

برآورد ارزش در معرض خطر چند دوره‌ای بر پایه روش‌های شبیه‌سازی و پارامتریک

مهسا گرجی^۱، رسول سجاد^۲

چکیده: با توجه به تأکید کمیته بال بر لزوم استفاده از مدل‌های داخلی ارزش در معرض خطر (VaR) دهروزه، به منظور مشخص کردن حداقل سرمایه پشتیبان ریسک بازار و کاستی‌های قاعده جذر زمان، هدف این پژوهش ارائه برآوردهای دقیق‌تر از VaR چند دوره‌ای با استفاده از شانزده روش، برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX)، FTSE و NASDAQ است. نتایج براساس مجموع معیارهای تابع زیان و کارایی نشان می‌دهد مدل شبیه‌سازی تاریخی بوت استرپ‌شده (BHS)، بهترین عملکرد را برای شاخص TEPIX دارد. همچنین در سطح اطمینان ۹۵ درصد مدل پارامتریک EGARCH با توزیع تی-استیودنت و در سطوح اطمینان ۹۹ و ۹۹/۵ درصد مدل EGARCH با توزیع نرمال، عملکرد مطلوب‌تری نسبت به سایر مدل‌ها در برآورد VaR پنج‌روزه برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE دارد. به علاوه، یافته‌های ما نشان می‌دهند بهترین مدل از لحاظ آزمون پوشش شرطی لزوماً اقتصادی‌ترین مدل در برآورد VaR پنج‌روزه نیست.

واژه‌های کلیدی: آزمون پوشش شرطی، ارزش در معرض خطر چند دوره‌ای، کمیته بال، مدل شبیه‌سازی تاریخی بوت/استرپ‌شده.

۱. کارشناس ارشد مهندسی مالی، دانشگاه رجا، قزوین، ایران

۲. استادیار مهندسی مالی، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۷/۲۹

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۴/۰۹/۱۵

نویسنده مسئول مقاله: مهسا گرجی

E-mail: m.gorji@hotmail.com

مقدمه

کمیته بال^۱ به بانک‌های خبره اجازه داده است تا برای مشخص کردن حداقل سرمایه پشتیبان^۲ ریسک بازار، از مدل داخلی^۳ خود استفاده کنند. بر پایه رویکرد مدل‌های داخلی لازم است محاسبه (VaR)^۴ در سطح اطمینان ۹۹ درصد و با درنظرگرفتن افق زمانی^۵ ده روز انجام گیرد. با وجود این، بانک‌ها اجازه دارند با استفاده از قاعده جذر زمان^۶ VaR دهروزه^۷ را تقریب بزنند. استفاده از قاعده جذر زمان فقط برای پرتفوهای خطی با بازدهی دارای توزیع یکنواخت و مستقل^۸ (iid) معتبر است که به صورت نرمال توزیع شده است، اما از آنجاکه اغلب پرتفوها چنین ویژگی‌ای ندارند، استفاده از این تخمین یکی از دلایل به وجود آمدن ریسک مدل^۹ است (الکساندر، ۲۰۰۸). با وجود آنکه کمیته بال استفاده از قاعده جذر زمان را برای پیش‌بینی VaR دهروزه مجاز دانسته است، برخی از تحقیقات در این زمینه، مانند پژوهش کریستوفرسن، دیبولد و اسچورمن (۱۹۹۸)، داود، بلک و کیرنز (۲۰۰۳)، دانیلسون و زیگراند (۲۰۰۶) و اسکوگلاند، اردمان و چن (۲۰۱۱) این قاعده را با توجه به شرایط واقعی بازار نقد کرده‌اند. این قاعده غیرقابل اعتماد است و به طور شایان توجهی به بیش از حد برآورد کردن VaR منجر می‌شود (بلک، کیرنز و داود، ۲۰۰۰). با وجود این، در اغلب پژوهش‌ها تمرکز اصلی بر افزایش دقت مدل‌های VaR یک روزه به منظور به کارگیری قاعده جذر زمان به عملت سادگی این روش علی‌رغم کاستی‌های آن بوده است و مطالعات محدودی در زمینه برآورد VaR چند دوره‌ای^{۱۰} انجام پذیرفته است. مدل‌هایی که پیش‌بینی دقیقی از VaR یک دوره‌ای ارائه می‌کنند، لزوماً در دوره‌های آتی برآورد دقیقی ارائه نمی‌دهند و این مسئله نشان‌دهنده اهمیت معرفی مدل‌های مناسب برای پیش‌بینی‌های VaR چند دوره‌ای است. همچنین، براساس قوانین کفایت سرمایه مدل مناسب، مدلی است که توانایی ارائه پیش‌بینی صحیح‌تر را در بلندمدت داشته باشد. برآوردهای VaR چند دوره‌ای محافظه‌کارانه و ریسکی به تحملی هزینه‌های شایان توجه به مؤسسات مالی منجر می‌شود. از این‌رو، ارائه

1. Basle Committee, 1955 & 1996

2. Capital Requirements

3. Internal model

4. Value-at-Risk

5. Time horizon

6. Square-root-of-time rule

براساس این قاعده، به طور مثال بانک‌ها اجازه دارند VaR ده روزه را با ضرب VaR یک روزه در ریشه دوم عدد ۱۰ تقریب بزنند.

7. منظور مقدار VaR در طول ده روز آینده است، که این مقدار با VaR ده روز آینده متفاوت است.

8. Independent and Identically Distributed

9. Model risk

10. Multi-period VaR

روشی با توانایی ارائه برآوردهای مناسب‌تر از VaR چندورهای بهمنظور تخمین سرمایه‌پشتیبان، به استفاده مؤثرتر از منابع موجود و مدیریت ریسک در نهادهای مالی منجر می‌شود؛ بنابراین، هدف تحقیق حاضر استفاده از مزیت‌های روش‌های شبیه‌سازی در کنار برخی از روش‌های پارامتریک بهمنظور دستیابی به تخمینی دقیق‌تر از این معیار بالهمیت و کاراست. از این‌رو، در تحقیق حاضر VaR چندورهای، برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX)،^۱ FHS^۲ روزانه و پنج‌روزه NASDAQ و FTSE با استفاده از مدل شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده^۳ برآورد شده است. به‌این‌ترتیب، ضمن استفاده از مزیت‌های مدل نیمه‌پارامتریک FHS، به‌عنوان مدلی با پیچیدگی کمتر، سرعت قابل قبول و انطباق‌پذیری بیشتر با ویژگی‌های واریانس در داده‌های مالی (داود، ۹۶-۲۰۰۵) با استفاده از روش بازنمونه‌گیری بوت‌استرپ^۴، سعی شده است برآورد دقیق‌تری از VaR پنج‌روزه ارائه شود. همچنان، بهمنظور مقایسه نتایج از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی موزون با واریانس^۵ (HW)^۶، روش هیرییدی (BRW)^۷، روش شبیه‌سازی تاریخی (HS)^۸، شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ‌شده (BHS)^۹ و روش‌های پارامتریک برآورد VaR بر پایه دو مدل GARCH و EGARCH نمایی (EGARCH)، با توجه به وجود اثر اهرم مالی^{۱۰} در بازده دارایی‌های مالی و با فرض توزیع نرمال و تی-استیودنت (t) استفاده شده است.

پیشینهٔ نظری پژوهش

روش شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ‌شده

مدلهای تاریخی VaR فرض می‌کنند تمام تغییرات احتمالی آینده در گذشته مشاهده شده‌اند؛ بنابراین، توزیع شبیه‌سازی شده تاریخی با توزیع بازدهی‌ها برای یک افق زمانی معین در آینده یکسان است (الکساندر، ۲۰۰۸). در مدل HS با دراختیارداشتن توزیع بازده تجربی (با مرتب‌سازی داده‌ها) و کوانتاپیل مورد نظر به‌سادگی می‌توان مقدار VaR را محاسبه کرد. در روش BHS نیز به‌جای استفاده از داده‌های اصلی (ولیه)، از این داده‌ها با جایگزینی بارها استخراج می‌شود و به‌این‌ترتیب هزاران مسیر احتمالی برای بازده آتی شبیه‌سازی می‌شود. این فرایند خارج کردن با

-
1. Filtered Historical Simulation
 2. Bootstrap Resampling Method
 3. Volatility-weighted Historical Simulation
 4. Hull and White (HW)
 5. Boudoukh, Richardson & Whitelaw (BRW)
 6. Historical Simulation
 7. Bootstrapped Historical Simulation
 8. Leverage Effect

جایگزینی بوت استرپ نماید می‌شود. بوت استرپ روشی است که فارغ از بسیاری فرضیات با ایجاد نمونه‌های فراوان، شرایط نمونه را به شرایط جامعه نزدیک می‌کند و با درنظرگرفتن تمام حالات تشکیل نمونه، می‌توان از درستی برآورد ضرایب و برآورد فاصله اطمینان برای ضرایب مطمئن‌تر شد (افرون و تیپشیرانی، ۱۹۹۳). هنگامی که این روش روی داده‌های غیرنرمال به کار گرفته می‌شود، مزیت‌های شایان توجهی دارد (هندرسون، ۲۰۰۵).

روش هیبریدی

این روش را بودوخ، ریچاردسون و وايتلا (۱۹۹۸) پیشنهاد کردند. هدف آن ترکیب کردن مزیت‌های مرتبط با استفاده از فرایند کاهش وزن به صورت نمایی، با روش HS است. این فرایند به کمک استفاده از یک بازه تقریباً طولانی از داده‌های تاریخی انجام می‌گیرد و در عین حال به داده‌هایی که به لحاظ زمانی نزدیک‌تر هستند، وزن بزرگ‌تری تخصیص داده می‌شود. با فرض n مشاهده تاریخی، از زمان $t-n$ تا t ، به هریک از مشاهدات وزن W_{t-i} تخصیص داده می‌شود:

$$W_{t-i} = \frac{\lambda^i}{\sum_{i=1}^n \lambda^i}, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (\text{رابطه ۱})$$

هرچه λ یا میزان کاهش¹ کوچک‌تر باشد، وزن تخصیص داده شده به مشاهدات گذشته با سرعت بیشتری کاهش می‌یابد. با مرتب‌سازی بازده‌ها به صورت صعودی (نزولی) و تعیین وزن اختصاصی هریک و سپس محاسبه وزن‌ها به صورت تجمعی می‌توان VaR را در سطح اطمینان معلوم محاسبه کرد. این روش محدودیت روش HS مبنی بر درنظرگرفتن فرض پایداری توزیع بازده عوامل بازار را با به کارگیری تکنیک کاهش وزن داده‌ها بر طرف می‌کند (رسنی و سرونی، ۱۹۹۷: ۲۰۷). از این پس نمادهای BRW-97% و BRW-99% نشان‌دهنده مدل BRW با میزان کاهش ۹۷ و ۹۹ درصد است.

روش شبیه‌سازی تاریخی موزون با واریانس

حال و وايت (۱۹۹۸) روش شبیه‌سازی تاریخی موزون با واریانس را مطرح کردند و ایده اصلی اش آن است که اطلاعات بازده برای درنظرگرفتن تغییرات اخیر واریانس به روز می‌شود. درنتیجه، اگر بخواهیم مقدار VaR را برای روز T پیش‌بینی کنیم، در صورتی که $\sigma_{t,i}$ بازده تاریخی دارایی i در روز t و نمونه تاریخی مورد نظر، $\sigma_{T,i}$ پیش‌بینی تاریخی نوسان‌پذیری با استفاده از مدل GARCH برای بازده دارایی i در روز t و $\sigma_{T,i}$ پیش‌بینی اخیر ما از نوسان‌پذیری دارایی i باشد،

1. Decay factor

بازده‌ها در مجموعه داده، $r_{t,i}$ با بازده‌های تعديل شده با واریانس، $r_{i,j}^*$ جایگزین می‌شوند، به این ترتیب داریم:

$$r_{i,j}^* = \left(\frac{\sigma_{T,i}}{\sigma_{t,i}} \right) r_{t,i} \quad (2)$$

بنابراین، بازده‌های واقعی در هر دوره زمانی t افزایش (یا کاهش) می‌یابند، براساس اینکه پیش‌بینی جاری از نوسان، بیشتر (یا کمتر) از نوسان پیش‌بینی شده برای دوره زمانی t است یا خیر (داود، ۹۴: ۲۰۰۵)، از این پس، نماد HW نشان‌دهنده مدل شبیه‌سازی تاریخی موزون با واریانس است.

روش پارامتریک

در این روش با درنظر گرفتن الگوهای مناسب از میانگین و نوسانات بازدهی مالی، مقادیر میانگین و واریانس شرطی داده‌ها پیش‌بینی شده است. با استفاده از این مقادیر به طور مستقیم می‌توان VaR را استخراج کرد. به منظور درنظر گرفتن واریانس ناهمسانی از مدل‌های GARCH(1,1) و EGARCH(1,1) با فرض توزیع نرمال و t استفاده شده است. در ادامه نمادهای EGARCH-t، EGARCH-GARCH-t و GARCH با فرض توزیع نرمال و t است. مطابق الگوی GARCH داریم:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t) \quad (3)$$

$$\sigma_t^2 = c_0 + c_1 \varepsilon_{t-1}^2 + d_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

در معادله ۳، بازده، مجموع بازده میانگین (که می‌تواند صفر فرض شود) و ε_t ، خطای باقیمانده است. نوسان‌پذیری در معادله ۴ مجموع یک مقدار ثابت، یک جزء که نشان‌دهنده شک‌ها در دوره گذشته است و نوسان‌پذیری دوره گذشته است. سپس مقدار VaR، برای افق زمانی h به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{k}_\lambda = \hat{k}_\lambda(h, T) = \phi^{-1}(\lambda; \hat{\mu}_{T+h}, \hat{\sigma}_{T+h}^2) \quad (5)$$

که در آن $(\lambda; \mu, \sigma^2)$ نشان‌دهنده معکوستابع توزیع تجمعی^۱ توزیع نرمال استاندارد، با میانگین μ و واریانس σ^2 و λ نشان‌دهنده سطح احتمال درنظر گرفته شده برای پیش‌بینی VaR است:

$$\hat{\mu}_{T+h} = \hat{\mu} \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}_{T+h}^2 = \hat{c}_0 + \hat{c}_1 \varepsilon_{T+h-1}^2 + \hat{d}_1 \hat{\sigma}_{T+h-1}^2 \quad (7)$$

مقدار VaR، با فرض توزیع t نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{k}_\lambda = \hat{k}_\lambda(h, T) = \hat{\mu}_{T+h} + \hat{\sigma}_{T+h} F_t^{-1}(\lambda; v) \quad (8)$$

که در آن $F_t^{-1}(\lambda; v)$ نشان‌دهنده معکوس تابع توزیع تجمعی توزیع t با v درجه آزادی است. بلک (۱۹۷۶) مفهوم اثر اهرم مالی را مطرح کرد که بیان می‌کند تغییرات قیمت یک دارایی با تغییرات نوسان آن دارایی همبستگی منفی نشان می‌دهد. به منظور درنظرگرفتن این اثر از مدل EGARCH با توزیع نرمال و t برای برآورد واریانس استفاده شده است. معادله الگوی EGARCH، که نلسون (۱۹۹۱) ارائه کرد، به صورت زیر است:

$$\ln \sigma_t^2 = c_0 + \sum_{i=1}^r c_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s d_j |z_{t-j}| - E|z_{t-j}| + \sum_{j=1}^s \theta_j z_{t-j} \quad (9)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t \quad (10)$$

که در آن d_j نشان‌دهنده بزرگی اثر است و مشخص می‌کند نوسان پذیری چه میزان به صورت خودکار در جهت شکها افزایش می‌یابد. θ_j نیز نشان‌دهنده علامت اثر است. z_t و $|z_t| - E|z_t|$ هر دو دارای میانگین صفر و iid با توزیع‌های پیوسته هستند.

روش شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده

از جمله روش‌های نیمه‌پارامتریک بوتاسترپ، که بارونی-ادسی، گیانوپلس و وسپر (۱۹۹۹) و بارونی ادسی و گیانوپلس (۲۰۰۰) ارائه کردند، روش FHS است. روش FHS توسط این افراد به منظور برآورد ریسک بازار در پرتفووهای شامل اوراق بهادار خطی و غیرخطی استفاده شده است. هدف این روش، ترکیب مزیت‌های روش HS، با قدرت و انعطاف‌پذیری مدل‌های نوسان‌پذیری شرطی مانند GARCH است. این فرایند به کمک بوتاسترپ کردن خطاهای، با یک الگوی واریانس شرطی انجام می‌پذیرد (داود، ۲۰۰۵: ۹۷).

روش HS در صورتی مناسب است که بازدهی‌ها توزیع یکنواخت و مستقل (iid) داشته باشند. این فرض با وجود تغییر واریانس در طول زمان نقض می‌شود و به ارائه یک تخمین بی‌ثبات از VaR منجر می‌شود. این موضوع را هندریکس (۱۹۹۶)، مک نیل و فری (۱۹۹۸) ثابت کرده‌اند

(بارونی- ادسی، گیانوپلس و وسپر، ۱۹۹۹). در روش FHS، به منظور در نظر گرفتن واریانس ناهمسانی از مدل (۱۰) GARCH و مدل (۱۱) EGARCH با فرض توزیع نرمال و t استفاده شده است. در ادامه نمادهای FHS-E، FHS-G-t، FHS-G و FHS-E-t به ترتیب نشان دهنده مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده پنج روزه، تحت فرض الگوی GARCH و EGARCH با فرض توزیع نرمال و t هستند. پس از تخمین ضرایب مدل به کمک معادله‌های ۳ و ۴، برای استاندارد کردن خطای باقیمانده، خطای باقیمانده تخمین زده شده ($\hat{\epsilon}_t$) بر برآورد جذر واریانس ($\hat{\sigma}_t$) تقسیم شده است. بنابراین:

$$z_t = \frac{\hat{\epsilon}_t}{\hat{\sigma}_t} \quad (11)$$

نوسان پذیری آتی ($\hat{\sigma}_{t+1}$) با ضرایب به دست آمده از تخمین مدل بر روی بازده‌ها و مقادیر تخمین $\hat{\epsilon}_t$ و $\hat{\sigma}_t$ به کمک رابطه ۷ پیش‌بینی شده است. خطاهای باقیمانده استاندارد شده (z_t) به صورت تصادفی و با جایگزینی استخراج و با هر بار استخراج، پس از آنکه با نوسان پذیری آتی تعديل شد، به عنوان خطای باقیمانده آتی (ϵ_{t+1}^*) برای ایجاد مسیر آینده بازده به کار گرفته شده است.

$$\epsilon_{t+1}^* = \sigma_{t+1} z_t^* \quad (12)$$

$$r_{t+1}^* = \mu + \epsilon_{t+1}^* \quad (13)$$

z_t^* نشان دهنده خطای باقیمانده استاندارد و بوت استرپ شده است. با هر بار بوت استرپ z_t ، این فرایند تکرار می‌شود. به این ترتیب، با B بار تکرار بوت استرپ، B بازده شبیه‌سازی شده به دست آمده است و مقدار VaR محاسبه می‌شود. به کارگیری این روش حتی در مورد پرتفویهای سرمایه‌گذاری بزرگ، سرعت عمل قابل قبولی دارد. همچنین، الگوی همبستگی در داده‌ها بدون استناد به دانشی در مورد ماتریس واریانس - کوواریانس یا توزیع شرطی بازده دارایی‌ها حفظ می‌شود (داود، ۹۸: ۲۰۰۵).

برآورد VaR براساس داده‌های روزانه به کمک روش FHS (روزانه)

در این روش، برای برآورد VaR پنج روزه برخلاف روش‌های قبل که از بازده پنج روزه استفاده می‌شود، از بازده روزانه با فرکانس بالاتر استفاده شده است؛ بنابراین، باید توجه داشت پنجره متحرک شامل بازده‌های روزانه برای هر بار پیش‌بینی میانگین و واریانس به اندازه h روز (افق زمانی مورد نظر) به جلو جابه‌جا می‌شود. اگر اولین خطای تولید شده در بالا (ϵ_{t+1}^*) برای ایجاد

مسیر اول را با $\epsilon_{1,t+1}^*$ نمایش دهیم، با درنظر گرفتن پیش‌بینی نوسان ($\hat{\sigma}_{t+1}$)، می‌توان پیش‌بینی نوسان در روز دوم ($\hat{\sigma}_{t+2}$) را به کمک رابطه ۷ برآورد کرد. پس از این مرحله، مقدار جدیدی از خطای باقیمانده استانداردشده با استفاده از بوت‌استرپ استخراج می‌شود ($\hat{z}_{1,t+1}^*$) و مجدداً به کمک روابط ۱۲ و ۱۳ مقدار خطای باقیمانده روز دوم ($\epsilon_{1,t+2}^*$) و بازده ($r_{1,t+2}^*$) در مسیر اول تولید می‌شود. روند ذکرشده می‌تواند برای سایر روزها تا پایان افق زمانی (h) مورد نظر به منظور تولید برداری از بازده‌ها (مسیر اول)، $(r_{1,t+1}^*, \dots, r_{1,t+h}^*)$ تکرار شود. ۱- N مسیر دیگر، به منظور ساختن توزیعی از N مسیر محتمل از بازدهی در طول پنج روز آینده، با همین روند تولید می‌شود. نمادهای FHS-E-t-d، FHS-G-t-d و FHS-G-d نشان‌دهنده مدل‌های FHS روزانه هستند.

پیشینهٔ تجربی

تیلور (۱۹۹۹) در پژوهشی VaR چند دوره‌ای را با استفاده از روش رگرسیون چندک برآورد کرده است. گیانوپلوس (۲۰۰۲) به منظور پیش‌بینی VaR در دورهٔ زمانی بلندمدت از روش FHS استفاده کرده است. گایسلز، رویا و ولکنو (۲۰۰۹) با استفاده از روش‌های پارامتریک به برآورد VaR چند دوره‌ای پرداخته‌اند و روشی جدید با عنوان مدل میداس را با قاعدهٔ جذر زمان مقایسه کرده‌اند. هوانگ، یو، فبوزی و فوکوشیما (۲۰۰۹) VaR چند دوره‌ای را با استفاده از مدل CAViaR برآورد کرده‌اند. همچنین، چرتین و کوگینز (۲۰۱۰) شانزده مدل برآورد ماهانه VaR را با تأکید بر مدل FHS برای سه شاخص سهام بررسی کرده‌اند. آن‌ها براساس نتایج آزمون‌های ارزیابی عملکرد نتیجه می‌گیرند که دو مدل روزانه FHS با استفاده از مدل‌های GARCH بهترین عملکرد را دارند. از این‌رو، در تحقیق حاضر علاوه‌بر مدل‌های اخیر از سایر مدل‌های شبیه‌سازی و پارامتریک استفاده شد تا کارایی این مدل‌ها در برآورد VaR چند دوره‌ای بررسی شود و مناسب‌ترین مدل‌ها در این گروه شناسایی شود. شایان ذکر است با وجود تحقیقات متعدد خارجی در زمینهٔ روش‌های برآورد VaR چند دوره‌ای، تحقیقات داخلی در این زمینه محدود بوده و بیشترین تمرکز بر ارائهٔ برآوردهای دقیق‌تر از VaR یک دوره‌ای به منظور استفاده از روش ناکارای تقریبی برای تخمین سرمایهٔ پشتیبان بوده است؛ برای نمونه، رستمی نوروزآباد، شجاعی، خضری و رحمانی نوروزآباد (۱۳۹۴)، فلاح‌پور و احمدی (۱۳۹۳)، رستمی و حقیقی (۱۳۹۲) و محمدی، راعی و فیض‌آباد (۱۳۸۷) با استفاده از روش‌های مختلف به برآورد دقیق‌تر VaR یک دوره‌ای پرداخته‌اند، درحالی‌که تحقیق حاضر تخمین VaR چند دوره‌ای را که در تعیین سرمایهٔ پشتیبان اهمیت قابل ملاحظه‌ای دارد، هدف قرار داده است. بنابر بررسی‌های

صورت گرفته، تاکنون در این زمینه فقط یک پژوهش با عنوان «پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک چند دوره‌ای» (رضائی، ۱۳۹۱) در قالب پایان‌نامه کارشناسی ارشد انجام گرفته است. در این تحقیق، کارایی برخی از مدل‌های پارامتریک، ناپارامتریک و نیمه‌پارامتریک براساس برآورد VaR چند دوره‌ای فقط با استفاده از شاخص S&P مقایسه شده است. با وجود این، تحقیق حاضر برای نخستین بار طیفی از مدل‌های شبیه‌سازی را به منظور برآورد این معیار در کنار مدل‌های پارامتریک با فرض‌های مختلف درمورد واریانس و توزیع خطاهای با استفاده از شاخص TEPIX علاوه‌بر دو شاخص NASDAQ و FTSE استفاده کرده است و به منظور ارزیابی الگوهای افزون بر الگوی شناخته‌شده کریستوفرسن (۱۹۹۸)، از تابع زیان و معیار هزینه فرست نیز استفاده کرده است.

روش پژوهش

ارزیابی عملکرد مدل‌های پیش‌بینی VaR

در تحقیق حاضر، برای مقایسه عملکرد مدل‌ها علاوه‌بر الگوی شناخته‌شده کریستوفرسن (۱۹۹۸) که درادامه توضیح داده می‌شود، از تابع زیان و معیار هزینه فرست نیز استفاده شد. تابع زیان به منظور بررسی بزرگی شکست‌ها از VaR برآورده شده به کار گرفته شده است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_t = \begin{cases} (r_t - VaR_t)^2 & \text{if } r_t \leq VaR_t \\ 0 & \text{if } r_t > VaR_t \end{cases} \quad (14)$$

برای مقایسه هزینه فرست مدل‌ها نیز با استفاده از تابع زیر به مدل‌ها امتیاز داده شده است:

$$E_t = \begin{cases} |r_t - VaR_t| & \text{if } r_t > VaR_t \\ 0 & \text{if } r_t \leq VaR_t \end{cases} \quad (15)$$

که در آن r_t نشان‌دهنده بازده و VaR_t پیش‌بینی VaR متناظر است. پس از محاسبه C_t و E_t برای دوره خارج از نمونه، میانگین این مقادیر با یکدیگر جمع شده است و بدیهی است هرچه مجموع این دو معیار (\bar{S}) کوچک‌تر باشد، مدل مورد نظر عملکرد دقیق‌تر (C_t) و کارایی بیشتری (دارد. E_t)

با درنظر گرفتن پیش‌بینی VaR ، $(1, t)$ برای یک افق زمانی یک‌روزه و بازده واقعی مشاهده شده، r_{t+1} مجموعه صفر و یک^۱ - که نشان‌دهنده وجود داشتن یا وجود نداشتن شکست‌های VaR است - به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_{t+1} = \varphi_{(-\infty, \hat{k}_\lambda(1, t))}(r_{t+1}) \quad (16)$$

$T_1 \sum_{t=1}^T I_{t+1}$ تعداد شکست‌ها و $T_0 = T - T_1$ تعداد نبود شکست‌ها و احتمال شکست تجربی به صورت $\hat{\lambda} = T^{-1} \sum_{t=1}^T I_{t+1} = T_1/T$ محاسبه شده است. برای یک مدل پیش‌بینی VaR صحیح، انتظار داریم مجموعه شکست‌ها I_{t+1} به صورت زیر باشد:

$$H_0 : I_{t+1} \stackrel{iid}{\sim} Bernoulli(\lambda) \quad (17)$$

آزمون این فرض صفر همان طور که کریستوفرسن (۱۹۹۸) نشان داد، شامل دو بخش است: بخش اول شامل آزمون پوشش غیرشرطی و بخش دوم بررسی استقلال شکست‌های است.

یافته‌های پژوهش

توصیف آماری داده‌ها

داده‌های تحقیق شامل ۱۲۰۵ داده روزانه از تاریخ ۱۳۷۱/۰۴/۰۸ تا ۱۳۹۲/۰۷/۱۰ مربوط به شاخص بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX)، ۱۰۷۳۲ داده از تاریخ ۱۹۷۱/۰۲/۰۵ و ۷۴۳۴ داده از تاریخ ۱۹۸۴/۰۴/۰۴ تا پایان ۲۰۱۳/۱۰/۰۳ به ترتیب برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE هستند. بازدهی روزانه به صورت بازده مرکب پیوسته محاسبه شده است. شایان ذکر است به علت کمبود داده‌های در دسترس شاخص TEPIX، برآورد VaR پنج‌روزه الزامی بود. فقط در مدل‌های FHS روزانه، از بازده روزانه استفاده شد. در بقیه مدل‌ها از بازده پنج‌روزه - که به صورت غیرهمپوشاننده محاسبه شده است - استفاده شد تا مشکل همبستگی بین بازده‌ها ایجاد نشود. طول دوره تخمین به صورت روزانه $T=1000$ مفروض است. همچنین، به منظور برآورد VaR در مدل‌های BHS و FHS، هزاربار فرایند بوت استرپ انجام گرفت. جدول ۱ ویژگی‌های آماری بازده روزانه و پنج‌روزه شاخص‌های مورد نظر را نمایش می‌دهد. مقادیر کشیدگی و چولگی نشان‌دهنده آن است که بازده‌های روزانه و پنج‌روزه از توزیع نرمال تعییت نمی‌کنند. آزمون جارک‌برا نیز نشان‌دهنده رد فرض نرمالیتی در سطح اطمینان ۹۵ درصد برای سه شاخص مورد

1. Boolean Sequence

بررسی است. همچنین، فرض استقلال سریالی بازده روزانه و پنج‌روزه در سطح اطمینان ۹۵ درصد با ده وقفه به‌جز در شاخص FTSE رد می‌شود. مریع بازده‌ها نیز با توجه به مقدار آماره باکس-یونگ^۱، با ده وقفه خودهمبسته است؛ بنابراین، واریانس‌های بازده قابل‌پیش‌بینی است. به‌طور کلی، بازده‌های پنج‌روزه در مقایسه با بازده‌های روزانه کمتر پهن‌دبale است.

جدول ۱. ویژگی‌های آماری TEPIX و NASDAQ و FTSE

شاخص	تعداد	میانگین	انحراف معیار	ماکزیمم	مینیمم	چولگی	کشیدگی
بازده روزانه							
TEPIX	۵۰۱۱	۰/۰۹۸۲	۰/۰۵۱۲	۵/۲۶۱	-۵/۴۵۰	+۰/۴۸۴۹	۱۴/۶۳۷
NASDAQ	۱۰۷۳۱	۰/۰۳۳۸	۱/۲۵۷	۱۳/۲۵۵	-۱۲/۰۴۳	-۰/۲۸۹	۱۲/۷۴۳
FTSE	۷۴۳۳	۰/۰۲۳۹	۱/۱۱۹	۹/۳۸۴	-۱۳/۰۲۹	-۰/۳۷۶۲	۱۱/۲۸۲
بازده پنج‌روزه							
TEPIX	۱۰۰۲	۰/۳۹۰۵	۱/۰۵۴۴۶	۱۰/۱۱۱	-۵/۹۵۲	+۰/۹۱۳	۸/۳۰۴
NASDAQ	۲۱۴۶	۰/۱۴۶۱	۲/۶۱۷	۱۳/۱۱۴	-۲۳/۱۹۲	-۱/۰۵۷	۱۰/۸۶۳
FTSE	۱۴۸۶	۰/۰۹۰۷	۲/۰۹۸	۸/۹۴۵	-۱۳/۰۵۴	-۰/۳۶۷۸	۶/۰۵۶
Q ^r -test(k=۱+)		Q-test(k=۱۰)		JB-test		آزمون نرمالیتی و استقلال	
بازده روزانه							
TEPIX	۲۸۴۶۹/۷۶*	۱۸۶۸/۱۹*	*	۵۵۱/۹۱۸	*		
NASDAQ	۴۲۵۹۳/۴۰*	۵۰/۲۸۷*	*	۷۵۸۴/۰۸*	*		
FTSE	۲۱۴۱۷/۳۶*	۸۹/۶۳*	*	۴۲۰۸/۰۴*	*		
بازده پنج‌روزه							
TEPIX	۱۳۱۳/۸۶*	۳۵۳/۰۰۵*	*	۱۲۲/۱۰۸*	*		
NASDAQ	۵۹۲۷/۳۲*	۳۶/۵۱۵*	*	۵۱۸/۰۳*	*		
FTSE	۶۱۱/۹۳*	۱۳/۰۷	*	۲۰۶/۸۱*	*		

JB-test نشان‌دهنده آماره آزمون جارکبراء Q-test و Q^r-test بهترین نشان‌دهنده آماره آزمون استقلال بازده و مریع بازده با وقفه ۱۰ (k=۱۰) است.

* نشان‌دهنده معناداری آماری در سطح اطمینان ۹۵ درصد است.

برآورده تجربی و ارزیابی عملکرد مدل‌ها در تخمین VaR چنددوره‌ای

هریک از آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی، میزان شکست تجربی با احتمالات ۱ و ۵ درصد و معیار \bar{S} ، برای پانزده مدل از مدل‌های به کاررفته در تحقیق، در جدول ۲ و ۳ به ترتیب برای شاخص‌های TEPIX و NASDAQ مشخص شده است. نتایج مربوط به مدل‌های HS و BRW-97% در سطح احتمال ۵/۰ درصد، آزمون استقلال و جدول نتایج مربوط به شاخص FTSE موجود است، اما به علت کمبود فضا ارائه نشده است. با بررسی نتایج آزمون پوشش غیرشرطی مشاهده می‌شود که فرض صفر این آزمون در سطح احتمال ۵ درصد در مدل‌های HS، FHS-E، FHS-G-t، FHS-G، HW، BRW-99%，BRW-97%，HS، FHS-G-t و FHS-G در طور مشترک در تمام شاخص‌ها پذیرفته می‌شود. این مسئله در مورد مدل‌های BRW-99% در سطح احتمال ۵/۰ درصد نیز رخ داده است. با توجه به مقدار p-value این آزمون، در تمام سطوح احتمال مدل‌های BRW-99% و FHS-E-t-d، FHS-G-t و FHS-G به ترتیب برای شاخص‌های TEPIX، FTSE و NASDAQ، بهترین عملکرد را از نظر دقت آماری دارند.

مقدار p-value آزمون پوشش شرطی که معیار جامع تری را برای ارزیابی ارائه می‌دهد، در سطح احتمال ۵ درصد در مدل‌های BRW-97% و FHS-G-t به طور مشترک برای تمام شاخص‌ها بیش از ۵ درصد است و فرض صفر این آزمون تأیید می‌شود. در سطح احتمال یک درصد نیز در مورد مدل‌های BRW-97% و FHS-G این مسئله رخ داده است. با توجه به مقدار p-value این آزمون در سطح احتمال ۵ درصد (۱ و ۵/۰) مدل‌های BRW-97% (FHS-G و BRW-99%)، FHS-G-t-d و FHS-G-d (BRW-97% و BRW-99%)، FHS-E-t-d و FHS-E-d (BRW-99% و FHS-G-d) به طور مشترک و به ترتیب برای شاخص‌های TEPIX، FTSE و NASDAQ با توجه به معیار پوشش شرطی مدل‌های FHS-G-t و FHS-G-t-d بهترین عملکرد را در تمام سطوح احتمال به ترتیب برای شاخص‌های TEPIX و NASDAQ و FTSE بهترین عملکرد را به لحاظ آماری دارند. همچنین، ملاحظه می‌شود مدل‌های FHS روزانه به استثنای شاخص TEPIX حتی در سطوح احتمال نهایی (دباله‌ها) نیز عملکرد مناسبی دارند. به نظر می‌رسد این مسئله به دلیل فرکانس بالاتر داده‌های روزانه در مقایسه با داده‌های پنج‌روزه در مدل‌های FHS به ویژه در مورد شاخص NASDAQ است.

برآورد ارزش در معرض خطر چند دوره‌ای بر پایه روش‌های

۱۷۹

جدول ۲. نتایج اجرای آزمون‌های ارزیابی عدمکرد بروای شاخص TEPPIX

	EGARCH-t	EGARCH	GARCH-t	GARCH	FHS-E-t-d	FHS-E-t-d	FHS-G-t-d	FHS-G-t-d	FHS-E-t	FHS-E-t	FHS-G-t	FHS-G-t	HW	BRW-99%	BHS	VaR $\hat{\lambda}$
VaR 5%																
VaR 1%																
۰/۰۳۶۹	۰/۰۴۴۶	۰/۰۵۰۶	۰/۰۴۱۱	۰/۰۴۳۵	۰/۰۴۵۰	۰/۰۴۳۳	۰/۰۴۵۰	۰/۰۴۵۴	۰/۰۴۵۱	۰/۰۴۷۷	۰/۰۴۵۴	۰/۰۴۵۱	۰/۰۴۵۱	۰/۰۴۵۱	۰/۰۴۵۱	$\hat{\lambda}$
۰/۱۱۱۸	۰/۱۰۷	۰/۱۰۵۸	۰/۱۰۴۷	۰/۱۰۵۶	۰/۱۰۵۵	۰/۱۰۵۷	۰/۱۰۵۷	۰/۱۰۵۴	۰/۱۰۵۴	۰/۱۰۵۱	۰/۱۰۵۱	۰/۱۰۵۱	۰/۱۰۵۱	۰/۱۰۵۱	۰/۱۰۵۱	LR _{un}
۰/۰۰۲۰	۰/۰۰۲۳	۰/۰۰۲۵	۰/۰۰۱۷	۰/۰۰۳	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	LR _{cc}
۰/۱۴۵۹۰	۰/۱۵۰۳	۰/۱۴۶۷	۰/۱۵۰۹	۰/۱۵۰۳	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۸	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۰۷	\bar{S}

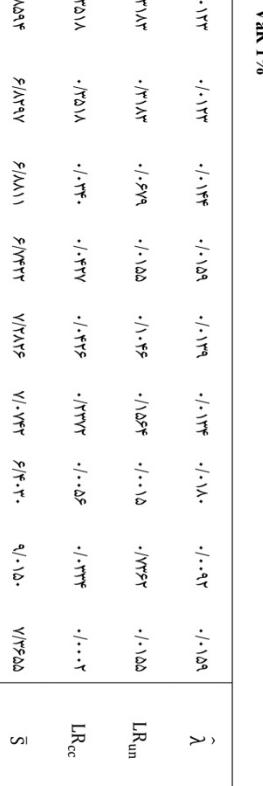
با برآورد ارزش در معرض خطر چند دوره‌ای بر پایه روش‌های EGARCH، GARCH، FHS-E-t-d، FHS-G-t-d، FHS-E-t، FHS-G-t، HW، BRW-99% و BHS، فرض $\hat{\lambda}$ ، در جدول نشان داده شده، نمایه شاخص TEPPIX با این روش‌ها تجربه شد. نتایج نشان دهنده مدل‌های شیوه‌نامه‌ای تاریخی، پوشش شرطی، LR_{cc} و LR_{un} باشند. در صورت شناسایی تاریخی موزون با این روش، FHS-E-t-d، FHS-G-t-d، FHS-E-t، FHS-G-t و GARCH با این روش نه تنها دهنده مدل‌های معادل اما روزانه هستند، بلکه نزدیک به FHS-E-t-d، FHS-G-t-d و FHS-E-t، FHS-G-t را نیز نشان دهدند. مجموع میار بزرگ شکسته‌ها و کارایی است. نمایه \bar{S} نشان دهنده فرض توئن نرمال است.

	EGARCH-t	EGARCH	GARCH-t	GARCH	FHS-E-t-d	FHS-E-d	FHS-G-t-d	FHS-G-d	FHS-E-t	FHS-E	FHS-G-t	FHS-G	HW	BRW-99%	BHS	VaR مدل‌های
	VaR 5%															
	VaR 1%															
-1.0294	-1.0291	-1.0288	-1.0282	-1.0288	-1.0289	-1.0285	-1.0284	-1.0283	-1.0283	-1.0283	-1.0283	-1.0283	-1.0283	-1.0283	$\hat{\lambda}$	
-1.0202	-1.0205	-1.0207	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	-1.0205	LRun	
-1.0101	-1.0104	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	-1.0108	LRcc	
4.9417	4.9419	4.9421	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	4.9425	\bar{S}	

تحقیقات امی، دوره ۱۸، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵

فرص توزیع نرمال و است. نداد نهاده مدل‌های با اسکوک برآورد شدند مدل‌های FHS-E-t-d و FHS-E-d، FHS-G-t-d، FHS-G-d، FHS-G-t، FHS-G، HW و BRW-99% است.

نرخ کاهش ۹۹% برآورد شدند مدل‌های شیپیسیزی تاریخی موذون با اولین است. FHS-E-t و FHS-E-d بهترین نشان نهاده مدل‌های شیپیسیزی تاریخی فیلتر شده بیچور و نزدیک FHS-G-t و FHS-G-d بهترین نشان نهاده مدل‌های شیپیسیزی تاریخی موذون با اولین است.



مدل HS بهویژه درمورد شاخص‌های NASDAQ و FTSE عملکرد مطلوبی ندارد و مقدار VaR را کمتر از حد برآورد کرده است. فرض یکسان بودن توزیع احتمال بازده دارایی‌ها در آینده، با توزیع احتمال گذشته آن‌ها و پایداری الگوی رفتار بازده در آینده، در مدل HS ساده در افق‌های زمانی بلندمدت، قابلیت انتکای کمتری دارد. با افزایش داده‌های تاریخی که برای تخمین VaR استفاده می‌شود، میزان اثرگذاری داده‌های جدید کاهش می‌یابد و مدل به کندی تغییرات ریسک را نمایش می‌دهد. این پدیده در پژوهش پریسکر (۲۰۰۱) در بورس‌ها و پرتفویهای مختلف مشاهده شده و برای رفع آن روش FHS پیشنهاد شده است. برخلاف روش HS استفاده از مدل‌های واریانس شرطی مانند GARCH ساده یا نمایی امکان درنظرگرفتن پدیده نوسان‌پذیری خوش‌های را در روش‌های FHS و پارامتریک ایجاد می‌کند. مدل‌های نیمه‌پارامتریک که ویژگی تغییرپذیری نوسان در طول زمان را لحظه‌می‌کنند، نسبت به مدل HS که این ویژگی و شرایط جدید حاکم بر بازار را درنظر نمی‌گیرد، توانایی مناسب‌تری در ارائه برآوردهای مناسب از معیار VaR دارند. با وجود این، براساس اینکه در مدل‌های BRW، وزن مشاهدات گذشته به صورت نمایی در نمونه مورد نظر کاهش داده شده است، پاسخ‌دهی مناسب‌تری به اطلاعات جدید بازار مشاهده می‌شود. همچنین، مشاهدات می‌شود مدل‌های پارامتریک VaR براساس الگوی واریانس شرطی GARCH و EGARCH نرمال، توانایی مطلوبی برای برآورد VaR بهویژه در سطوح احتمال نهایی با توجه به پهن‌دبale بودن توزیع بازدهی‌های پنج‌روزه ندارند و درنظرگرفتن فرض توزیع t به بهبود نسبی عملکرد این مدل‌ها در دنباله‌ها برای شاخص‌های TEPIX و FTSE منجر شده است.

درادامه، عملکرد مدل‌ها با توجه به مجموع دو معیار تابع زیان و کارایی (\bar{S}) بررسی می‌شود. از آنجاکه با توجه به منابع موجود، محاسبه سرمایه‌پشتیبان براساس VaR چند دوره‌ای معمول نیست، در تحقیق حاضر مدل‌ها با استفاده از معیار کارایی نیز بررسی می‌شوند تا مشخص شود در صورت محاسبه سرمایه‌پشتیبان، کدامیک از مدل‌ها اقتصادی‌تر عمل می‌کند. بررسی معیار \bar{S} نشان‌دهنده آن است که مدل BHS در تمام سطوح احتمال، کمترین مقدار را برای این معیار درمورد شاخص TEPIX دارد. درنتیجه، به کارگیری تکنیک بوت‌استرپ در روش BHS به بهبود عملکرد این مدل در مقایسه با روش پایه HS درمورد شاخص TEPIX منجر شده است. همچنین، در سطح احتمال ۵ درصد مدل EGARCH-t و در سطح احتمال ۱ و ۵٪ درصد مدل EGARCH، کمترین معیار \bar{S} را برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE، با توجه به چولگی و کشیدگی شایان توجه این شاخص‌ها دارند؛ بنابراین، مدل‌های مذکور دقت بالاتری به لحاظ میزان بزرگی شکست‌ها دارند و در صورت محاسبه سرمایه‌پشتیبان، هزینه فرست کمتری را نیز برای

بنگاه به ارمنان می‌آورند؛ به عبارت دیگر، به کارگیری این مدل‌ها موجب می‌شود مقدار کمتری از منابع مالی بنگاه بی‌دلیل دست‌نخورده باقی بماند. با وجود این، مدل‌های مذکور با درنظرگرفتن نتایج آزمون پوشش شرطی برای سه شاخص مورد بررسی در هر سه سطح احتمال، دقت آماری لازم را نداشته‌اند و فقط مدل‌های EGARCH و EGARCH-t برای شاخص FTSE در دو سطح احتمال ۵ و ۱ درصد عملکرد قابل قبولی به لحاظ آماری داشته‌اند. بررسی بهترین مدل‌ها با توجه به معیار پوشش شرطی در تمام سطوح احتمال، نشان می‌دهد این گروه از مدل‌ها در مقایسه با گروه برگزیده از نظر معیار \bar{S} ، هزینه فرست بیشتری را به بنگاه تحمیل می‌کنند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

تحقیق حاضر عملکرد شانزده روش شبیه‌سازی تاریخی و پارامتریک در برآورد VaR چنددوره‌ای (پنج‌روزه) با استفاده از شاخص‌های TEPIX، NASDAQ و FTSE را در سه سطح احتمال ۵، ۱ و $1/5$ درصد بررسی می‌کند. در این تحقیق سعی شد ضمن بررسی عملکرد روش‌های مذکور در برآورد VaR پنج‌روزه، با استفاده از روش شناخته‌شده کریستوفرسن، مجموع دو معیار تابع زیان و کارایی (\bar{S}) نیز به منظور شناسایی مدل‌های با دقت مناسب (بزرگی شکست‌ها) و اقتصادی (هزینه فرست تحمیلی به بنگاه) به کار گرفته شود. نتایج براساس معیار پوشش شرطی نشان می‌دهد مدل‌های BRW-99% و FHS-E-t-d، FHS-G در تمام سطوح احتمال به ترتیب برای شاخص‌های NASDAQ، TEPIX و FTSE دقت بالاتری به لحاظ آماری دارند. با وجود این، بررسی مدل‌ها با توجه به معیار \bar{S} نشان می‌دهد مدل BHS در تمام سطوح احتمال برای شاخص TEPIX، مدل EGARCH-t در سطح احتمال ۵ درصد و مدل EGARCH در سطح احتمال ۱ و $1/5$ درصد، برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE کمترین هزینه فرست را به بنگاه تحمیل می‌کنند و بیشترین دقت را به لحاظ بزرگی شکست‌ها دارند. درنتیجه، نتایج نشان می‌دهند مدل‌هایی که به لحاظ آماری دقت مناسبی دارند، لزوماً مدل‌های اقتصادی‌تری نیستند. همچنین، با توجه به ویژگی‌های بازده می‌توان از سایر مدل‌های شرطی به منظور توصیف رفتار میانگین و واریانس در روش‌های پارامتریک یا نیمه‌پارامتریک این تحقیق برای برآورد VaR چند دوره‌ای استفاده کرد. به کارگیری مدل‌های چندمتغیره GARCH نیز به منظور بررسی سرایت تلاطم میان شاخص‌های مختلف، به عنوان روشی برای توسعه این پژوهش مطرح است.

References

- Alexander, C. (2008). *Market risk analysis Value-at-Risk models*. England: John Wiley & Sons, Ltd.

- Angelidis, T., Benos, A. & Degiannakis, S. (2004). The use of GARCH models in VaR estimation, *Statistical Methodology*, 1(2): 105- 128.
- Barone-Adesi, G. & Giannopoulos, K. (2000). *Non-parametric VaR techniques. Myths and realities*. Mimeo, Universita della Svizzera Italiana and City University Business School and Westminster Business School, November 2000: 18.
- Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K. & Vosper, L. (1999). VaR without correlations for non-linear portfolios. *Journal of Futures Markets*, 19(5): 583 - 602.
- Basle Committee on Banking Supervision. (1995). *An internal model-based approach to market risk capital requirements*. Available in: <http://www.bis.org>.
- Basle Committee on Banking Supervision. (1996). Overview of the amendment to the capital accord to incorporate market risks, <http://www.bis.org>.
- Black, F. (1976). Studies of stock price volatility changes, *In proceedings of the 1976 meetings of the business and economics statistics section*, American Statistical Association: 177- 181.
- Blake, D., Cairns, A. & Dowd, K. (2000). Extrapolating VaR by the square-root rule, *Financial Engineering News*, 01/2000; 17.
- Chrétien, S. & Coggins, F. (2010). Performance and conservatism of monthly FHS VaR: An international investigation, *Int. Review of Financial Analysis*, 19(5): 323– 333.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts, *International Economic Review*, 39(4): 841- 861.
- Christoffersen, P. F., Diebold, F. X. & Schuermann, T. (1998). Horizon problems and extreme events in financial risk management, *Economic Policy Review*, 4(9): 109- 118.
- Dowd, K. (2005). *Measuring Market Risk*, 2nd edition, New York, Wiley.
- Efron, B. & Tibshirani, R. (1993). *An introduction to the bootstrap*. New York: Chapman & Hall.
- Fallahpour, S. & Ahmadi, E. (2014). Estimating value at risk of portfolio of oil and gold by Copula-GARCH method, Retrieved from https://www.jfr.ut.ac.ir/article_50711_0.html. (in Persian)
- Ghysels, E., Rubia, A. & Valkanov, R. (2009). Multi-period forecast of volatility: Direct, iterated and mixed-data approaches, *EFA 2009 Bergen Meetings Paper*.

- Henderson, A. R. (2005). The bootstrap: A technique for data-driven statistics, Using computer-intensive analyses to explore experimental data, *Clinica Chimica Acta*, 359(1- 2): 1- 26.
- Hull, J. & White, A. (1998). Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk, *Journal of Risk*, 1(1): 5-19.
- Jorion, P. (2003). *Financial risk manager handbook*. 2nd edition, John Wiley & Sons Inc.
- Mohammadi, S., Raei, R. & Feyzabad, A. (2008). Forecasting value-at-risk using conditional volatility models: Evidence from Tehran stock exchange. *Journal of Financial Research*, 9(4): 109-124. (in Persian)
- Nelson, D.B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2): 347- 370.
- Resti, A. & Sironi, A. (2007). *Risk management and shareholders value in banking from risk measurement models to capital allocation policies*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Rostami Noroozabad, M., Shojaei, A., Khezri, M. & Rahmani Noorozabad, S. (2015). Estimate value at risk return Tehran stock exchange using wavelet analysis, *Journal of Financial Research*, 17(1): 59- 82. (in Persian)
- Rostami, M. & Haqiqi, F. (2013). Using MGARCH to estimate value at risk. *Journal of Financial Research*, 15(2): 215- 228. (in Persian)
- Skoglund, J., Erdman, D. & Chen, C. (2011). On the time scaling of value-at-risk with trading. *Journal of Risk Model Validation*, 5(4): 17- 26.
- Taylor, J. W. (1999). A quintile regression approach to estimating the distribution of multiperiod returns. *Journal of Derivatives*, 7(1): 64- 78.