j = 0,1,\dots,N \qquad \text{رابطهٔ ۱۵)}$$

سپس تحت فرضیات پوشش غیرشرطی و استقلال، بردار تصادفی $(O_0,\dots,O_N)$ باید از توزیع چندجمله پیروی کند:

$$(O_0,\dots,O_N) \sim MN\big(n,(\alpha_1-\alpha_0,\dots,\alpha_{N+1}-\alpha_N)\big) \qquad \text{رابطهٔ ۱۶)}$$

حال فرض کنیم، $O = \theta_0 <\dots< \theta_N < \theta_{N+1} = 1$ یک دنباله اختیاری از پارامترها است و مدل زیر را در نظر می‌گیریم:

$$(O_0,\dots,O_N) \sim MN\big(n,(\theta_1-\theta_0,\dots,\theta_{N+1}-\theta_N)\big) \qquad \text{رابطهٔ ۱۷)}$$

فرض صفر و یک را به‌صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$\begin{cases} H_0: \theta_j = \alpha_j \ for j = 1,\dots,N \\ H_1: \theta_j \neq \alpha_j \ for\ at\ least\ one\ j \in \{1,\dots,N\} \end{cases} \qquad \text{رابطهٔ ۱۸)}$$

به‌منظور ارزیابی این فرضیات از آزمون آماری خی-۲ پیرسون استفاده می‌کنیم. این آزمون به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_N = \sum_{j=0}^{N} \frac{\big(O_{j+1} - n(\alpha_{j+1}-\alpha_j)\big)^2}{n(\alpha_{j+1}-\alpha_j)} \sim \chi^2_N \qquad \text{رابطهٔ ۱۹)}$$

فرض صفر با این آزمون زمانی رد می‌شود که $S_N = \chi^2_N(1-\kappa)$ باشد، که در آن $\chi^2_N(1-\kappa)$، $(1-\kappa)$ امین کوانتیل توزیع χ^2_N است. صحت این آزمون با افزایش $\min_{0\le j\le n} n(\alpha_{j+1}-\alpha_j)$ افزایش می‌یابد و با افزایش N، کاهش پیدا می‌کند. بنابراین در این تحقیق، با تغییر مقادیر n و N تحلیل حساسیتی دراین‌باره انجام خواهد شد و بازه‌های معقول این متغیرها با توجه به تخمین VaR به‌دست خواهد آمد.

1. Observed cell

مرحله دوم (رتبه‌بندی)

با توجه به اینکه غالب روش‌های پس‌آزمایی قادر به رتبه‌بندی مدل‌های تخمین VaR نیستند، در این مرحله از تابع زیان ارائه‌شده توسط آنجلیدیس و دگیاناکیس(۲۰۱۸) استفاده می‌کنیم. بدین منظور تابع زیان به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Psi_{t+1} = \begin{cases} 1 + \left(VaR_{t+1|t} - r_{t+1}\right)^2 & if\ violation\ occurs \\ 0 & else \end{cases}$$ رابطهٔ ۲۰)

که در آن اندازه اتلاف‌های دمی[1] $\left(\mathrm{VaR}_{t+1|t} - r_{t+1}\right)^2$ در نظر گرفته شده است. مدلی که کمترین مقدار کل اتلاف‌ها $\sum_{t=1}^{T} \Psi_t$ را داشته باشد، نسبت به سایر مدل‌ها ارجحیت دارد.

تحلیل حساسیت

پس از ارزیابی مدل‌های تخمین VaR با روش دومرحله‌ای ذکرشده به ازای N و n مشخص، در نهایت، به ازای مقادیر مختلف N و n، آزمون تکرار شده و تحلیل حساسیتی روی این پارامترها صورت می‌گیرد و مقادیر مطلوب این پارامترها مشخص می‌گردد.

یافته‌های پژوهش

در این تحقیق از داده‌های قیمتی چهار سهم خودرو، فولاد، ونوین و شبریز از تاریخ ۵ فروردین سال ۱۳۹۰ تا ۲۹ اسفند سال ۱۳۹۸ که شامل تعداد ۱۳۴۴ نمونه (روز معاملاتی) استفاده شده است. کلیه نتایج حاصل از پیاده‌سازی روش پیشنهادی تحقیق با استفاده از نرم‌افزار MATLAB به‌دست آمده است. در بخش قبلی، سری زمانی بازده لگاریتمی سهام مورد مطالعه به‌دست آمد. آمار توصیفی این سهام مطابق با جدول ۲ است. آمار توصیفی نشان می‌دهد که سهم فولاد نسبت به سه سهم دیگر دارای چولگی (مثبت) و کشیدگی بیشتری است. سهم شبریز دارای چولگی کمتر و خودرو نیز دارای کشیدگی کمتری در مقایسه با سایر سهام است. همچنین چولگی هر چهار سهم، مثبت است.

به منظور بررسی این که آیا سری‌های زمان بازده لگاریتمی دارای توزیع نرمال هستند یا خیر، از آزمون جارک ـ برا در سطح معناداری ۰/۰۱ استفاده شده است. نتایج P-Value این آزمون نشان می‌دهد که مقادیر برای هر چهار سهم کوچکتر از مقدار سطح معناداری است و لذا فرض صفر این آزمون که بیانگر نرمال بودن توزیع سری‌ها است، رد می‌شود.

جدول ۲. آمار توصیفی سری‌های زمانی بازده لگاریتمی

نام سهم	Mean	Max	Min	std	skewness	kurtosis	Jarque-Ber Test
خودرو	۰/۱۳۵	۳۲/۴۰۶	−۲۱/۷۸۱	۳/۲۵۸	۱/۲۷۸	۱۹/۴۱۳	۰/۰۰۱
ونوین	۰/۱۱۲	۴۴/۸۰۸	−۱۹/۲۹۵	۲/۶۴۵	۴/۲۶۶	۷۷/۹۳۲	۰/۰۰۱
شبریز	۰/۳۰۲	۵۰/۰۶۴	−۵۶/۸۳۴	۳/۸۷۱	۰/۷۵۷	۷۵/۶۳۵	۰/۰۰۱
فولاد	۰/۲۳۸	۷۹/۵۷۷	−۳۲/۳۵۸	۳/۲۶۵	۱۰/۲۷۹	۲۷۰/۹۴۹	۰/۰۰۱

1. Tail losses

قبل از به‌دست آوردن سری زمانی پسماند سهام، ابتدا باید مانایی آن‌ها مورد آزمون قرار گیرد. یکی از آزمون‌های مورد استفاده برای این منظور، آزمون دیکی ـ فولر تعمیم‌یافته (ADF) است. فرض صفر این آزمون دال بر نامانایی سری‌ها است. نتایج این آزمون در سطح معناداری ۰/۰۱ در جدول ۳ آورده شده است. مطابق با این جدول، مقدار $\varphi < 1$ برای هر ۴ سهم برقرار است، از این رو مقدار P-Value آزمون کوچکتر از سطح معناداری مورد بررسی است، لذا فرض صفر این آزمون مبنی بر نامانایی سری‌های زمانی رد می‌شود.

جدول ۳. نتایج آزمون ADF

نام سهم	phi	Stat	P-Value
خودرو	۰/۱۷۸	−۳۰/۵۳۷	۰/۰۰۱
ونوین	۰/۱۷۷	−۳۰/۶۱۵	۰/۰۰۱
شبریز	۰/۱۰۱	−۳۳/۰۶۷	۰/۰۰۱
فولاد	۰/۰۷۰	−۳۴/۰۹۶	۰/۰۰۱

تخمین VaR

در این بخش با استفاده از سه روش DCC، EVT و GARCH-Copula به تخمین مقدار VaR پرتفولیو پرداخته شده است. بدین منظور وزن هر یک از سهام مورد مطالعه در بازدهی پرتفولیو یکسان و برابر با ۰/۲۵ در نظر گرفته شده است. علاوه بر این به منظور بررسی اثر دو پارامتر N (تعیین‌کننده سطح معناداری) و n (تعداد نمونه‌های مورد استفاده برای تخمین VaR)، در این بخش به ازای دو مقدار N برابر با ۲ و ۴ و n برابر با ۲۵۰ و ۵۰۰ مقادیر VaR تخمین زده شده و در بخش بعدی، اعتبارسنجی آن‌ها با روش پیشنهادی صورت می‌گیرد.

روش DCC

مقادیر VaR تخمینی با روش DCC به ازای مقادیر مختلف N و n به‌صورت جدول‌های ۴ و ۵ است. مطابق با این جدول‌ها، تعداد نمونه تست (n) برای تخمین VaR، با توجه به اینکه روش DCC یک روش تحلیل پویا است، تأثیر کمی دارد ولی به ازای N های مختلف (آلفاهای مختلف) مقادیر VaR تفاوت معناداری را نشان می‌دهد. بنابراین، روش DCC نسبت به مقدار N حساس‌تر است.

جدول ٤. مقادیر VaR تخمینی با روش DCC به ازای N = ۲

n	α	۰/۹۷۵	۰/۹۸۱
۲۵۰	VaR	۱/۰۲۹	۱/۰۸۴
۵۰۰		۱/۰۱۲	۱/۰۸۳

جدول ۵. مقادیر VaR تخمینی با روش DCC به ازای N = ۲

n	α	۰/۹۷۵	۰/۹۸۱	۰/۹۸۸	۰/۹۹٤
۲۵۰	VaR	۱/۰۲۹	۱/۰۵۴	۱/۰۸۴	۱/۲۸۶
۵۰۰		۱/۰۱۲	۱/۰۴۱	۱/۰۸۳	۱/۲۲۶

روش EVT

این روش با تابع توزیع تجمعی (CDF) و توزیع پرتوی تعمیم‌یافته (GPD) سروکار دارد. بنابراین لازم است تا مقادیر GPD سهام مورد مطالعه به‌دست آمده و سپس بر اساس آن به تخمین مقادیر VaRپرداخته شود. شایان ذکر است که برای به‌دست آوردن سری پسماندها، از روش GJR-GARCH(1,1) استفاده شده است.

مقادیر VaR تخمینی با روش EVT به ازای مقادیر مختلف N و n به‌صورت جدول‌های ۶ و ۷ است. مطابق با این جدول‌ها، با توجه مقادیر به‌دست آمده، روش EVT نسبت به n اثرپذیری معناداری دارد و تغییر N، تأثیر کمی روی مقادیر VaR تخمینی با این روش دارد. بنابراین، روش EVT نسبت به مقدار n حساس‌تر است.

جدول ٦. مقادیر VaR تخمینی با روش EVT به ازای N = ۲

n	α	۰/۹۷۵	۰/۹۸۱
۲۵۰	VaR	۰/۵۸۰	۰/۵۸۵
۵۰۰		۰/۳۵۶	۰/۳۵۹

جدول ۷. مقادیر VaR تخمینی با روش EVT به ازای N = ٤

n	α	۰/۹۷۵	۰/۹۸۱	۰/۹۸۸	۰/۹۹٤
۲۵۰	VaR	۰/۵۷۹	۰/۵۸۰	۰/۵۸۳	۰/۵۸۵
۵۰۰		۰/۳۵۵	۰/۳۵۶	۰/۳۵۸	۰/۳۵۹

روش GARCH-Copula

روش کاپولا با در نظر گرفتن وابستگی بین توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرها (در اینجا سری‌های زمانی) به تخمین مقدار VaR می‌پردازد. در این تحقیق از روش کاپولای t برای تخمین وابستگی بین سری پسماندهای سهام مورد مطالعه، استفاده شده است. نتایج این تخمین مطابق با جدول ۸ است. نتایج این جدول نشان می‌دهد که بیشترین وابستگی بین دو سهم شبریز و فولاد وجود دارد و کمترین میزان وابستگی بین دو سهم شبریز و ونوین است.

جدول ۸. مقادیر وابستگی بین سهام

سهام دو به دو	مقدار وابستگی
خودرو ـ ونوین	۰/۲۶۱
خودرو ـ شبریز	۰/۱۸۷
خودرو ـ فولاد	۰/۱۹۶
ونوین ـ شبریز	۰/۱۰۵
ونوین ـ فولاد	۰/۱۳۶
شبریز ـ فولاد	۰/۳۶۰

مقادیر VaR تخمینی به ازای مقادیر مختلف N و n به‌صورت جدول‌های ۹ و ۱۰ است. مطابق با این جدول‌ها، بـه وضوح مشخص است که مقادیر N و n منجر به تغییر مقدار VaR تخمینی می‌شود. بنابراین، روش GARCH-Copula نسبت به دو متغیر N و n حساس است.

جدول ۹. مقادیر VaR تخمینی با روش GARCH-Copula به ازای N = ۲

n	α	۰/۹۷۵	۰/۹۸۱
۲۵۰	VaR	۰/۷۳۷	۰/۷۸۹
۵۰۰		۰/۷۳۳	۰/۷۴۹

جدول ۱۰. مقادیر VaR تخمینی با روش GARCH-Copula به ازای N = ٤

n	α	۰/۹۷۵	۰/۹۸۱	۰/۹۸۸	۰/۹۹٤
۲۵۰	VaR	۰/۷۳۱	۰/۷۷۳	۰/۷۵۷	۰/۸۲۹
۵۰۰		۰/۷۱۵	۰/۷۵۱	۰/۷۵۳	۰/۷۵۶

پس‌آزمایی تخمین VaR

در این تحقیق، در مرحله اول از آزمون چند جمله‌ای برای پس‌آزمایی استفاده می‌شود. مطابق بـا تحقیـق کراتـز، لـوک و مک‌نیل(۲۰۱۸)، از کمیتی به نام Error استفاده می‌کنیم که احتمال رد شدن فـرض صـفر را (معادلـه (۳-۱۸)) بـه ازای ۱۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی روش به‌دست می‌آورد. چنانچه این مقـدار کمتـر از ۶ درصـد باشـد، نشـان از اعتبارسـنجی روش تخمین VaR دارد. مقدار θ_j مطابق با رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\theta_j = G\left(F^{\leftarrow}(\alpha_j)\right) \quad \text{رابطهٔ ۲۱)}$$

که در آن F و G توابع توزیع احتمالی هستند و $F^{\leftarrow}(\alpha_j) = \inf\{x: F(x) \geq \alpha_j\}$ بیانگر معکوس تعمیم‌یافته F است. F و G را توابع تصادفی با میانگین صفر و واریانس ۱ در نظر می‌گیریم. تابع تخطی L_t را در نظر می‌گیریم. توزیـع شرطی L_t را می‌توان به‌صورت $G_t(x) = G\left((x-\mu_t)/\sigma_t\right)$ بیان کرد که در آن μ_t و σ_t به ترتیب بیانگر میـانگین و واریانس شرطی L_t است. همچنین می‌توان یک توزیع تصادفی نامشخص ولی با میانگین و واریانس شرطی مشـخص μ_t و σ_t را به‌صورت $F_t(x) = F\left((x-\mu_t)/\sigma_t\right)$ در نظر گرفت. در این‌صورت مقدار VaR را می‌توان از رابطه زیر به‌دست آورد:

$$\mathrm{VaR}_{\alpha,t} = \mu_t + \sigma_t F^{\leftarrow}(\alpha_j) \quad \text{رابطهٔ ۲۲)}$$

در نتیجه، سطح اطمینان θ_j تخمین VaR به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\theta_j = G_t\left(VaR_{\alpha,t}\right) = G_t\left(F^{\leftarrow}(\alpha_j)\right) \neq \alpha_j \qquad \text{رابطهٔ ۲۳)}$$

در اینجا، مطابق با تحقیق، F را یک توزیع نرمال و G را یک توزیع t در نظر می‌گیریم. با توجه به تصادفی بودن این توابع، نیاز است که تعداد اجراها به دفعات زیادی صورت گیرد تا نتایج احتمالی به مقادیر واقعی نزدیک‌تر شود، بنابراین از تعداد ۱۰۰۰۰ بار اجرا استفاده می‌شود تا احتمال رد فرض صفر بررسی شود. چنانچه این مقدار کمتر از ۶ درصد باشد، نتایج تخمین VaR معتبر است.

با اجرای روش پیشنهادی، نتایج Error سه روش به ازای مقادیر مختلف N و n به‌صورت جدول ۱۱ به‌دست آمد. نتایج این جدول نشان می‌دهد که در دو سطح N برابر ۲ و ۴ و به ازای تعداد نمونه‌های تست برابر با ۲۵۰ و ۵۰۰، دو روش DCC و GARCH-Copula به واسطه کوچکتر بودن مقدار Error از ۶ درصد، نتایج تخمین VaRمعتبری دارند، اما روش EVT با توجه به حساس بودن به مقدار N، به ازای N برابر ۲ و n برابر ۲۵۰ و ۵۰۰، دارای اعتبار لازم نیست.

جدول ۱۱. مقادیر Error به ازای مقادیر مختلف N و n و روش‌های مختلف

N	n	DCC	EVT	GARCH-Copula
۲	۲۵۰	۵/۱۲۲	۷/۴۵۰	۳/۵۵۸
	۵۰۰	۳/۱۳۶	۷/۳۸۷	۳/۷۴۷
۴	۲۵۰	۴/۸۷۵	۵/۰۲۵	۴/۸۳۰
	۵۰۰	۳/۴۷۷	۳/۷۹۴	۳/۰۴۰

رتبه‌بندی

در مرحله دوم به منظور رتبه‌بندی روش‌ها از تابع زیان استفاده می‌شود و مدلی که کمترین مقدار کل اتلاف‌ها را داشته باشد، نسبت به سایر مدل‌ها ارجحیت دارد. نتایج ارزیابی تابع زیان به‌صورت جدول‌های ۱۲ و ۱۳ است. مطابق با نتایج این جداول، مشخص است که روش EVT به ازای مقدار $N = ۲$ عملکرد ضعیفی داشته است ولی با افزایش مقدار N به ۴، این عملکرد بهتر شده است. روش GARCH-Copula نیز در هر دو سطح، عملکرد بهتری دارد. در مجموع می‌توان گفت که روش GARCH-Copula رتبه اول، روش EVT رتبه دوم و روش DCC رتبه سوم را به خود اختصاص می‌دهند.

جدول ۱۲. مقادیر کل اتلاف‌ها به ازای مقادیر مختلف N و n و روش‌های مختلف

N	n	DCC	EVT	GARCH-Copula
۲	۲۵۰	۵۷۵/۳۴۷	۵۰۱/۲۳۲	۴۸۸/۰۰۴
	۵۰۰	۳۶۶/۰۸۳	۴۵۴/۷۹۰	۴۴۸/۱۳۲
۴	۲۵۰	۵۹۶/۵۹۴	۵۰۰/۶۹۴	۴۸۳/۵۱۶
	۵۰۰	۱۱۰۷/۵۳۳	۹۰۰/۶۰۶	۹۶۷/۹۰۹

جدول ۱۳. رنکینگ روش‌های مختلف به ازای مقادیر مختلف N و n با روش تابع زیان

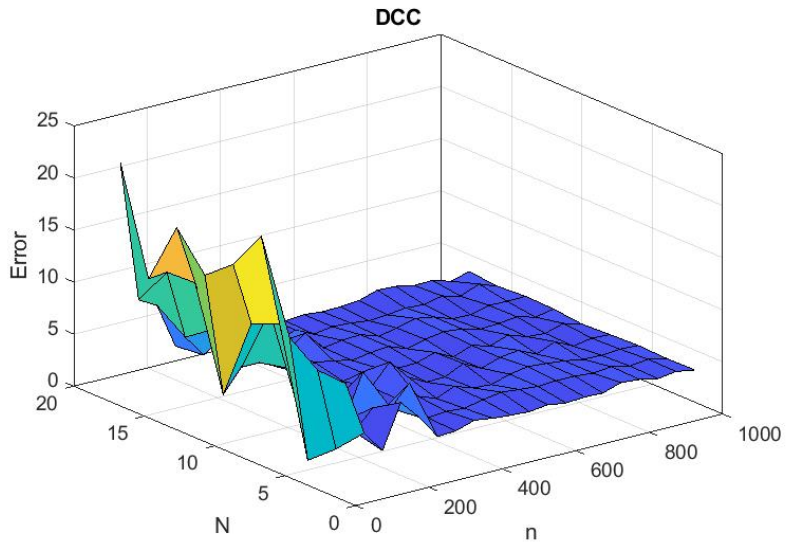
N	n	DCC	EVT	GARCH-Copula
۲	۲۵۰	۳	۲	۱
	۵۰۰	۱	۳	۲
۴	۲۵۰	۳	۲	۱
	۵۰۰	۳	۱	۲

تحلیل حساسیت

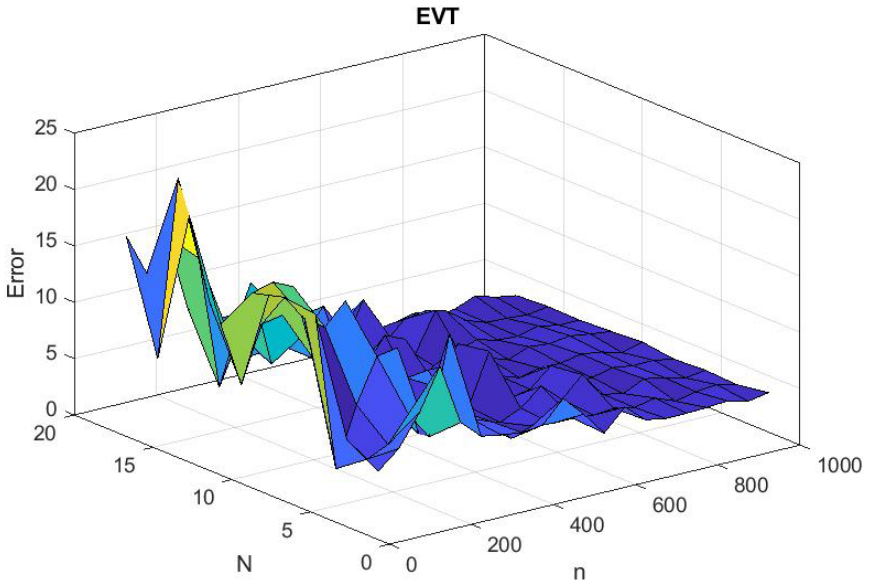
در این بخش به منظور ارزیابی دقیق‌تر، بـه ازای مقـادیر N برابـر ۲ تـا ۲۰ و مقـدار n برابـر ۵۰ تـا ۱۰۰۰، نتـایج مـورد حساسیت‌سنجی قرار گرفته است. با توجه به شکل‌های زیر هرچه به طیف پررنگ‌تر نزدیک شویم نتایج از اعتبار بیشتری برخوردار خواهند بود و برعکس هرچه به طیف کم‌رنگ‌تر و روشن‌تر نزدیک شویم نتایج اعتبار کمتـری خواهنـد داشـت. نتیجه حساسیت‌سنجی روش DCC در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق با این شکل، به طور کلی با افـزایش مقـدار N وکاهش مقدار n، میزان خطا بیشتر شده و به ازای N > ۶ و n < ۲۵۰، مقدار خطا بیشتر از ۶ درصد می‌شود.

حساسیت‌سنجی روش EVT که در شکل ۲ نشان داده شده است، حاکی از آن است که با افزایش N و کـاهش n، میزان خطا بیشتر می‌شود و به ازای N > ۶ و n < ۴۰۰، مقدار خطا بیشتر از ۶ درصد می‌شود.

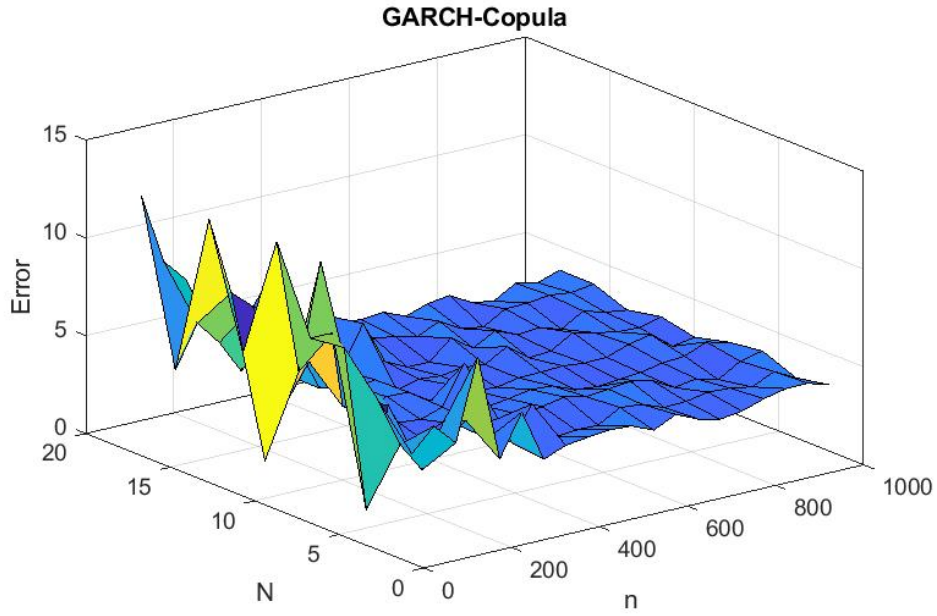
برای روش GARCH-Copula نتایج حساسیت‌سنجی شکل ۳ نشان می‌دهد که در این روش نیز افـزایش مقـدار N و کاهش n منجر به افزایش خطا می‌شود. همچنین به ازای N > ۶ و n < ۲۵۰، میزان خطا بیشتر از ۶ درصد است.



شکل ۱. میزان خطای پس‌آزمایی روش DCC برحسب n و N به ازای ۱۰۰۰۰ بار اجرا



شکل ۲. میزان خطای پس‌آزمایی روش EVT برحسب n و N به ازای ۱۰۰۰۰ بار اجرا



شکل ۳. میزان خطای پس‌آزمایی روش GARCH-Copula برحسب n و N به ازای ۱۰۰۰۰ بار اجرا

نتایج کلی این تحلیل حساسیت در جدول ۱۴ گردآوری شده است. با توجه به اینکه، انتخاب تعداد نمونه تست، وابسته به تعداد کل نمونه‌ها می‌باشد، لذا بهتر است، تحلیل حساسیتی به ازای نسبت n به n_sample نیز صورت بگیرد. به طورکلی می‌توان با توجه به این جدول گفت که هر سه روش مقدار $N \leq 6$ را پیشنهاد می‌دهند. همچنین به ازای دو

روش DCC و GARCH-Copula مقدار n/n_{samples} >۰/۲۲ و برای EVT این مقدار بیشتر از ۲۹ درصد پیشنهاد می‌شود.

جدول ١٤. بازه پیشنهادی مقادیر n، N و n/n_samples

	DCC	EVT	GARCH-Copula
N	≤ ۶	≤ ۶	≤ ۶
n	> ۲۰۰	> ۴۰۰	> ۲۵۰
n/n_samples	> ۲۲٪	> ۲۹٪	> ۲۲٪

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این تحقیق ابتدا پیش‌پردازش‌های لازم بر روی داده‌های مورد مطالعه با انجام آزمون‌های سنجش مانایی و خودهم‌بستگی انجام شد و سپس با استفاده از سه مدل DCC، EVT و GARCH-Copula به تخمین مقدار VaR پرداخته شد. به منظور اعتبارسنجی روش‌های تخمین VaR، آزمون‌های پس‌آزمایی مختلفی ارائه شده است که در این میان آزمونی که بتواند علاوه بر اعتبارسنجی، رتبه‌بندی روش‌ها را نیز انجام دهد، حائز اهمیت است. بدین منظور در تحقیق حاضر در مرحله اول، با معرفی پارامتری تحت عنوان خطا (تعداد دفعات رد فرض H. به ازای ۱۰۰۰۰ بار اجرا)، اعتبارسنجی روش‌های تخمین VaR به ازای مقادیر مختلف N (تعداد سطوح اطمینان) و n (تعداد نمونه‌های تست) انجام شد و در مرحله دوم با استفاده از تابع زیان به رتبه‌بندی روش‌های تخمین VaR پرداخته شد. همچنین با توجه به اینکه این آزمون وابسته به تعداد نمونه و سطح اطمینان است در ادامه به منظور ارزیابی دقیق‌تر، به ازای مقادیر N برابر ۲ تا ۲۰ و مقدار n برابر ۵۰ تا ۱۰۰۰، نتایج مورد حساسیت‌سنجی قرار گرفته است.

نتایج تحلیل حساسیت با استفاده از نرم‌افزار MATLAB به ازای تعداد نمونه‌های تست و سطوح اطمینان مختلف نشان داد که برای مدل DCC به طور کلی با افزایش مقدار N وکاهش مقدار n، میزان خطا بیشتر شده و به ازای N > ۶ و n < ۲۵۰، مقدار خطا بیشتر از ۶ درصد می‌شود. برای مدل DCC تعداد نمونه تست (n) برای تخمین VaR، با توجه به اینکه این روش یک روش تحلیل پویا است، تأثیر کمی دارد ولی به ازای سطوح اطمینان‌های مختلف (N) مقادیر VaR تفاوت معناداری را نشان می‌دهد. بنابراین، روش DCC نسبت به مقدار N حساس‌تر است. حساسیت‌سنجی روش EVT حاکی از آن است که با افزایش N و کاهش n، میزان خطا بیشتر می‌شود و به ازای N > ۶ و n < ۴۰۰، مقدار خطا بیشتر از ۶درصد می‌شود. همچنین روش EVT نسبت به n اثرپذیری معناداری دارد و تغییر N، تأثیر کمی بر روی مقادیر VaR تخمینی با این روش دارد. بنابراین، روش EVT نسبت به مقدار n حساس‌تر است. برای روش GARCH-Copula نتایج حساسیت‌سنجی نشان می‌دهد که در این روش نیز افزایش مقدار N و کاهش n به افزایش خطا منجر می‌شود. همچنین به ازای N > ۶ و n < ۲۵۰، میزان خطا بیشتر از ۶درصد است. بنابراین، این مدل نسبت به هر دو متغیر N و n حساس است.

با بررسی نتایج مشخص است که هر سه روش مقدار $N \leq ۶$ را پیشنهاد می‌دهند. در واقع به ازای ۶ سطح اطمینان، می‌توان به برآورد معتبری از تخمین VaR به ازای این سه روش دست یافت. همچنین به ازای دو روش DCC و GARCH-Copula باید حداقل مقدار ۲۲ درصد از داده‌ها را به عنوان نمونه تست در برآورد VaR با استفاده از این دو روش استفاده کنیم تا تخمین معتبرتری به‌دست آید. این درحالی است که به ازای روش EVT که مشخص شد به مقدار n وابستگی نسبتا زیادی دارد، این نسبت برابر ۲۹ درصد است.

به طور کلی می‌توان گفت که مقدار N (تعداد سطوح اطمینان) تا حدودی می‌تواند دارای استقلال بیشتری از روش تخمین VaR باشد؛ اما در هر سه روش، با افزایش مقدار N، میزان خطا نیز افزایش می‌یابد، از سوی دیگر، تحلیل حساسیت پارامتر n نشان داد که مقدار این پارامتر، وابسته به روش مورد استفاده در برآورد تخمین VaR است، اما به طور کلی، افزایش آن منجر به معتبر شدن روش‌های تخمین VaR می‌شود. همچنین مشخص گردید که روش‌های پویا همچون DCC در مقایسه با روش‌های ایستا همچون EVT و GARCH-Coupla، حساسیت کمتری نسبت به تعداد نمونه تست در برآورد VaR دارند. این حساسیت به گونه‌ای است که روش DCC کمترین میزان حساسیت و روش EVT بیشترین مقدار حساسیت را دارا است و روش GARCH-Copula نیز حساسیت نسبتاً کمی دارد. در ادامه به تحلیل مقایسه‌ای مهم‌ترین نتایج با تحقیقات مشابه می‌پردازیم. آنجلیدیس و دگیاناکیس(۲۰۱۸)، کراتز، لوک و مک‌نیل(۲۰۱۸)، کشاورز حداد و حیرانی(۱۳۹۳)، طالب‌لو و داودی(۱۳۹۷) و شکاری‌داریان(۱۳۹۷) از رویکردهای Capula، EVT و DCC در تخمین VaR استفاده کرده‌اند که ما نیز در تحقیق حاضر از این رویکردها استفاده کردیم و نتایج حاکی از برتری روش GARCH-Capula مشابه تحقیقات کشاورز حداد و حیرانی(۱۳۹۳) و طالب‌لو و داودی(۱۳۹۷) به ازای ۴ سطح اطمینان و مقادیر ۲۵۰ و ۵۰۰ نمونه است. نتایج آزمون پس‌آزمایی و تحلیل حساسیت آن که بر روی هر دو پارامتر n و N به طور دقیق و با دامنه وسیعی صورت گرفت، همسو و تأییدکننده نتایج به‌دست آمده از آزمون پس‌آزمایی کراتز، لوک و مک‌نیل(۲۰۱۸) است که با توجه به وابستگی آزمون پس‌آزمایی به تعداد نمونه و سطح اطمینان، جایگاه برتری هر یک از روش‌های تخمین VaR متغیر است، در نتیجه برای کارایی بیشتر بهتر است از روش‌های مختلف برای مدیریت ریسک استفاده شود.

برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود که روش‌های مورد استفاده در این پژوهش برای محاسبه معیارهای ریسک بازار شامل ارزش در معرض ریسک و همچنین ریزش مورد انتظار با رویکرد سنتی مقایسه گردد و همچنین آزمون‌های پس‌آزمایی مانند کوپیک، کریستوفرسن به‌صورت مجزا با روش چندجمله‌ای دومرحله‌ای مقایسه شود و سپس با انجام تحلیل حساسیت و با در نظر گرفتن یک معیار مناسب مانند کمترین مقدار خطای ممکن، تعداد سطوح اطمینان و نمونه‌های تست بهینه برای هر یک از روش‌های تخمین VaR و ES مشخص و دسته‌بندی شود.

منابع

راعی، رضا؛ باسخا، حامد؛ مهدی‌خواه، حسین (۱۳۹۹). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش Mean-CVaR و رویکرد ناهم‌سانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن. *تحقیقات مالی*، ۲۲(۲)، ۱۴۹– ۱۵۹.

رستمی نوروزآباد، مجتبی؛ شجاعی عبدالناصر؛ خضری، محسن؛ رحمانی نوروزآباد، سامان (۱۳۹۴). تخمین ارزش در معرض ریسک بازده بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از آنالیز موجک. *تحقیقات مالی*، ۱۷(۱)، ۵۹-۸۲.

سارنج، علیرضا؛ نوراحمدی، مرضیه (۱۳۹۵). تخمین ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES) با استفاده از رویکرد ارزش فرین شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۱۸(۳)، ۴۳۷- ۴۶۰.

شکاری داریان، سحر (۱۳۹۷). پیش‌بینی ارزش در معرض خطر براساس کاپولای متغیر با زمان. *پایان‌نامه کارشناسی ارشد*، دانشگاه خاتم.

طالب‌لو، رضا؛ داودی، محمد مهدی (۱۳۹۷). برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES): رهیافت GARCH-EVT-Copula. *فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی*، ۱۸(۷۱)، ۹۱-۱۲۵.

طالب‌لو، رضا؛ داودی، محمد مهدی (۱۳۹۹). محاسبه ارزش در معرض خطر: رویکرد DCC-GARCH-Copula. *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۲۵(۸۲)، ۴۳-۸۲.

کاشی، منصور؛ حسینی، سیدحسن؛ نیازخانی، عطیه‌السادات؛ عبدالهی، سیدامین (۱۳۹۵). مدل‌سازی و پس آزمایی VaR از لحاظ موقعیت‌های کوتاه و بلندمدت با توجه به ارزش‌های دورن و برون نمونه: کاربردی از مدل های خانواده GARCH انباشته کسری. *مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۷ (۲۹)،۱- ۲۴.

کشاورز حداد، غلامرضا؛ حیرانی، مهرداد (۱۳۹۳). برآورد ارزش در معرض ریسک با وجود ساختار وابستگی بین بازدهی‌های مالی: رهیافت مبتنی بر توابع کاپولا. *مجله تحقیقات اقتصادی*، ۴۹ (۴)، ۸۶۹- ۹۰۲.

گرجی، مهسا؛ سجاد، رسول (۱۳۹۵)، برآورد ارزش در معرض خطر چنددوره‌ای بر پایهٔ روش‌های شبیه‌سازی و پارامتریک. *تحقیقات مالی*، ۱۸(۱)، ۱۶۷- ۱۸۴.

References

Angelidis, T., & Degiannakis, S. A. (2018). Backtesting VaR Models: A Two-Stage Procedure. *Available at SSRN 3259849*.

Bellini, F., Negri, I., & Pyatkova, M. (2019). Backtesting VaR and expectiles with realized scores. *Statistical Methods & Applications*, *28*(1), 119-142.

Braione, M., & Scholtes, N. K. (2016). Forecasting value-at-risk under different distributional assumptions. *Econometrics*, *4*(1), 3.

Bücher, A., Posch, P. N., & Schmidtke, P. (2020). Using the Extremal Index for Value-at-Risk Backtesting. *Journal of Financial Econometrics*, 18(3), 556-584.

Christoffersen, P., & Pelletier, D. (1998). Backtesting value-at-risk: A duration-based approach. *Journal of Financial Econometrics*, *2*(1), 84-108.

De Haan, L., & Ferreira, A. (2006). *Extreme value theory: an introduction*. Springer Science & Business Media.

Engle, R. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, *20*(3), 339-350.

Gkillas, K., & Katsiampa, P. (2018). An application of extreme value theory to cryptocurrencies. *Economics Letters*, *164*, 109-111.

Gorji, M. & Sajjad, R. (2016). Estimation of multi-period VaR based on the simulation and parametric methods. *Financial Research Journal*, 18(1), 167-184. (*in Persian*)

Kashi, M., Hosseyni, H., Niazkhani, A., & Abdollahi, A. (2016). VaR modeling and backtesting of short and long positions according to in Sample and out of Sample: application of family models Fractionally Integrated GARCH. *Journal of Financial Engineering and Portfolio Management*, 7(29), 1-24. (*in Persian*)

Keshavarz Hadad. Q., & Heyrani. M. (2015). Estimation of Value at Risk in the Presence of Dependence Structure in Financial Returns: A Copula Based Approach. *Journal of Economic Research*, 49(4), 869-902. (*in Persian*)

Kratz, M., Lok, Y. H., & McNeil, A. J. (2018). Multinomial VaR Backtests: A simple implicit approach to backtesting expected shortfall. *Journal of Banking & Finance*, *88*, 393-407.

Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The Journal of Derivatives*, *3*(2), 73-84.

Patton, A. J. (2004). On the out-of-sample importance of skewness and asymmetric dependence for asset allocation. *Journal of Financial Econometrics*, 2(1), 130-168.

Raei, R. Basakha, H., & Mahdikhah, H. (2020). Equity Portfolio Optimization Using Mean-CVaR Method Considering Symmetric and Asymmetric Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Financial Research Journal*, 22(2), 149-159. (*in Persian*)

Rostami Noroozabad, M. Shojaei, A. Khezri, M., & Rostami Noroozabad, S. (2015). Estimation of value at risk of return in Tehran Stock Exchange using wavelet analysis. *Financial Research Journal*, 17(1), 59-82. (*in Persian*)

Saranj, A., & Nourahmadi, M. (2016). Estimating of value at risk and expected shortfall by using conditional extreme value approach in Tehran Securities Exchange. *Financial Research Journal*, 18(3), 437-460. (*in Persian*)

Shekari, S. (2018). Predicting VaR based on time-varying Copula. Master Thesis, Kharazmi University. (*in Persian*)

Taleblou, R., & Davoudi, M. (2018). Estimating the optimal investment portfolio by using Value at Risk (VaR) and Expected Shortfall (ES): GARCH-EVT-Copula approach. *Journal of Applied Economics Studies*, 18(71), 91-125. (*in Persian*)

Taleblou, R., & Davoudi, M. (2020). Estimating of value at risk: DCC-GARCH-Copula Method. *Iranian Journal of Economic Research*, 25(82), 43-82. (*in Persian*)

Wied, D., Weiß, G. N., & Ziggel, D. (2016). Evaluating Value-at-Risk forecasts: A new set of multivariate backtests. *Journal of Banking & Finance*, *72*, 121-132.