

# Analysis of Realized Volatility in Tehran Stock Exchange using Heterogeneous Autoregressive Models Approach

**Majid Mirzaee Ghazani**

Assistant Prof., Department of Financial Engineering, Faculty of Industrial Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. E-mail: majidmirzaee@kntu.ac.ir

## Abstract

**Objective:** The present study aims at investigating the behavior of realized volatility for high-frequency data of Tehran Stock Index from April 28<sup>th</sup>, 2012 to August 8<sup>th</sup>, 2018.

**Methods:** Three different types of HAR models including of HAR-RV-CJ, HAR-RV and HAR-RVJ were used to analyze the Realized Volatility.

**Results:** The obtained results of three diverse models revealed that the estimated Realized Volatility in market was described appropriately by the traders who work daily and in the framework of HAR-RVJ model. Moreover, based on the Heterogeneous Market Hypothesis, we found out that in comparative performance for all of time horizons in this study, the results of four evaluative criteria (including of MSE, RMSE and etc.) in HAR-RVJ model is lower than HAR-RV-CJ and HAR-RV.

**Conclusion:** The in-sample forecasting performance of HAR-RVJ, in relation to Future Volatility of Tehran Stock Exchange Index, was better than the results we obtained from the alternative models in the study (HAR-RV and HAR-RV-CJ) and the best scores were observed among all the criteria. In addition, for the out-of-sample analysis, the simple HAR-RV model had superiority over the other two models only in the Monthly time horizon.

**Keywords:** Heterogeneous autoregressive model, Realized volatility, Heterogeneous market hypothesis, High-frequency data, Jump.

**Citation:** Mirzaee Ghazani, M. (2018). Analysis of Realized Volatility in Tehran Stock Exchange using Heterogeneous Autoregressive Models Approach. *Financial Research Journal*, 20(3), 365-388. (in Persian)

Financial Research Journal, 2018, Vol. 20, No.3, pp. 365-388

DOI: 10.22059/frj.2018.255568.1006657

Received: March 09, 2018; Accepted: July 06, 2018

© Faculty of Management, University of Tehran

# تحلیل رفتار متغیر تلاطم تحقق یافته در بورس اوراق بهادار تهران مبتنی بر رهیافت مدل های خودرگرسیونی ناهمگن

مجید میرزایی قرانی

استادیار، گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران. ایران. رایانامه:  
majidmirzaee@kntu.ac.ir

## چکیده

**هدف:** هدف این پژوهش، بررسی رفتار متغیر تلاطم تحقق یافته در ارتباط با داده های با فراوانی زیاد شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران، در فاصله زمانی ۹ اردیبهشت ۱۳۹۱ تا ۱۷ مرداد ۱۳۹۷ است.

**روش:** برای دستیابی به هدف پژوهش و تحلیل و بررسی رفتار متغیر تلاطم تحقق یافته، از سه گونه مختلف مدل های خودرگرسیونی ناهمگن، شامل HAR-RV-CJ، HAR-RV، HAR-RVJ استفاده شده است.

**یافته ها:** نتایج به دست آمده از سه مدل مختلف نشان می دهد که تلاطم تحقق یافته تخمینی در بازار، به نحو مطلوبی از طریق معامله گرانی که به صورت روزانه و در چارچوب مدل HAR-RVJ فعالیت می کنند، توضیح داده شده است. علاوه بر این، منبعث از فرضیه مشهور بازار ناهمگن، درمی یابیم که در مقایسه عملکردی تمام افق های زمانی مطالعه، مقادیر مربوط به چهار معیار ارزیابی (شامل RMSE، MAE و غیره) در مدل فوق از مدل های HAR-RV-CJ و HAR-RV کمتر است.

**نتیجه گیری:** عملکرد پیش بینی درون نمونه ای در مدل HAR-RVJ و در ارتباط با متغیر تلاطم آتی شاخص بورس اوراق بهادار تهران، از آنچه در مدل های HAR-RV و HAR-RV-CJ به دست آمده است، بهتر بوده و بین تمام معیارها بیشترین امتیاز را کسب کرده است. همچنین در حالت بررسی برون نمونه ای نیز باید گفت که فقط در افق زمانی ماهانه، مدل ساده HAR-RV نسبت به دو مدل دیگر برتری داشته است.

**کلیدواژه ها:** مدل خودرگرسیونی ناهمگن، تلاطم تحقق یافته، فرضیه بازار ناهمگن، داده های با فراوانی بالا، پرش.

**استناد:** میرزایی قرانی، مجید (۱۳۹۷). تحلیل رفتار متغیر تلاطم تحقق یافته در بورس اوراق بهادار تهران مبتنی بر رهیافت مدل های خودرگرسیونی ناهمگن. *تحقیقات مالی*، ۲۰(۳)، ۳۶۵ - ۳۸۸.

فصلنامه تحقیقات مالی، ۱۳۹۷، دوره ۲۰، شماره ۳، صص. ۳۶۵ - ۳۸۸

DOI: 10.22059/frj.2018.255568.1006657

دریافت: ۱۳۹۶/۱۲/۱۸، پذیرش: ۱۳۹۷/۰۴/۱۵

© دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

## مقدمه

ادراک و مدل سازی رفتار تلاطم متغیر بازده در بازارهای مالی و جست و جو به منظور یافتن فرایندهایی که سنجه دقیق تری برای پیش بینی تلاطم نتیجه می دهند، کماکان یکی از موضوعات مطرح در حوزه اقتصادسنجی مالی است. علاوه بر این، بسیاری از تحقیقات تجربی در حوزه مالی همچون قیمت گذاری دارایی، تخصیص پرتفوی و مدیریت ریسک مالی، کماکان نیازمند به کارگیری چنین اطلاعاتی در تحلیل هستند.

طی سال های اخیر، برای اندازه گیری و پیش بینی متغیر تلاطم، ادبیات گسترده ای توسعه پیدا کرده که اغلب آنها از مدل های تک معادله ای GARCH که توسط انگل<sup>۱</sup> (۱۹۸۲) و بولرسلف<sup>۲</sup> (۱۹۸۶) و مدل SV که توسط تیلور<sup>۳</sup> (۱۹۹۴) پیشنهاد شده اند، ریشه گرفته اند. علی رغم مزیت های شایان توجه این گونه مدل ها برای محاسبه و پیش بینی تلاطم در بازارها، ضعف هایی نیز در آنها وجود دارد. برای مثال، فرایند تخمین به ویژه در مدل های SV اهمیت زیادی دارد، یا این مدل ها نمی توانند ویژگی های تجربی داده های مالی را تکرار کنند، همچنین این قبیل مدل ها به دلیل به کارگیری آنها در توالی های زمانی با فراوانی کم، نمی توانند به طور مطلوبی اطلاعات ایجاد شده مربوط به تلاطم را در روز کاری بازارهای مالی، توصیف کنند. در این موقعیت، اهمیت استفاده از داده های با فراوانی بالا برای تحلیل رفتار تلاطم در بازار به طور شایان توجهی درک می شود. این داده ها برخی از اثرهایی همچون نسبت های نقدینگی و اطلاعات نامتقارن را که موجب ایجاد تورش در پیش بینی تلاطم می شوند، در نظر می گیرند (آوارتانی، کورادی و دیستاسو<sup>۴</sup>، ۲۰۰۹). ضمن آنکه اغلب مطالعات انجام گرفته در این زمینه، نشان داده اند که پیش بینی های دقیق از طریق به کارگیری داده های با فراوانی بالا به دست می آیند (در این زمینه می توان به مطالعه اندرسون، بولرسلف، دیبولد و لیبس<sup>۵</sup>، ۱۹۹۹؛ اندرسون بولرسلف و دیبولد<sup>۶</sup>، ۲۰۰۷؛ گیزلز و سینکو<sup>۷</sup>، ۲۰۰۶؛ کوپمن، یونگبکر و هول<sup>۸</sup>، ۲۰۰۵ و باتاچاریا، کومار و کومار<sup>۹</sup>، ۲۰۰۹ اشاره کرد). برای پاسخ به برخی نقص ها در مدل های متعارف، اندرسون و بولرسلف با استفاده از داده های با فراوانی زیاد، رویکرد بدیعی را به منظور محاسبه متغیر تلاطم پیشنهاد کردند و آن را تلاطم تحقق یافته (RV) نامیدند. تلاطم تحقق یافته (از طریق تجمیع مربع بازده های مربوط به داده های با فراوانی بالا که در فواصل زمانی بسیار کوتاه طی روز معاملاتی بازار مشاهده می شوند، به دست می آید) در مقایسه با مدل هایی از نوع GARCH و SV از برتری های مشخصی برخوردار است.

برای مثال، تلاطم تحقق یافته یک متغیر جانشین (پراکسی) ایجاد می کند که با استفاده از آن مدل های سری زمانی می توانند برای پیش بینی تلاطم تحقق یافته در مقابل مدل های GARCH که تلاطم را متغیر پنهان<sup>۱۰</sup> در نظر می گیرند، به کار گرفته شوند. علاوه بر این، متغیر تلاطم تحقق یافته فرایند ساده تر و دقیق تری برای محاسبه عنصر تلاطم در بازار فراهم می آورد.

1. Engle  
2. Bollerslev  
3. Taylor  
4. Awartani, Corradi and Distaso  
5. Andersen, Bollerslev, Diebold, and Labys

6. Andersen, Bollerslev, and Diebold  
7. Ghysels and Sinko  
8. Koopman, Jungbacker, and Hol  
9. Bhattacharyya, Kumar, and Kumar  
10. Latent

ساختار مقاله در ادامه بخش به این صورت نظام یافته است. در بخش دوم، روش‌شناسی و مجموعه داده‌های مطالعه ارائه شده است. بخش سوم به تحلیل تجربی مطالعه اختصاص دارد. در بخش چهارم به عملکرد مدل‌های تخمینی اشاره شده و در نهایت در بخش پنجم نیز به بیان جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مقاله پرداخته شده است.

### روش‌شناسی پژوهش

در این بخش از مقاله، ابتدا برخی از مفاهیم و نظریه‌های پایه‌ای مربوط به روش انجام مطالعه بیان شده و در ادامه نیز ساختار و اجزای مدل‌ها و روابط استفاده شده مبتنی بر چارچوب‌های نظری یاد شده، معرفی و ارائه می‌شوند.

### فرضیه بازار ناهمگن<sup>۱</sup>

فرضیه بازار ناهمگن، وجود ناهمگنی معامله‌گران در بازار را به رسمیت می‌شناسد. این فرضیه از جمله مفاهیم جدیدی است که به بررسی رفتار شرکت‌کنندگان ناهمگن در بازار در چارچوب ادبیات کارایی بازار می‌پردازد. در مقابل وجود همگنی میان مشارکت‌کنندگان در بازار، این فرضیه ادعا می‌کند که ناهمگونی فعالان در بازار، در واقع اطلاعات مشابهی را به طرق مختلف و با توجه به ترجیحات و فرصت‌های معاملاتی آنها تشریح می‌کند. این خاصیت ناهمگنی، سبب تلاطم اضافه در دوره‌های زمانی مختلف در بازار می‌شود که ترکیبات گوناگون از آنها در دوره‌های زمانی مختلف، خود زمینه‌ساز بروز ویژگی منحصربه‌فردی است که از آن با عنوان حافظه بلندمدت یاد می‌شود. در عمل با عنایت به فرضیه بازار ناهمگن، می‌توان برای ارتباط مثبت قوی میان متغیر تلاطم و حضور در بازار، شواهد تجربی ارائه داد. در بازارهای ناهمگن، امید آن می‌رود که بازیگران گوناگون برای قیمت‌های مختلف به توافق برسند و برای اجرای مبادلات خود در موقعیت‌های گوناگون بازار تصمیم بگیرند که همین مسئله سبب ایجاد تلاطم می‌شود. ناهمگنی فعالان بازار ممکن است به دلایل مختلفی همچون تفاوت در سطح و درجه اطلاعات، باورهای پیشین، افق‌های زمانی، موقعیت مکانی و جغرافیایی، محدودیت‌های نهادی، ویژگی‌های ریسکی و غیره، ایجاد شود؛ از این رو هر مشارکت‌کننده، در زمان متفاوتی به اخبار دریافت شده واکنش نشان می‌دهد که با افق زمانی آن و مشخصه فراوانی ارتباط پیدا می‌کند.

در این مقاله ناهمگنی‌ای مد نظر است که از اختلاف در افق‌های زمانی سرمایه‌گذاری نشئت می‌گیرد. بازار مالی به‌طور معمول از مشارکت‌کنندگانی تشکیل شده که فراوانی معاملاتی گسترده‌ای دارند. ایده اصلی فرضیه بازار کارا به این معناست که حضور مشارکت‌کنندگان بازاری با افق‌های زمانی مختلف، موجب درک، واکنش و شکل‌گیری انواع گوناگون اجزای تلاطم می‌شود. فعالان بازار مسیر واکنشی مختلفی دارند، بنابراین گونه‌های مختلفی از تلاطم را ایجاد می‌کنند. تعریف سه عنصر پایه‌ای تلاطم به شکل ساده عبارت است از: دوره کوتاه‌مدت با فراوانی معاملاتی روزانه یا بالاتر؛ دوره میان‌مدت که به نوعی توسط مدیران پرتفوی سرمایه‌گذاری که موقعیت معاملاتی خودشان را به‌طور هفتگی متعادل می‌کنند، ایجاد شده؛ دوره بلندمدت که با لحاظ کردن یک یا چند ماه از داده‌های با فراوانی معاملاتی بالا تحلیل می‌شود.

1. Heterogeneous Market Hypothesis (HMH)

## مدل‌های خودرگرسیونی ناهمگن<sup>۱</sup>

با بررسی مطالعات صورت گرفته در خصوص فرضیه بازار ناهمگن می‌توان گفت که ویژگی ناهمگنی در بازارهای مالی به دلایل متعددی بروز می‌کند که از آن جمله می‌توان به تفاوت در میزان تخصیص کارگزاران اقتصادی، محدودیت‌های نهادی، تفاوت در افق‌های زمانی و غیره اشاره کرد. بر این اساس، یکی از چارچوب‌هایی که می‌تواند مبنای شکل‌گیری و تحلیل ناهمگنی در بازارهای مالی قرار گیرد، همانا توجه و تمرکز بر ویژگی تفاوت در افق‌های زمانی فعالان بازار است. کورسی<sup>۲</sup> (۲۰۰۴) از جمله محققانی است که این قاعده را در تحلیل خود به کار گرفت و در مطالعه خود رویکرد جدیدی را برای مدل‌سازی و پیش‌بینی تلاطم پیشنهاد داد. مطالعه وی برگرفته از فرضیه بازار ناهمگن مولر و همکارانش<sup>۳</sup> (۱۹۹۷) بود که در آن هر گروهی از فعالان بازار، از استراتژی سرمایه‌گذاری شخصی خودشان پیروی می‌کنند. این رویکرد همچنین با دیدگاه لوکس و مارچزی<sup>۴</sup> (۱۹۹۹) در ارتباط با عامل تعاملی<sup>۵</sup> منطبق است. در این زمینه اندرسون و بولرسلف<sup>۶</sup> (۱۹۹۷) نیز ایده عناصر مختلف تلاطم را بررسی کردند. هدف اصلی فرضیه بازار ناهمگن، تشریح علیت مثبت قوی میان متغیر تلاطم و سطح مشارکت در بازار است که در بررسی‌های تجربی نیز اثبات شده است. به هر حال، اگر چارچوب همگن بودن یک بازار مفروض نگه داشته شود، به معنای یکسان بودن تمام فعالان بازار است. در این صورت فعالان بیشتری در بازار مشارکت می‌کنند و قیمت نیز با سرعت بیشتری با مقدار واقعی خود همگرا می‌شود و در نهایت تلاطم از بین می‌رود. بنابراین، باید میان تلاطم و میزان مشارکت‌کنندگان در بازار همبستگی منفی وجود داشته باشد که با نتایج تجربی در تضاد است. از سوی دیگر، در چارچوب ناهمگنی بازار - که در آن هر معامله‌گر از استراتژی معاملاتی خودش تبعیت می‌کند - میزان تلاطم افزایش می‌یابد؛ چرا که مشارکت‌کنندگان به اخبار بازار واکنش متفاوتی نشان می‌دهند.

به‌طور معمول ناهمگنی از ویژگی‌های مختلفی همچون حجم منابع مالی، اطلاعات در دسترس، باورهای پیشین، قیود و محدودیت‌های نهادی و غیره نشئت می‌گیرد. در تحلیلی که در ادامه مطرح شده است، بر تفاوت در افق‌های زمانی تمرکز می‌شود، از این رو مشارکت‌کنندگان بازاری‌ای ایجاد می‌کند که فراوانی‌های معاملاتی مختلفی دارند. سفته‌بازان در مقابل اطلاعات جدید به‌صورت روزانه یا حتی سریع‌تر واکنش نشان می‌دهند، در حالی که مدیران ارشد صندوق‌های بازنشستگی، پرتفوی تحت مدیریت را به‌صورت هفتگی بازدید می‌کنند و بانک‌های مرکزی نیز می‌توانند در یک موقعیت معاملاتی ماهانه اقدام کنند. تمام این کارگزاران اقتصادی مسیرهای واکنش مختلفی دارند و سبب شکل‌گیری گونه‌های مختلفی از تلاطم می‌شوند.

تا کنون محققان برای پیش‌بینی تلاطم تحقق یافته کل، از چند رویکرد سری زمانی مختلف استفاده کرده‌اند. از میان این مطالعات می‌توان به مواردی همچون قیزلز، سانتاکالارا و والکانوف<sup>۷</sup> (۲۰۰۶)، اومن<sup>۸</sup> (۲۰۰۱)، اندرسون و همکاران

1. Heterogeneous Autoregressive Models(HAR)  
2. Corsi  
3. Müller et al.  
4. Lux, & Marchesi

5. Interacting Agent  
6. Andersen, Bollerslev  
7. Ghysels, Santa-Clara and Valkanov  
8. Oomen

(۲۰۰۳) و کوپمن و همکاران (۲۰۰۵) اشاره کرد. در این میان، مطالعات بارندورف - نیلسن و شفارد<sup>۱</sup> (۲۰۰۶) و اندرسون، بولرسلف و دیبولد (۲۰۰۷) روش‌هایی را برای اندازه‌گیری سهم و اندازه نوسان درجه دوم<sup>۲</sup> کل از هر دو منبع توسعه داده‌اند. اندرسون و همکارانش (۲۰۰۷) آزمون استاندارد برای شناسایی اینکه مقدار تحولات شایان توجه عنصر پرش<sup>۳</sup> در چه زمانی رخ می‌دهد، ارائه کردند. آنها در مطالعه خود از مدل‌های خودرگرسیون ناهمگنی که ارائه شده توسط مولر و همکاران (۱۹۹۷) و کورسی (۲۰۰۹) برای پیش‌بینی تلاطم با استفاده از عناصر تفکیک شده پرش و انتشار<sup>۴</sup>، استفاده کردند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که اغلب، ویژگی پیش‌بینی‌پذیری عنصر تلاطم از عنصر انتشارپذیری که به صورت ماناست، نشئت می‌گیرد.

در مدل‌های خودرگرسیونی مطالعه اندرسون و همکارانش (۲۰۰۷)، از میانگین‌های ساده مربوط به مقادیر گذشته اندازه عنصر پرش استفاده شده و مدل مجزایی برای شدت پرش برآورد شده است؛ به این صورت که شدت پرش برآورد شده درون چارچوب مدل‌های خودرگرسیونی ناهمگن و برای پیش‌بینی تلاطم و عنصر اندازه پرش به کار گرفته شده است. نتایج مطالعه آنها نشان داد که شدت پرش در پیش‌بینی‌پذیری تلاطم، نقش شایان توجهی دارد. با این حال، پس از وارد کردن متغیر شدت پرش در مدل‌های خودرگرسیونی ناهمگن، عملکرد مربوط به پیش‌بینی تلاطم به نحو چشمگیری بهبود یافت. این بهبود عملکرد پیش‌بینی به‌طور خاص در روزهایی که پرش‌ها رخ می‌دهند یا هنگامی که بازارها دچار نوسان شدید می‌شوند، قابل مشاهده است.

در مدل HAR-RV، سه گونه از فعالان بازار حضور دارند: فعالان کوتاه‌مدتی که معامله‌گران روزانه‌اند؛ فعالان میان‌مدتی که معامله‌گران هفتگی هستند؛ فعالان بلندمدت که معاملات ماهانه انجام می‌دهند.

در ادامه، لازم است که ارتباط میان نظریه نوسان درجه دوم و مدل‌های خودرگرسیونی ناهمگن شرح داده شود. در نظریه نوسان درجه دوم آمده است که ۱. تلاطم تحقق‌یافته ممکن است برای بازه‌های زمانی مختلفی برآورد شده باشند که به سمت صفر میل می‌کنند؛ ۲. متغیر یاد شده عامل اصلی در تعیین کوواریانس بازده شرطی است؛ ۳. تحت شرط وجود فرایندهای پیوسته محض، بازده‌ها به‌طور تقریبی به‌صورت نرمال توزیع شده‌اند، با این فرض که تلاطم تجمع یافته دارای بیشترین اثر بر شکل توزیع است.

در همین رابطه، محققان به مقایسه مزیت مدل HAR-RV در تحلیل رفتار تلاطم در بازارهای مالی با سایر روش‌های متعارف اقدام کرده‌اند که در ادامه به مهم‌ترین آنها اشاره می‌شود.

کورسی (۲۰۰۴) تلاطم جزئی را تلاطمی تعریف می‌کند که به‌وسیله عنصر مشخصی از بازار ایجاد شده و در این حالت، مدل نوعی آبشار تجمعی از تلاطم‌های جزئی گوناگون است. با به‌کارگیری داده‌های فراوانی بالا در خصوص نرخ مبادله USD/CHF، وی مدل HAR-RV را در مقابل مدل GARCH، مدل‌های Risk Metrics مربوط به مؤسسه جی. پی. مورگان، مدل‌های خودرگرسیونی با طول وقفه‌های مختلف و در نهایت مدل‌های ARIMA قرار داد و اثبات کرد که

1. Barndorf-Nielsen, and Shephard  
2. Quadratic Variation

3. Jump  
4. Diffusion

مدل HAR-RV در مقابل سایر مدل‌ها برتری دارد و با روش ساده و موفقیت‌آمیزی توانست به هدف مدل‌سازی رفتار حافظه تاریخی بلندمدت متغیر تلاطم دست پیدا کند. در این مطالعه، نخست با استفاده از سنج‌های توان دوم<sup>۱</sup> مرتبط و پذیرش آزمون پرش پیشنهاد شده باندورف، نیلسن و سفارد (۲۰۰۴ الف و ب) و اندرسون و همکارانش (۲۰۰۷)، مدل‌های HAR-RV-CJ ارائه شده و در ادامه کاربری این مدل‌ها در ارتباط با بازار ارز، شاخص سهام اس. اند پی. ۵۰۰ و نرخ اوراق قرضه آمریکا بیان شده است. مدل پیشنهاد شده کورسی شامل عناصر پرش و عناصر پیوسته از متغیر تلاطم تحقق یافته است. وی به این نتیجه رسید که عناصر پرش مربوط به متغیر تلاطم تحقق یافته، سبب ایجاد «نویز» می‌شود؛ به این معنا که هر چه باشد و هر مقداری را اخذ کند، به پیش‌بینی آتی متغیر یاد شده هیچ کمکی نمی‌کند، بلکه فقط بخش پیوسته‌ای در مدل محسوب می‌شود که قدرت پیش‌بینی دارد. همچنین، آنها نشان دادند که بخش زیادی از پرش‌های شایان توجه با اعلام اخبار اقتصاد کلان همراه شده‌اند.

مک‌آلیر و مدیروس<sup>۲</sup> (۲۰۰۸) مدل HAR-RV را بسط دادند و مدل جدیدی را که دربردارنده عناصر مربوط به حافظه بلندمدت و ویژگی‌های غیرخطی بود، ارائه کردند. تصریح جدید، مدل خودرگرسیون ناهمگن با لحاظ تغییر ملایم رژیم چندگانه<sup>۳</sup> نام‌گذاری شده است. مزیت اصلی مدل یاد شده این است که می‌تواند هم وابستگی بلندمدت و هم تغییرات رژیمی (و در نتیجه اثرهای نامتقارن) را به شکل ساده‌ای درون خود جای دهد. آنها در مطالعه خود نشان دادند هنگامی که مدل‌های HAR-RV و مدل‌های خودرگرسیون ناهمگن با لحاظ تغییر ملایم رژیم چندگانه ترکیب شوند، عملکرد پیش‌بینی بهبود می‌یابد و هنگامی که با سایر مدل‌های تلاطم متعارف مقایسه شوند (نظیر مدل‌های EGARCH، GARCH و GJR-GARCH) عملکرد هر دو مدل HAR-RV و مدل‌های خودرگرسیون ناهمگن با لحاظ تغییر ملایم رژیم چندگانه، برتری محسوسی دارند.

چانگ، هوآنگ و سنگ<sup>۴</sup> (۲۰۰۸)، وقفه‌های مربوط به متغیر حجم معاملاتی را در مدل HAR-RV لحاظ کرده و از آن برای بررسی نقش حجم معاملاتی بهره بردند و مدل پیش‌بینی جدید را مدل HAR-RV-cum-Volume نامیدند. «ترکیب فرضیه توزیع‌ها» مبنای نظری لازم را برای تحلیل ارتباط میان تغییر حجم و تلاطم، فراهم می‌آورد (لو و مارتینز<sup>۵</sup>، ۲۰۰۳؛ دارات، رحمان و ژانگ<sup>۶</sup>، ۲۰۰۳؛ هولمز و تامست<sup>۷</sup>، ۲۰۰۴؛ کالو، لیو و فم<sup>۸</sup>، ۲۰۰۴ و باونز، راییم و سوکارات<sup>۹</sup>، ۲۰۰۶). با استفاده از داده‌های با فراوانی بالا روی سهام شرکت آی. بی. ام. نتیجه گرفتند که با رگرسیون‌های مشابه، مدل جدید عملکرد پیش‌بینی متغیر تلاطم تحقق یافته آتی را بهبود می‌بخشد.

شوالیه و سوی<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۹) در مطالعه خود به ابتکار عمل جالبی دست زدند. آنها از داده‌های با فراوانی بالا که از بازار آتی انتشار دی‌اکسیدکربن در اتحادیه اروپا جمع‌آوری شده بود، برای آزمون مدل استفاده کردند. این دو محقق مدل

1. Bi-Power

2. McAleer, and Medeiros

3. Heterogeneous Agent Regime Smooth Transition (HARST)

4. Chung, Huang, and Tseng

5. Luu, and Martens

6. Darrat, Rahman, Zhong

7. Holmes, and Tomsett

8. Kalev, Liu, and Pham

9. Bauwens, Rime, and Sucarrat

10. Chevallier, and Sévi

را با مدل  $AR(1)$ -GARCH(1,1) مقایسه کرده و نتیجه گرفتند که ۱. با استفاده از مدل HAR-RV و لحاظ عناصر روزانه و هفتگی، پویایی‌های متغیر تلاطم تحقق‌یافته به نحو مطلوبی احصا می‌شود که نسبت به تصریح GARCH برتری شایان توجهی دارد؛ ۲. دقت پیش‌بینی مدل HAR-RV نسبت به سایر مدل‌های تلاطم شرطی مبتنی بر داده‌های روزانه برتری انکارناپذیری دارد.

وینک و پیرا<sup>۱</sup> (۲۰۱۱) از دو گونه مختلف مدل‌های مربوط به تخمین و پیش‌بینی تلاطم تحقق‌یافته، یعنی مدل HAR-RV و روش نمونه‌برداری داده ترکیبی در ارتباط با تلاطم تحقق‌یافته<sup>۲</sup> استفاده کردند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که برای پیش‌بینی درون نمونه‌ای، روش نمونه‌برداری داده ترکیبی نتایج بهتری ارائه می‌دهد.

سیدا<sup>۳</sup> (۲۰۱۲) در مطالعه خود با تمرکز بر دو گونه متفاوت از مدل‌های HAR-RV (شامل مدل پایه HAR-RV و مدل HAR-RV با لحاظ عناصر GARCH) و با استفاده از داده‌های با فراوانی بالا، به بررسی رفتار تلاطم در شاخص‌های سهام آمریکا پرداخت و سه دوره زمانی مجزا برای آن در نظر گرفت: ۱. دوره زمانی پیش از بحران مالی جهانی که در سال‌های ۲۰۰۶ تا ۲۰۰۷ رخ داد؛ ۲. دوره زمانی ۲۰۰۸ تا ۲۰۰۹ که بحران مالی جهانی به‌طور کامل بازار سهام آمریکا را تحت تأثیر قرار داد و ۳. دوره زمانی ۲۰۱۰ تا ۲۰۱۱. نتایج این مطالعه نشان داد که مناسب‌ترین مدل برای پیش‌بینی تلاطم تحقیق‌یافته آتی، مدل HAR-RV-GARCH است. همچنین، در این مطالعه مشخص شد که متغیرهای با دوره زمانی کوتاه‌تر، در رفتار تلاطم آتی روزانه نقش پررنگ‌تری دارند.

کلمنتس و لیاو<sup>۴</sup> (۲۰۱۳) در مطالعه خود بررسی کردند که چگونه می‌توان برای پیش‌بینی تلاطم، بیشترین اطلاعات را از عنصر پرش به‌دست آورد. آنها از سه گونه از مدل‌های HAR-RV (شامل مدل‌های HAR-RV-CJI و HAR-RV-CI و HAR-RV-CJ) برای تحلیل خود استفاده کردند.

هوانگ، گونگ، چن و ون<sup>۵</sup> (۲۰۱۳) پس از توسعه مدل بدیعی با نام HAR-CJ-M که در آن اثر گشتاور بر متغیر تلاطم در بازار سهام چین استفاده شده است، نشان دادند که مدل اصلاح شده HAR-RV قدرت پیش‌بینی مطلوبی دارد. همچنین در این مطالعه، عملکرد پیش‌بینی بهتر مدل ارائه شده در مقایسه با دو مدل HAR-CJ و HAR-ARV به وضوح نشان داده شده است.

با توجه به مطالعات تجربی اشاره شده، می‌توان این گونه استدلال کرد که در حال حاضر نوعی جابه‌جایی از مدل‌های استاندارد ARMA (شامل ARIMA، ARFIMA و...) و مدل‌های ARCH (مشمول بر مدل‌های GARCH، EGARCH و...) به سمت مدل‌های خانواده HAR-RV (برای مثال مدل‌های HAR-RV-CJ، HARST و...) در جریان است و تحقیقات در خصوص بهبود روش‌های تخمین و پیش‌بینی در این حوزه، کماکان ادامه دارد.

1. Wink, &amp; Pereira

2. Mixed Data Sampling of Realized Volatility (MIDAS-RV)

3. Sed'a

4. Clements and Liao

5. Huang, Gong, Chen and Wen



شایان ذکر است که عمده مطالعات مربوط به بررسی نوسان‌ها و تلاطم بازار سهام در داخل کشور، معطوف به روش GARCH و ترکیبات مختلف آن بوده که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

کشاورز حداد و بابایی (۱۳۹۰) با استفاده از داده‌های پانل و مدل GARCH به مدل‌سازی تلاطم بازده نقدی در بورس تهران طی سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۸۷ پرداختند. نتیجه بررسی آنها نشان داد که نمی‌توان به لحاظ ساختاری، تلاطم یکسانی را برای سهام موجود در یک گروه صنعت در بورس در نظر گرفت. ابونوری و عبداللهی (۱۳۹۱) در مقاله‌ای با استفاده از یک مدل GARCH چند متغیره، نوسان‌های چند بخش گوناگون از بازار سهام ایران را مدل‌سازی کردند. آنها در مطالعه خود به برآورد هم‌زمان میانگین و واریانس شرطی بازده‌های روزانه در بخش‌های گوناگون بازار سهام در ایران طی سال‌های ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۱ پرداختند و نتیجه گرفتند که بین بخش‌های مختلف بازار به صورت معناداری شوک و تلاطم منتقل می‌شود. سید حسینی و ابراهیمی (۱۳۹۲) با در نظر گرفتن اثر حافظه بلندمدت بر شاخص قیمت سه گروه صنعت در بورس تهران، شامل شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات، شاخص واسطه‌گری‌های مالی و شاخص ماشین‌آلات و تجهیزات، به مدل‌سازی سرایت تلاطم در بازه زمانی ۱۳۸۳ تا ۱۳۸۷ پرداختند. آنها با استفاده از مدل‌های GARCH چند متغیره شامل مدل (۱,۱) BEKK و مدل توسعه یافته (۱,۱) FBEKK نتیجه گرفتند که مدل (۱,۱) FBEKK تصریح دقیق‌تری از تلاطم ارائه می‌دهد. نبوی و مختاری نژاد (۱۳۹۵) در مطالعه‌ای نوسان‌های بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران را در فاصله زمانی ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۱ برآورد کردند و به این نتیجه دست یافتند که در مقایسه میان مدل‌های حرکت براونی و GARCH، مدل GARCH نتایج بهتری ارائه می‌دهد.

### مدل HAR-RV

مدل HAR-RV استاندارد که توسط کورسی (۲۰۰۴) پیشنهاد شده، فرایند تلاطم تصادفی زیر را در نظر می‌گیرد:

$$dp(t) = \mu(t) + \sigma(t)dW(t) \quad \text{رابطه (۱)}$$

که در این رابطه،  $p(t)$  فرایند مربوط به لگاریتم قیمت،  $\mu(t)$  فرایند تغییر پیوسته به صورت محدود،  $dW(t)$  نشان‌دهنده یک حرکت براونی و  $\sigma(t)$  یک فرایند تصادفی مستقل از  $dW(t)$  است. هزینه متغیر تلاطم تجمع یافته مرتبط با روز  $t$  یک مقدار انتگرال از فرایند تلاطم تصادفی روی کل روز  $1d$  است.

$$\sigma_t^{(d)} = \sqrt{\left( \int_{t-1d}^t \sigma^2(\omega) d\omega \right)} \quad \text{رابطه (۲)}$$

نظریه‌ای که مبنای این ارتباط قرار دارد، نخست توسط بک<sup>۱</sup> (۱۹۹۱) توسعه یافت و در ادامه برای دسته‌ای از شبه مارتینگل‌های<sup>۲</sup> محدود در مطالعه اندرسون و همکاران (۲۰۰۳) که در زیر بخش قبلی شرح و ارائه شد، تعمیم داده شد. بر

اساس این نظریه، تلاطم تجمع یافته در خصوص یک حرکت براونی را می‌توان به وسیله جمع مربعات به دست آمده از بازده‌های مربوط به داده‌های داخل روز، تقریب زد. بنابراین به ما اجازه می‌دهد که تخمین بدون خطایی از تلاطم واقعی ایجاد کنیم. در این صورت تلاطم تحقق یافته به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$RV_t^{(d)} = \sqrt{\left( \sum_{j=0}^{M-1} r_{t-j\delta}^2 \right)} \quad \text{رابطه (۳)}$$

که در این رابطه،  $\delta = 1d/M$  معرف مشاهدات یک روز و  $r_{t-j\delta} = p(t-j\delta) - p(t-(j+1)\delta)$  گویای بازده داخل روز فرایند قیمت، برای فراوانی نمونه  $\delta$  است. در این شرایط، تلاطم تحقق یافته یک تخمین زن بدون تورش برای تلاطم است. هنگامی که تخمین زن را ایجاد می‌کنیم، تنها باید دو پارامتر تصریح شده باشد؛ یکی فراوانی نمونه  $\delta$  که وابسته به داده است و دیگری، دوره تجمع  $1d$ . در معادله یک متغیر تلاطم روزانه تعریف شده که به عنوان متغیر ورودی در تخمین زن‌های تلاطم هفتگی و ماهانه استفاده شده است.

$$RV_t^{(\omega)} = \frac{1}{5} \left( RV_{t-1d}^{(d)} + RV_{t-2d}^{(d)} + RV_{t-3d}^{(d)} + RV_{t-4d}^{(d)} + RV_{t-5d}^{(d)} \right) \quad \text{رابطه (۴)}$$

برای تلاطم هفتگی، ۵ روز کاری آخر مینا قرار می‌گیرد که در رابطه ۴ نشان داده شده است. تخمین زن تلاطم ماهانه به همین شکل و با استفاده از ۲۲ مشاهده آخر تعریف می‌شود. در مرحله بعد، عبارت تلاطم جزئی معرفی شده است. به هر مشارکت کننده در بازار یک عنصر تلاطم نسبت داده شده که وی به تنهایی خلق می‌کند. در واقع متغیر غیرقابل مشاهده تلاطم جزئی مرتبط با یک روز، به صورت  $\tilde{\sigma}_t^{(d)}$  تبیین شده است. علاوه بر این، فرض می‌شود که تلاطم بازار به وسیله عنصری که بالاترین فراوانی معاملاتی را نشان می‌دهد (منظور یک روز) ارائه شده است، بنابراین  $\tilde{\sigma}_t^{(d)} = \sigma_t^{(d)}$ . در مدل فرض شده است که متغیر غیرقابل مشاهده تلاطم جزئی به مقدار تلاطم قابل مشاهده گذشته آن  $(RV_t)$  و میزان انتظاری تلاطم جزئی آتی نسبت به بازه زمانی طولانی‌تر، مرتبط است. با این حال، تلاطم جزئی ماهانه تنها به وسیله مقادیر تاریخی آن تعیین شده است. فرض بالا از یک مشاهده تجربی نشئت گرفته است و بر اساس آن، فعالان بازار که روی داده‌های با فراوانی بالا معامله می‌کنند، به وسیله فرایند انتظاری که در خصوص تلاطم (فعالانی که با داده‌های با فراوانی پایین‌تر معامله می‌کنند) ایجاد شده، عمل می‌کنند.

سه معادله‌ای که در این زمینه می‌توان مطرح کرد، به شکل زیر است:

$$\tilde{\sigma}_{t+1m}^{(m)} = c^{(m)} + \phi^{(m)} RV_t^{(m)} + \tilde{\omega}_{t+1m}^{(m)} \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$\tilde{\sigma}_{t+1\omega}^{(\omega)} = c^{(\omega)} + \phi^{(\omega)} RV_t^{(\omega)} + \gamma^{(\omega)} E_t \left[ \tilde{\sigma}_{t+1m}^{(m)} \right] + \tilde{\omega}_{t+1\omega}^{(\omega)} \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$\tilde{\sigma}_{t+1d}^{(d)} = c^{(d)} + \phi^{(d)}RV_t^{(d)} + \gamma^{(d)}E_t[\tilde{\sigma}_{t+1\omega}^{(\omega)}] + \tilde{\omega}_{t+1d}^{(d)} \quad \text{رابطه ۷}$$

با جایگزینی معادله ۵ در معادله ۶ و در ادامه با جایگذاری در معادله ۷ و به کارگیری این واقعیت که تلاطم جزئی روزانه برابر با تلاطم روزانه است، به رابطه زیر دست پیدا می‌کنیم.

$$\sigma_{t+1\omega d}^{(d)} = c + \beta^{(d)}RV_t^{(d)} + \beta^{(\omega)}RV_t^{(\omega)} + \beta^{(m)}RV_t^{(m)} + \tilde{\omega}_{t+1d}^{(d)} \quad \text{رابطه ۸}$$

همچنین، این فرض که تلاطم روزانه برابر با تلاطم روزانه تحقق یافته به علاوه یک عنصر نوآوری (به تعبیر دیگر جزء اخلاص) است، به معادله اضافه می‌شود.

$$\sigma_{t+1\omega d}^{(d)} = RV_{t+1d}^{(d)} + \omega_{t+1d}^{(d)} \quad \text{رابطه ۹}$$

عبارت نوآوری  $\omega_{t+1d}^{(d)}$  به این دلیل وارد رابطه بالا شده است که تمام فروض تأمین نشده و خطای اندازه‌گیری می‌تواند عمدتاً به دلیل ویژگی‌های داده (خصوصاً اثرات مربوط به ریزساختار بازار<sup>۱</sup>) رخ دهد. با ترکیب رابطه‌های ۸ و ۹، به رابطه ۱۰ دست پیدا می‌کنیم.

$$RV_{t+1d}^{(d)} = c + \beta^{(d)}RV_t^{(d)} + \beta^{(\omega)}RV_t^{(\omega)} + \beta^{(m)}RV_t^{(m)} + \omega_{t+1d}^{(d)} \quad \text{رابطه ۱۰}$$

که در آن عبارت  $\omega_{t+1d} = \tilde{\omega}_{t+1d}^{(d)} - \omega_{t+1d}^{(d)}$  به عنوان عبارت اختلال در مدل رگرسیونی لحاظ شده است. در مجموع می‌توان گفت که معادله ۱۰ یک مدل از نوع AR در ارتباط با تلاطم تحقق یافته معرفی می‌کند که عناصر ورودی آن بیان‌کننده مشارکت کنندگان مختلف بازار است و می‌تواند با استفاده از مشاهدات تاریخی، تخمین زده شود. این مدل با عنوان مدل HAR-RV شناخته می‌شود و در این مطالعه از آن برای تخمین استفاده شده است.

### مدل HAR-RV-GARCH

کورسی (۲۰۰۴) در مطالعه خود عناصر پسماندها را به صورت نرمال و  $i.i.d$  در نظر گرفت. با این حال، تحلیل مربوط به پسماندهای مدل‌های HAR-RV که در خصوص داده‌های مختلف مالی به کار گرفته شده است، نشان می‌دهد رفتار آنها مطابق با فرض ابتدایی نیست. نتایج تجربی به نقض فرض نرمال و  $i.i.d$  بودن و همچنین تأیید ویژگی تلاطم خوشه‌ای در داده‌ها اشاره دارد. در این شرایط، کورسی، میتنیک، پیگورس (۲۰۰۸) در مطالعه خود تلاش کردند تا این ویژگی‌هایی را که هم نتایج تخمین مدل HAR-RV را تورش‌دار می‌کند و هم از دقت و پیش‌بینی می‌کاهد، در مدل خود وارد کنند. نتیجه کار آنها، ارائه نسخه جدیدی از مدل HAR-RV بود که از طریق لحاظ کردن توزیع انعطاف‌پذیر نرمال معکوس<sup>۲</sup> به عناصر اختلال مدل، امکان انعطاف‌پذیری بیشتر می‌شود. همچنین آنها یک فرایند GARCH را تصریح کردند تا ویژگی تلاطم خوشه‌ای را در مربعات خطاها لحاظ کند.

آنها در مطالعه خود اجرای آزمون GARCH-LM را برای تصدیق بسط مدل HAR-RV به وسیله عنصر GARCH(p,q) پیشنهاد دادند.

$$RV_{t+1d}^{(d)} = \beta_0 + \beta^{(d)}RV_t^{(d)} + \beta^{(\omega)}RV_t^{(\omega)} + \beta^{(m)}RV_t^{(m)} + h_t u_t \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$h_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q \alpha_j u_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}^2$$

$$u_t | \Omega_{t-1} (0,1)$$

در این نسخه، عبارت خطای  $h_t u_t$ ، از یک چگالی شرطی با واریانس‌های وابسته به زمان تبعیت می‌کند.

### مدل‌های HAR-RV-J

تا کنون رویکرد مد نظر بر این فرض پایه‌گذاری شده بود که فرایند قیمت تنها یک مسیر نمونه‌ای پیوسته<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد. با این حال، همان‌گونه که در مطالعات پارامتریک پیشنهاد شده، ویژگی‌های تجربی داده‌های با فراوانی بالا، اغلب بر وجود پرش در متغیر تلاطم تأکید می‌کنند که فرض اولیه را نقض می‌کند.

نتایج مطالعات نشان می‌دهد بسیاری از فرایندهای قیمتی به نحو مطلوبی به وسیله ترکیب یک فرایند مسیر نمونه‌ای پیوسته با ویژگی بازگشت به میانگین هموار<sup>۲</sup> و آهسته و یک عنصر پرش با ماندگاری کمتر، تشریح شده‌اند. مطالعات صورت گرفته در این زمینه نشان داده‌اند که لحاظ کردن عنصر پرش در مدل‌های پارامتریک عملکرد، پیش‌بینی را بهبود می‌بخشد، از این رو انگیزه‌ای به وجود آمد که در مدل ناپارامتریک تلاطم تحقق‌یافته نیز، عناصر پرش لحاظ شود.

ایده اصلی مدل‌هایی به شکل HAR-RV-J به تفکیک مسیر نمونه‌ای به اجزای پیوسته و غیرپیوسته و استفاده از عناصر پرش به عنوان ورودی‌های مدل باز می‌گردد. این موضوع با نتایج نظری به دست آمده از مطالعات باندورف - نیلسن و شفارد (۲۰۰۴ و ۲۰۰۶) که عنصر نوسان به صورت توان دو را معرفی کردند، انطباق شایان توجهی دارد. روش جدید، نخست توسط اندرسون و همکاران (۲۰۰۷) و در ادامه توسط کورسی، پیرینو و رنو (۲۰۰۹) به کار گرفته شده است. در همین ارتباط، در بخش بعدی فرایند جداسازی و پیاده‌سازی آن در مدل‌های HAR-RV تشریح شده است. در پی مدل ارائه شده توسط اندرسون و همکاران (۲۰۰۷) رابطه به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$dp(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t) + \kappa(t)dq(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

که در این رابطه  $\mu(t)$  یک فرایند تغییر پیوسته و محدود شده به صورت کران‌دار موضعی<sup>۳</sup> است.  $\sigma(t)$  یک فرایند

#### 1. Continuous Sampling Path

مسیر نمونه‌ای پیوسته، در واقع بیان‌کننده یک فرایند تصادفی است که در آن نمونه‌ها از توابع پیوسته تبعیت می‌کنند. از جمله این موارد می‌توان به حرکت براونی (یا فرایند واینر) به عنوان مصداقی از یک نمونه پیوسته اشاره کرد.

#### 2. Smooth Mean Reverting

#### 3. Locally bounded

تلاطم تصادفی اکیداً مثبت است،  $W(t)$  یک حرکت براونی استاندارد است و  $q(t)$  یک فرایند شمارش با عنصر شدت وابسته به زمان  $\lambda(t)$  است و  $k(t)$  نیز به اندازه پرش‌های متناظر گسسته در فرایند قیمت ارجاع می‌دهد. بنابراین، نظریه نوسان درجه دوم که با این شکل از فرایند بازده همراه شده است به صورت رابطه ۱۳ است.

$$[r, r]_t = \int_0^t \sigma^2(s) ds + \sum_{0 < s \leq t} \kappa^2(s) \quad \text{رابطه ۱۳}$$

با در اختیار داشتن فراوانی نمونه  $\Delta$  و با تعریف فرایند بازده برای دوره  $\Delta$  به صورت  $r_{t,\Delta} = p(t) - p(t - \Delta)$  متغیر تلاطم تحقق یافته می‌تواند به شکل رابطه ۱۴ محاسبه شود.

$$RV_{t+1}(\Delta) = \sum_{j=1}^{1/\Delta} r_{t+j\Delta,\Delta}^2 \quad \text{رابطه ۱۴}$$

منبعث از نظریه نوسان درجه دوم، این گونه استدلال می‌شود که واریانس تحقق یافته در مقدار احتمال به مقدار جمعی فرایند نوسان درجه دوم هم‌زمان با افزایش در فراوانی نمونه همگرا می‌شود.

$$RV_{t+1}(\Delta) \rightarrow \int_t^{t+1} \sigma^2(s) ds + \sum_{t < s \leq t+1} \kappa^2(s) \quad \Delta \rightarrow 0 \quad \text{رابطه ۱۵}$$

بر این اساس، رابطه پیشنهاد می‌کند که در غیاب عناصر پرش، تلاطم تحقق یافته در احتمال، به نوسان درجه دوم همگرا می‌شود. بارتدورف - نیلسن و سفارد (۲۰۰۴) یک عنصر نوسانی درجه دوم تحقق یافته را که به شکل استاندارد تبدیل شده، به شکل زیر تعریف و ارائه کردند.

$$BV_{t+1}(\Delta) = \mu_1^{-2} \sum_{j=2}^{1/\Delta} |r_{t+j\Delta,\Delta}| |r_{t+(j-1)\Delta,\Delta}| \quad \text{رابطه ۱۶}$$

که در این معادله  $\mu_1$  نشان دهنده میانگین مقدار قدر مطلق متغیر تصادفی  $Z$  است که به صورت نرمال استاندارد توزیع شده است. در این صورت، می‌توان نشان داد که هم‌زمان با افزایش فراوانی نمونه‌ای به سمت بی‌نهایت میل می‌کند یا به بیان دیگر، فواصل به سمت صفر همگرا می‌شوند.

$$BV_{t+1}(\Delta) \rightarrow \int_t^{t+1} \sigma^2(s) ds \quad \text{رابطه ۱۷}$$

با تفریق کردن رابطه ۷ از رابطه ۱۵ به عبارتی دست می‌یابیم که به ما امکان می‌دهد به صورت سازگار، عناصر پرش را در فرایند قیمت تخمین بزنیم، به لحاظ این نکته که  $\Delta \rightarrow 0$  میل می‌کند.

$$\begin{aligned}
 RV_{t+1}(\Delta) - BV_{t+1}(\Delta) &= \int_t^{t+1} \sigma^2(s) ds + \sum_{t < s \leq t+1} \kappa^2(s) - \int_t^{t+1} \sigma^2(s) ds \\
 &= \sum_{t < s \leq t+1} \kappa^2(s)
 \end{aligned}
 \tag{۱۸}$$

با این حال، این رویکرد نظری نمی‌تواند مانع منفی شدن مقادیر تجربی عناصر پرش شود. بر همین اساس تعریف زیر، مثبت بودن پرش‌ها را تضمین می‌کند.

$$J_{t+1}(\Delta) = \max[RV_{t+1}(\Delta) - BV_{t+1}(\Delta), 0] \tag{۱۹}$$

برای تفکیک فرایند به دو بخش پیوسته و غیرپیوسته، اندرسون و همکارانش (۲۰۰۷) ضمن استفاده از آماره  $Z$ ، آن را با مقدار بحرانی مقایسه کردند. آماره  $Z$  به صورت رابطه ۲۰ تعریف شده است.

$$Z_{t+1}(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{\Delta}} \frac{[RV_{t+1}(\Delta) - BV_{t+1}(\Delta)]/RV_{t+1}(\Delta)}{\sqrt{\left(\frac{1}{\mu_1^4} + 2\frac{1}{\mu_1^2} - 5\right) \max[1, TQ_{t+1}(\Delta)/BV_{t+1}(\Delta)^2]}} \tag{۲۰}$$

که در این رابطه  $TQ$  معرف سنجه درجه چهارم<sup>۱</sup> استاندارد شده است که می‌تواند به صورت سازگار، حتی در حضور عناصر پرش، تخمین زده شود.

$$TQ_{t+1}(\Delta) = \frac{1}{\Delta} \frac{1}{\mu_{4/3}^{4/3}} \sum_{j=3}^{1/\Delta} |r_{t+j\Delta, \Delta}|^{4/3} |r_{t+(j-1)\Delta, \Delta}|^{4/3} |r_{t+(j-2)\Delta, \Delta}|^{4/3} \tag{۲۱}$$

برای مشخص شدن این مسئله که یک عنصر پرش به لحاظ آماری معنادار است یا خیر، از تابع نماگر  $I$  استفاده شده است. اگر آماره  $Z$  از مقدار بحرانی  $\Phi_\alpha$  فراتر رود، وابسته به سطح معناداری انتخاب شده است (به طور مثال  $\alpha$ )، تابع  $I$  نتیجه ۱ را در پی دارد و در غیر این صورت برابر صفر است. بنابراین، عناصر پرش به صورت زیر شناسایی شده‌اند:

$$J_{t+1, \alpha}(\Delta) = I[Z_{t+1}(\Delta) > \Phi_\alpha][RV_{t+1}(\Delta) - BV_{t+1}(\Delta)]^+ \tag{۲۲}$$

پس از تصریح عنصر پرش، اندرسون و همکارانش (۲۰۰۷) مدل HAR-RVJ را به صورت رابطه‌های زیر تخمین زدند.

$$RV_{t+1d}^{(d)} = \beta_0 + \beta^{(d)} RV_t^{(d)} + \beta^{(\omega)} RV_t^{(\omega)} + \beta^{(m)} RV_t^{(m)} + \beta^{(j)} J_t + \varepsilon_t \tag{۲۳}$$

و

$$\begin{aligned}
 RV_{t+1d}^{(d)} &= \beta_0 + \beta^{(cd)} C_t^{(d)} + \beta^{(c\omega)} C_t^{(\omega)} + \beta^{(cm)} C_t^{(m)} + \beta^{(jd)} J_t^{(d)} + \beta^{(j\omega)} J_t^{(\omega)} \\
 &\quad + \beta^{(jm)} J_t^{(m)} + \varepsilon_t
 \end{aligned}
 \tag{۲۴}$$

که در این رابطه  $C_t$  به صورت زیر تعریف شده است:

$$C_{t+1,\alpha}(\Delta) = I[Z_{t+1}(\Delta) \leq \Phi_\alpha]RV_{t+1}(\Delta) + I[Z_{t+1}(\Delta) > \Phi_\alpha]BV_{t+1}(\Delta) \quad (\text{رابطه ۲۵})$$

و

$$J_t^\omega = \frac{1}{5} [J_{t-1}^d + J_{t-2}^d + J_{t-3}^d + J_{t-4}^d + J_{t-5}^d] \quad (\text{رابطه ۲۶})$$

می توانیم به طور مشابه عنصر  $J_t^\omega$  را برای دوره ماهانه محاسبه کنیم. مدلی که در رابطه ۲۳ با لحاظ عنصر  $J$  در رابطه ۱۹ تصریح شده است را به عنوان مدل HAR-RVJ نام گذاری کرده و مدل های نوعی که به وسیله رابطه ۲۴ بیان شده اند را به عنوان مدل های HAR-RVCJ طبقه بندی می کنیم.

در مطالعه حاضر سه گونه از مدل های خودرگرسیون ناهمگن، شامل مدل پایه HAR-RV و دو مدل HAR-RVJ و HAR-RVCJ به کار گرفته شده که در آنها عناصر پرش لحاظ شده است.

### تحلیل داده های مطالعه

مجموعه داده های استفاده شده در این مطالعه، ۴۰۴۳۹ داده ۵ دقیقه ای را دربرمی گیرد که مربوط به شاخص اصلی سهام بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی ۹ اردیبهشت ۱۳۹۱ تا ۱۷ مرداد ۱۳۹۷ است. مقادیر مربوط به بازده شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران، از تفریق مقادیر لگاریتمی قیمت ها طی دوره محاسبه شده است.

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) = \ln p_t - \ln p_{t-1} \quad (\text{رابطه ۲۷})$$

آمار توصیفی مربوط به داده های عایدی روزانه شاخص قیمت سهام در جدول ۱ بیان شده است.

جدول ۱. آمار توصیفی عایدی شاخص قیمت سهام (به درصد)

۰/۰۰۳۹	میانگین
-۰/۰۰۱۱	میانه
۳/۹۴۷۹	مقدار حداکثر
-۶/۷۴۴۸	مقدار حداقل
۰/۱۰۷۰	انحراف معیار
-۴/۵۴۳۸	چولگی
۷۴۰/۸۰۶۰	کشیدگی
۹/۱۷E+۰۸	جارك - برا*
۰/۰۰۰۰	احتمال

\* آماره جارك - برا عدم وجود توزیع نرمال را برای سری های بازده در سطح معناداری ۱ درصد نشان می دهد.

علاوه بر این، در جدول ۲ نتایج سه آزمون ریشه واحد مختلف، شامل آزمون‌های دیکی فولر تعمیم یافته (ADF)، KPSS و فیلیپس پرون (PP)، برای بررسی مانایی داده‌ها درج شده است. آماره آزمون KPSS نسبت به دو آزمون دیگر دارای فرضیه صفر متفاوتی است. در این آزمون فرضیه صفر نشان‌دهنده این است که داده‌ها از فرایندی مانا تبعیت می‌کنند، در حالی که فرضیه صفر آماره آزمون‌های ADF و PP، وجود ریشه واحد در سری داده‌ها را نشان می‌دهد. تمام این آماره‌های آزمون در سطح معناداری ۱ درصد، فرضیه وجود ریشه واحد در سری داده‌ها را رد می‌کنند. بنابراین می‌توان گفت که داده‌ها از یک فرایند مانا تبعیت می‌کنند.

جدول ۲. نتایج آزمون‌های ریشه واحد

-۶۴/۶۹۲۴	ADF*
۰/۴۳۹۳	KPSS**
-۲۰۶/۴۸۵۷	PP*

\* رد وجود ریشه واحد در سطح معناداری ۱ درصد \*\* مانایی سری‌های بازده در سطح معناداری ۱ درصد



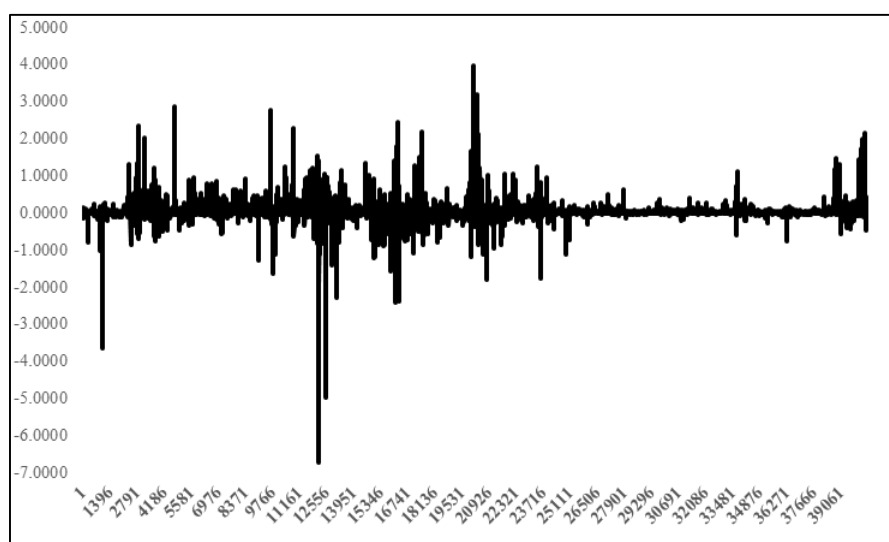
شکل ۱. سری زمانی داده‌های شاخص بورس اوراق بهادار تهران (۱۳۹۱ تا ۱۳۹۷)

همان‌گونه که در شکل ۱ مشخص است، شاخص قیمت سهام طی دو سال نخست بررسی، رشد متوالی‌ای را پشت سر گذاشته و در اواخر سال ۱۳۹۲، به سطح ۹۰۰۰۰ واحد نزدیک شده است. از این تاریخ به بعد، شاخص قیمت روند کاهش آهسته‌ای را در پیش گرفته است. با این حال در این دوره نوسان‌هایی که مشاهده می‌شود، عمدتاً به دلیل مذاکره‌های هسته‌ای و نتایج نشست‌های برگزار شده است که در سال ۱۳۹۴ این نوسان‌ها به خوبی مشاهده می‌شوند. شاخص قیمت سهام طی سال‌های ۱۳۹۵ تا اواخر ۱۳۹۶ با روند رشد نسبتاً اندکی به حرکت خود ادامه داده است. در نهایت، با دقت در روند حرکت شاخص طی ماه‌های اخیر (به ویژه طی دوره خرداد تا مرداد ۱۳۹۷)، می‌توان رشد شایان توجه شاخص را مشاهده کرد که این اتفاق عمدتاً به تحولات بازار ارز و افزایش شدید نرخ مبادله ارزها با ریال در داخل کشور، به دلیل خروج آمریکا از توافق برجام بازمی‌گردد که سبب شده است چشم‌انداز سودآوری در برخی صنایع، به‌ویژه صنایع صادرات‌محور با افزایش شدیدی مواجه شود و این رخداد در رشد سهام شرکت‌های مربوطه و به دنبال آن در رشد شاخص سهام متبلور شود؛



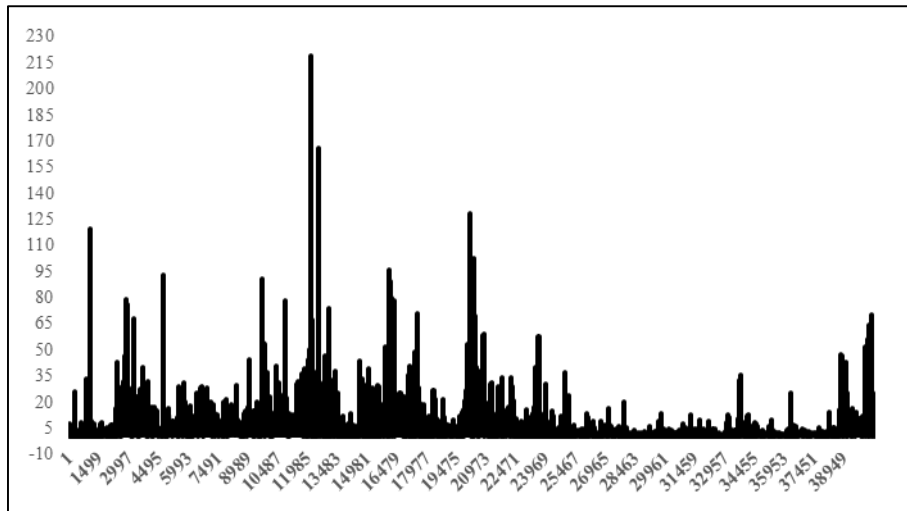
به طوری که شاخص قیمت سهام از ۹۶۰۰۰ در اوایل خرداد ۱۳۹۷ به ۱۳۱۰۰۰ واحد در اواسط مرداد رسیده است که رشد قریب به ۳۷ درصدی طی این مدت را نشان می دهد.

با دقت در ویژگی های آماری داده های مربوط به بازده های شاخص سهام که در جدول ۱ مشاهده می شود، می توان دریافت که مقدار بازده ها بیان کننده وجود کشیدگی اضافه<sup>۱</sup> در توزیع بوده و نشان می دهد که توزیع مقادیر مربوط به بازده دارای دنباله های انباشته<sup>۲</sup> است. همچنین، مقدار به دست آمده از آماره آزمون جاک - برا تصدیق می کند که سری های بازده دارای توزیع نرمال نیستند. علاوه بر این، داده ها نشان می دهد که مقدار متغیر تلاطم برای دوره های زمانی مشخص اندک بوده و برای سایر دوره ها بالاست.



شکل ۲. سری زمانی داده های بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران (۱۳۹۷ تا ۱۳۹۱)

شکل ۳ مقدار تلاطم تحقق یافته برای شاخص سهام را نشان می دهد. همان گونه که در تصویر مشاهده می شود، در یک دوره زمانی بلندمدت، سری های زمانی حول عدد ۴/۵ نوسان می کنند. با دقت در داده های مربوط به متغیر تلاطم تحقق یافته (RV)، می توان روند حرکت را به دو دوره مجزا دسته بندی کرد. در دوره نخست که از اوایل سال ۱۳۹۱ تا اواسط ۱۳۹۵ را شامل می شود، شاهد نوسان شایان توجهی در متغیر یاد شده هستیم؛ به طوری که بالاترین مقدار مشاهده شده طی همین دوره و در اوایل بهمن ۱۳۹۲ برای متغیر تلاطم تحقق یافته ۲۱۸ مشاهده است. در دوره دوم که اواخر سال ۱۳۹۵ تا اوایل خرداد ۱۳۹۷ را دربرمی گیرد، روند ثابت همراه با نوسان های اندکی در داده ها دیده می شود که به وضوح در شکل ۳ نیز قابل مشاهده است. در نهایت، طی دو ماهه اخیر (نیمه دوم خرداد تا نیمه اول مرداد ۱۳۹۷) نوسان ها در متغیر تلاطم تحقق یافته به نحو محسوسی افزایش پیدا کرده؛ به گونه ای که به سطح ۶۹ در اواسط مرداد ۱۳۹۷ رسیده است.



شکل ۳. سری زمانی تلاطم تحقق یافته (RV) شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران

نتایج تحلیل آمار توصیفی متغیر تلاطم تحقق یافته برای شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران، در جدول ۳ ارائه شده است. نتایج تحلیل نشان می‌دهد سری‌های مربوط به متغیر RV با توجه به مقادیر به دست آمده از آماره آزمون جاکرک برا، فاصله چشمگیری از توزیع نرمال دارد.

جدول ۳. آمار توصیفی مربوط به تلاطم تحقق یافته (RV) شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران

۷/۷۴۹۹	چولگی	۴/۳۹۸۳	میانگین
۱۰۷/۱۲۱۴	کشیدگی	۱/۴۷۷۶	میانه
۱۸۶/۶۷	جاکرک - برا*	۲۱۸/۸۶۹۲	مقدار حداکثر
۰/۰۰۰۰۰	احتمال	۰/۰۰۰	مقدار حداقل
		۹/۷۰۷۶	انحراف معیار

\* آماره جاکرک - برا عدم نرمال بودن سری بازده را در سطح معناداری ۱ درصد بیان می‌کند.

### یافته‌های پژوهش

نتایج مطالعه در جدول ۴ نشان داده شده است. در مدل ساده HAR-RV مشخص است که تمام ضرایب، حداقل در سطح ۱۰ درصد معنادارند. سطح برازش که از طریق  $R^2$  تعدیل شده بیان شده است، در سه افق زمانی مد نظر، در دوره روزانه به بالاترین سطح خود (۰/۶۷۷) رسیده است؛ به این معنا که در مدل HAR-RV، بهترین عملکرد می‌تواند در افق زمانی روزانه مشاهده شود. با ورود عنصر پرش به مدل ساده، سطح برازش به‌طور شایان توجهی افزایش می‌یابد. شایان ذکر است که اندرسون و همکارانش (۲۰۰۷) نیز در مطالعه خود نتیجه گرفتند که چنانچه عنصر پرش در مدل استاندارد HAR-RV لحاظ شود، میزان برازش بهبود شایان توجهی پیدا می‌کند. همان‌گونه که نتایج مطالعه نیز نشان می‌دهد، بالاترین میزان  $R^2$  در مدل HAR-RV-J بین سه دوره زمانی مختلف در دوره زمانی روزانه مشاهده شده است. سطح برازش در این دوره

۰/۷۸۶ است (جدول ۴). این نتیجه نشان دهنده بالاترین عدد مشاهده شده برای  $R^2$  تعدیل شده، میان مدل‌های مختلفی است که در این مطالعه بررسی شده‌اند.

در نهایت، اگر بر مدل HAR-RV-CJ که عناصر مسیر نمونه‌ای پیوسته را لحاظ می‌کند، تمرکز کنیم؛ درمی‌یابیم که اغلب ضرایب در سطح ۵ درصد معنادار هستند. با این حال، سطح برازش در این مدل کمتر از مدل HAR-RV-J است. گفتنی است که اغلب ضرایب مربوط به عناصر پرش معنادار نیستند که با نتیجه مطالعه اندرسون و همکارانش (۲۰۰۷) همخوانی دارد. این نکته بیان می‌کند که عناصر پرش قدرت پیش‌بینی ندارند و به بیان دیگر، پیش‌بینی پذیری در مدل‌های رگرسیونی HAR-RV به شکل شایان توجهی (و در حالت حدی به‌طور انحصاری) به دلیل وجود عناصر مسیر نمونه‌ای، پیوسته است.

جدول ۴. نتایج تخمین مدل‌های HAR-RV در ارتباط با شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران

HAR-RV-CJ			HAR-RV-J			HAR-RV			
ماهانه	هفتگی	روزانه	ماهانه	هفتگی	روزانه	ماهانه	هفتگی	روزانه	
۰/۳۰۷۷**	۰/۳۹۷۵**	۰/۲۱۰۵**	۰/۰۸۳۳**	۰/۰۹۴۵***	۰/۱۱۰۸***	۰/۳۰۱۸**	۰/۲۴۴۷***	۰/۱۲۹۵***	$\beta_0$
(۰/۰۲۶۱)	(۰/۰۳۳۸)	(۰/۰۲۷۳)	(۰/۰۲۵۵)	(۰/۰۱۲۳)	(۰/۰۱۰۳)	(۰/۰۳۴۱)	(۰/۰۱۹۶)	(۰/۰۱۱۲)	
—	—	—	۰/۰۶۶۳**	۰/۰۸۱۷**	۰/۱۹۳۲***	۰/۳۰۱۲**	۰/۳۶۱۶*	۰/۲۹۶۵*	$\beta_d$
—	—	—	(۰/۰۳۶۵)	(۰/۰۲۳۱)	(۰/۰۴۱۲)	(۰/۰۴۶۷)	(۰/۰۸۱۴)	(۰/۰۶۹۸)	
—	—	—	۰/۳۱۰۶**	۰/۴۱۰۶**	۰/۵۱۵۲***	۰/۲۳۱۱*	۰/۲۹۸۳*	۰/۲۸۱۹*	$\beta_\omega$
—	—	—	(۰/۰۲۸۶)	(۰/۰۳۳۲)	(۰/۰۲۲۹)	(۰/۰۶۰۶)	(۰/۰۷۰۱)	(۰/۰۵۱۱)	
—	—	—	۰/۱۹۷۳**	۰/۲۰۸۶*	۰/۱۷۱۵***	۰/۳۳۱۴**	۰/۳۱۵۱**	۰/۲۰۱۸**	$\beta_m$
—	—	—	(۰/۰۳۴۷)	(۰/۰۵۷۶)	(۰/۰۰۶۱)	(۰/۰۵۴۲)	(۰/۰۴۱۱)	(۰/۰۲۸۷)	
—	—	—	۰/۳۲۲۶**	۰/۲۸۲۶**	۰/۲۵۱۷**	—	—	—	$\beta_j$
—	—	—	(۰/۱۰۲۳)	(۰/۰۲۹۸)	(۰/۰۱۱۷)	—	—	—	
۰/۴۵۰۱*	۰/۲۵۸۹	۰/۲۰۳۲	—	—	—	—	—	—	$\beta_{jd}$
(۰/۰۷۸۱)	(۰/۱۱۳۳)	(۰/۰۶۴۵)	—	—	—	—	—	—	
۰/۲۹۶۹	۰/۲۹۸۷	۰/۳۰۶۶	—	—	—	—	—	—	$\beta_{j\omega}$
(۰/۵۵۶۳)	(۰/۰۸۷۹۱)	(۰/۰۷۲۳)	—	—	—	—	—	—	
۰/۵۱۱۲	۰/۴۴۲۳*	۰/۳۰۲۳*	—	—	—	—	—	—	$\beta_{jm}$
(۰/۰۳۰۷)	(۰/۰۴۶۵)	(۰/۰۳۱۶)	—	—	—	—	—	—	
۰/۴۱۲۱**	۰/۲۱۰۸***	۰/۳۳۶۶**	—	—	—	—	—	—	$\beta_{cd}$
(۰/۰۲۱۱)	(۰/۰۰۶۸)	(۰/۰۲۷۹)	—	—	—	—	—	—	
۰/۲۹۶*	۰/۱۱۲۳***	۰/۲۶۶۸**	—	—	—	—	—	—	$\beta_{c\omega}$
(۰/۳۰۵۲)	(۰/۰۱۰۹)	(۰/۰۵۱۳)	—	—	—	—	—	—	
۰/۴۰۲۵**	۰/۳۳۱۱**	۰/۲۵۱۵**	—	—	—	—	—	—	$\beta_{cm}$
(۰/۰۲۲۹)	(۰/۰۴۴۶)	(۰/۰۳۸۸)	—	—	—	—	—	—	
۰/۶۰۵۸	۰/۶۲۱۸	۰/۶۱۲۴	۰/۷۲۱۲	۰/۷۶۶۳	۰/۷۸۶۴	۰/۶۴۴۷	۰/۶۵۸۹	۰/۶۷۷۳	Adj-R <sup>2</sup>

\* معناداری در سطح ۱۰ درصد

\*\* معناداری در سطح ۵ درصد

\*\*\* معناداری در سطح ۱ درصد

### عملکرد مدل‌های تخمین زده شده

عملکرد مدل‌های تخمین زده شده در این مطالعه به وسیله توابع زیان که در ادامه تشریح شده‌اند، بیان شده است. این توابع عبارت‌اند از: میانگین قدر مطلق خطا (MAE)، ریشه میانگین مجذور خطا (RMSE)، میانگین قدر مطلق درصد خطا (MAPE) و ضریب نابرابری تایل (U). هر چه مقادیر این توابع زیان کمتر باشد، نشان‌دهند عملکرد مطلوب‌تر روش پیش‌بینی است. در ادامه، معیارهای یاد شده برای ارزیابی عملکرد پیش‌بینی متغیر تلاطم تعریف شده‌اند.

$$MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |RV_{t:t+h} - \widehat{RV}_{t:t+h}| \quad \text{رابطه ۲۸}$$

$$MAPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{|RV_{t:t+h} - \widehat{RV}_{t:t+h}|}{RV_{t:t+h}} \quad \text{رابطه ۲۹}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [RV_{t:t+h} - \widehat{RV}_{t:t+h}]^2} \quad \text{رابطه ۳۰}$$

$$Theil'U = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [RV_{t:t+h} - \widehat{RV}_{t:t+h}]^2}}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [\widehat{RV}_{t:t+h}]^2} + \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [RV_{t:t+h}]^2}} \quad \text{رابطه ۳۱}$$

در مقایسه عملکرد درون نمونه‌ای<sup>۱</sup> میان مدل‌های HAR-RV که در جدول ۵ نشان داده شده، درمی‌یابیم که در تمام افق‌های زمانی، مقدار هر چهار معیار در مدل HAR-RV-J نسبت به مدل‌های HAR-RV-CJ و HAR-RV کمتر است. همچنین در مقایسه بین مدل HAR-RV-CJ و مدل HAR-RV، در بیشتر معیارهای ارزیابی شده، مدل HAR-RV عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. بنابراین، می‌توان گفت که در عملکرد پیش‌بینی در حالت درون نمونه‌ای، مدل HAR-RV-J در ارتباط با پیش‌بینی تلاطم آتی شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران نسبت به مدل‌های HAR-RV و HAR-RV-CJ مطلوب‌تر بوده و بهترین امتیاز و رتبه را بین تمام معیارهای معرفی شده، کسب کرده است.

در مقایسه عملکرد برون نمونه‌ای<sup>۲</sup> مدل‌های مختلف HAR-RV نیز مشاهده می‌شود که در افق‌های زمانی روزانه و هفتگی، مقدار هر چهار معیار در مدل HAR-RV-J نسبت به مدل‌های HAR-RV-CJ و HAR-RV کمتر است و فقط در افق ماهانه، مدل HAR-RV نسبت به دو مدل دیگر برتری دارد (جدول ۶). همچنین در مقایسه بین مدل‌های HAR-RV و RV-CJ، همانند حالت درون نمونه‌ای در اغلب معیارهای ارزیابی شده، مدل HAR-RV نتیجه بهتری را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان گفت که در عملکرد پیش‌بینی در حالت برون نمونه‌ای، مدل HAR-RV-J در ارتباط با

پیش بینی تلاطم آتی شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران در بازه های زمانی روزانه و هفتگی، نسبت به مدل های HAR-RV و HAR-RV-CJ مطلوب تر است و مدل HAR-RV فقط در بازه ماهانه عملکرد مطلوب تری دارد، هر چند این تفاوت در اغلب موارد محسوس نیست.

جدول ۵. مقایسه عملکرد درون نمونه ای مدل های HAR-RV در ارتباط با شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران

HAR-RV-CJ	HAR-RV-J	HAR-RV	معیار	بازه زمانی
۰/۳۷۳۳	۰/۳۶۵۷	۰/۳۸۷۴	RMSE	H=۱ (روزانه)
۱/۷۵۶۴	۱/۱۹۲۳	۱/۴۳۵۴	MAPE	
۰/۴۷۲۲	۰/۴۱۸۶	۰/۴۴۱۸	MAE	
۰/۳۱۲۱	۰/۲۷۳۳	۰/۲۹۴۴	Theil' U	
۰/۴۸۵۵	۰/۴۴۷۵	۰/۴۶۱۹	RMSE	H=۵ (هفتگی)
۳/۶۸۸۳	۳/۲۴۹۳	۳/۴۷۷۱	MAPE	
۰/۵۳۱۳	۰/۴۸۷۶	۰/۵۱۲۹	MAE	
۰/۲۰۵۵	۰/۱۷۸۹	۰/۱۹۶۷	Theil' U	
۰/۵۲۱۴	۰/۴۷۳۹	۰/۴۹۷۱	RMSE	H=۲۲ (ماهانه)
۲/۱۸۱۹	۱/۸۹۶۷	۲/۱۱۳۲	MAPE	
۰/۳۳۴۱	۰/۲۷۸۸	۰/۳۱۲۷	MAE	
۰/۳۱۳۲	۰/۲۷۱۷	۰/۲۹۸۷	Theil' U	

جدول ۶. مقایسه عملکرد برون نمونه ای مدل های HAR-RV در ارتباط با شاخص سهام بورس اوراق بهادار تهران

HAR-RV-CJ	HAR-RV-J	HAR-RV	معیار	بازه زمانی
۰/۳۸۲۴	۰/۳۴۱۹	۰/۳۶۵۵	RMSE	H=۱ (روزانه)
۱/۵۶۳۴	۱/۲۱۱۸	۱/۳۹۲۲	MAPE	
۰/۵۰۱۱	۰/۴۵۱۵	۰/۴۸۷۹	MAE	
۰/۳۳۶۵	۰/۲۹۶۴	۰/۳۱۲۸	Theil' U	
۰/۵۱۱۲	۰/۴۷۰۴	۰/۴۹۱۳	RMSE	H=۵ (هفتگی)
۳/۳۳۱۲	۳/۰۸۲۳	۳/۱۸۱۹	MAPE	
۰/۷۰۳۵	۰/۶۵۲۸	۰/۶۹۰۷	MAE	
۰/۲۸۲۳	۰/۲۵۱۸	۰/۲۶۶۲	Theil' U	
۰/۵۶۴۵	۰/۵۲۰۳	۰/۵۱۱۷	RMSE	H=۲۲ (ماهانه)
۲/۳۱۴۳	۲/۲۲۷۹	۲/۲۳۱۷	MAPE	
۰/۴۰۱۲	۰/۳۷۰۵	۰/۳۶۱۹	MAE	
۰/۴۱۲۲	۰/۳۹۱۱	۰/۳۸۹۱	Theil' U	

## نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در مطالعه حاضر به بررسی تلاطم تحقق‌یافته روی داده‌های با فراوانی بالا شاخص بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شده است. در همین ارتباط، در مرحله نخست فرضیه بازار ناهمگن تعریف شد و در ادامه، اندازه‌گیری متغیر تلاطم تحقق‌یافته که سنگ بنای مدل‌های HAR-RV به‌شمار می‌رود، معرفی شدند.

نتایج تحلیل نشان داد که در مجموع، مناسب‌ترین و دقیق‌ترین مدل برای پیش‌بینی روند آتی متغیر تلاطم تحقق‌یافته (چه در مقایسه عملکرد درون نمونه‌ای و چه برون نمونه‌ای)، مدل HAR-RVJ است و فقط در افق زمانی ماهانه، مدل ساده HAR-RV در بررسی برون نمونه‌ای نسبت به دو مدل دیگر برتری داشته است. همچنین، عنصر پرش در این مدل معنادار بوده و نشان می‌دهد که نقش عوامل غیرمنتظره برای تعیین تلاطم شایان توجه است. علاوه بر این، نتایج تخمین نشان داد که مقدار متغیر تلاطم روزانه نسبت به سایر عناصر مدل از سطح معناداری بیشتری برخوردار است. این موضوع به طور واضح، گویای تمایل مشارکت‌کنندگان در بازار به انجام معامله در افق‌های زمانی کوتاه‌تر است.

برای مطالعات بعدی پیشنهاد می‌شود از رویکرد تکاملی در مدل‌های خودرگرسیون ناهمگن وابسته به زمان برای تحلیل بهتر پویایی متغیر تلاطم در بازارهای مالی استفاده شده و عملکرد پیش‌بینی روش‌های سنتی در این حوزه با مدل‌های پیشنهادی بررسی و ارزیابی شود.

## منابع

- ابونوری، اسمعیل؛ عبداللهی، محمدرضا (۱۳۹۱). مدل سازی نو سانات بخش‌های مختلف بازار سهام ایران با استفاده از مدل گارچ چندمتغیره. *فصلنامه تحقیقات مالی*، ۱۴(۱)، ۱-۱۶.
- سید حسینی، سیدمحمد؛ ابراهیمی، سید بابک (۱۳۹۲). مدل سازی مقایسه‌ای سرایت تلاطم با در نظر گرفتن اثر حافظه بلندمدت (مطالعه موردی: سه شاخص منتخب صنایع). *فصلنامه تحقیقات مالی*، ۱۵(۱)، ۵۱-۷۴.
- کشاوری حداد، غلامرضا؛ بابایی، آرشد (۱۳۹۰). مدل سازی تلاطم بازده نقدی در بورس سهام تهران با استفاده از داده‌های پانل و مدل GARCH. *فصلنامه تحقیقات مالی*، ۱۳(۳۱)، ۴۱-۷۲.
- نبوی چاشمی، سید علی؛ مختاری نژاد، ماریه (۱۳۹۵). مقایسه مدل‌های حرکت براونی و براونی کسری و گارچ در برآورد نو سانات بازده سهام. *مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۲۹(۳)، ۲۵-۴۴.

## References

- Abonouri, E., Abdollahi, M. (2012). Modeling Volatility of Iran Stock Exchange by using Multivariate GARCH model. *Journal of Financial Research*, 14(1), 1-16. (in Persian)
- Andersen, T. G., & Bollerslev, T. (1997). Heterogeneous information arrivals and return volatility dynamics: Uncovering the long-run in high frequency returns. *The journal of Finance*, 52(3), 975-1005.

- Andersen, T., Bollerslev, T., Diebold, F. X. & Labys, P. (2003). Modeling and Forecasting Realized Volatility. *Econometrica*, 71(2), 529–626.
- Andersen, T., Bollerslev, T., Diebold, F. X., & Labys, P. (1999). The distribution of exchange rate volatility. *NBER Working Paper*, No. 6961.
- Andersen, T.G., Bollerslev, T., & Diebold, F.X. (2007). Roughing it up: Including jump components in the measurement, modeling, and forecasting of return volatility. *Review of Economics and Statistics*, 89(4), 701–720.
- Awartani, B., Corradi, V., & Distaso, W. (2009). Assessing market microstructure effects via realized volatility measures with an application to the Dow Jones industrial average stocks. *Journal of Business & Economic Statistics*, 27(2), 251-265.
- Back, K. (1991). Asset pricing for general processes. *Journal of Mathematical Economics*, 20(4), 371–395.
- Barndorf-Nielsen, O. E. & Shephard, N. (2004b). Realized power variation and stochastic volatility. *Bernoulli*, 9(2), 243-265.
- Barndorf-Nielsen, O.E. & Shephard, N. (2006). Econometrics of testing for jumps in financial economics using bi-power variation. *Journal of Financial Econometrics*, 4(1), 1–30.
- Barndorf-Nielsen, O.E., & Shephard, N. (2004a). Power and bi-power variation with stochastic volatility and jumps. *Journal of Financial Econometrics*, 2(1), 1-37.
- Bauwens, L., Rime, D., & Sucarrat, G. (200<sup>6</sup>). Exchange rate volatility and the mixture of distribution hypothesis. *Empirical Economics*, 30(4), 889-911.
- Bhattacharyya, M., Kumar, M, D., & Kumar, R. (2009). Optimal sampling frequency for volatility forecast models for the Indian stock markets. *Journal of Forecasting*, 28(1), 38-54.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Chevallier, J. & Sévi, B. (2009). On the realized volatility of the ECX CO2 emissions 2008 future contract: distribution, dynamics and forecasting. *Working Paper*.
- Chung, H.M., Huang, C.S., & Tseng, T.C. (2008). Modeling and forecasting of realized volatility based on high-frequency data: evidence from Taiwan. *International Research Journal of Finance and Economics*, 22(3), 178-191.
- Clements, A., & Liao, Y. (2013). *Modeling and forecasting realized volatility: getting the most out of the jump component* (No. 93). National Centre for Econometric Research.
- Corsi, F. (2004). A simple long memory model of realized volatility. *Working paper*, University of Southern Switzerland.
- Corsi, F., (2009). A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7(2), 174–196.

- Corsi, F., Mittnik, S., & Pigorsch, U. (2008). The volatility of realized volatility. *Econometric Reviews*, 27(1-3), 46-78.
- Corsi, F., Pirino, D. & Reno, R. (2009). Volatility Forecasting: The Jumps Do Matter. *Working paper*. Available at: <http://ssrn.com/abstract=1115783>.
- Darrat, A. F., Rahman, S., & Zhong, M. (2003). Intraday trading volume and return volatility of the DJIA stocks: A note. *Journal of Banking and Finance*, 27(10), 2035-2043.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1008.
- Ghysels, E., & Sinko, A. (2006). Comment on Hansen and Lunde JBES paper. *Journal of Business and Economic Forecasting*, 26(2), 192-194.
- Ghysels, E., Santa-Clara, P., & Valkanov, R. (2006). Predicting volatility: getting the most out of return data sampled at different frequencies. *Journal of Econometrics*, 131(1-2), 59-95.
- Holmes, P. & Tomsett, M. (2004). Information and noise in UK futures markets. *Journal of Futures Markets*, 24(8), 711-731.
- Huang, C., Gong, X., Chen, X., & Wen, F. (2013). Measuring and forecasting volatility in Chinese stock market using HAR-CJ-M model. In *Abstract and Applied Analysis* (Vol. 2013). Hindawi.
- Kalev, P.S., Liu, W. M., Pham, P.K. (2004). Public information arrival and the volatility of intraday stock returns. *Journal of Banking and Finance*, 28(6), 1441-1467.
- Keshavarz Hadad., Gh., Babaei., A. (2011). Modeling the return Volatility in Tehran Stock Exchange by Panel Data and GARCH model. *Journal of Financial Research*, 13(31), 41-72. (in Persian)
- Koopman, S.J., Jungbacker, B., Hol, E. (2005). Forecasting daily variability of the S&P 100 stock index using historical, realized and implied volatility measurements. *Journal of Empirical Finance*, 12(3), 445-475.
- Luu, J.C., Martens, M. (2003). Testing the Mixture-of-distributions Hypothesis using 'Realized Volatility'. *Journal of Futures Markets*, 23(7), 661-679.
- Lux, T. & Marchesi, M. (1999). Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of financial market. *Nature*, 397(6719), 498.
- McAleer, M., Medeiros, M. C. (2008). A multiple regime smooth transition Heterogeneous Autoregressive model for long memory and asymmetries. *Journal of Econometrics*, 147(1), 104-119.
- Müller, U., Dacorogna, M., Davé, R., Olsen, R., Pietet, O., & von Weizsacker, J. (1997). Volatilities of different time resolutions – analyzing the dynamics of market components. *Journal of Empirical Finance*, 4(2-3), 213-239.



- Nabavi Chashemi, A. & Mokhtari Nejad, M. (2016). Comparison of Brownian Motion, Fractional Motion and GARCH Models to estimate Volatility of Stock returns. *Journal of Financial Engineering and Portfolio Management*, 29(3), 25-44. (in Persian)
- Oomen, R. (2001). Using high frequency stock market index data to calculate, model and forecast realized return variance. *Economics Discussion Paper No. 2001/6*, European University.
- Sed'a, P. (2012). Performance of Heterogeneous Autoregressive Models of Realized Volatility: Evidence from US Stock Market. *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Social, Behavioral, Educational, Economic, Business and Industrial Engineering*, 6(12), 3421-3428.
- Seyed Hosseini, S. & Ebrahimi, B. (2013). Comparative Modeling of Volatility Spillover with Long Memory Effect (case study: three selected industry). *Journal of Financial Research*, 15(1), 51-74. (in Persian)
- Taylor, S.J. (1994). Modeling Stochastic Volatility: A Review and Comparative Study. *Mathematical Finance*, 4(2), 183-204.
- Wink Júnior, M. V., & Pereira, P. L. V. (2011). Modeling and Forecasting of Realized Volatility: Evidence from Brazil. *Brazilian Review of Econometrics*, 31(2), 315-337.