

مدل سازی مقایسه‌ای سرایت تلاطم با در نظر گرفتن اثر حافظه بلندمدت (مطالعه موردی: سه شاخص منتخب صنایع)

سید محمد سیدحسینی^۱، سید بابک ابراهیمی^۲

چکیده: هنگامی که مشاهدات گذشته با مشاهدات آینده دور همبستگی دارند و رابطه آنها غیرقابل چشم‌پوشی است، سری زمانی مورد مطالعه دارای ویژگی حافظه بلندمدت است. در این مقاله مدل سازی مقایسه‌ای سرایت تلاطم با در نظر گرفتن اثر حافظه بلندمدت مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدل‌های مورد مقایسه، BEKK (1,1) و مدل توسعه یافته FBEKK (1,d,1) هستند که مدل توسعه یافته، پارامتر حافظه بلندمدت (d) را طی فرآیند مدل سازی لحاظ کرده و برآورد می‌کند. همچنین در این پژوهش، شاخص قیمت سه گروه صنعت در بورس اوراق بهادار تهران، شامل شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات، شاخص واسطه‌گری‌های مالی (لیزینگ) و شاخص ماشین‌آلات و تجهیزات طی بازه زمانی ۱۳۸۳/۰۶/۰۳ تا ۱۳۸۷/۰۶/۳۱ در مدل سازی‌های تجربی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاصل نشان‌دهنده این بود که مدل FBEKK (1,d,1) تصریح دقیق‌تری را فراهم می‌کند که فرضیه‌های پایه اقتصادی نیز مؤید آن هستند.

واژه‌های کلیدی: بازده، تلاطم، حافظه بلندمدت، BEKK، FBEKK.

طبقه‌بندی JEL: G1, G10, G11.

۱. استاد دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی صنایع، تهران، ایران
۲. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۵/۲۸

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۱/۰۹/۲۱

نویسنده مسئول مقاله: سید بابک ابراهیمی

E-mail: B_Ebrahimi@iust.ac.ir

مقدمه

بررسی مطالعات گذشته نشان می‌دهد که دیدگاه غالب در توصیف رفتار بازارهای مالی، این بوده که بسیاری از سری‌های زمانی مبتنی بر داده‌های اقتصادی، به‌ویژه سری‌های بازارهای پولی و مالی، از فرایندی تصادفی پیروی می‌کنند و در نتیجه تغییرات آنها قابل پیش‌بینی نیست. وجود حافظه بلندمدت در بازارهای مالی، شکل ضعیف فرضیه کارایی بازار را نقض کرده، همچنین در مدل‌های خطی قیمت‌گذاری تردید ایجاد می‌کند و بیانگر آن است که در قیمت‌گذاری باید از مدل‌های غیرخطی استفاده کرد (Barkoulas, Baum & Travlos, 2000). اکثر سری‌های زمانی مالی، نامانا^۱ هستند، اگرچه نیاز نیست که چندین تفاضل^۲ از آن گرفته شود، ولی گرفتن اولین تفاضل و سپس استفاده از یک مدل ARIMA، رویکرد قابل اعتمادی نیست. در تجزیه و تحلیل باکس - جنکینز^۳، فرض بر این است که اگر سری زمانی نامانا باشد، اولین تفاضل‌گیری از آن تا زمانی که اجزای فصلی وجود نداشته باشند، سبب می‌شود که سری زمانی رفتار قابل قبولی داشته باشد. همچنین امید می‌رود که تفاضل‌گیری به‌سرعت خود همبستگی‌ها^۴ را محو کرده و رفتارش فاقد الگو شود که در این صورت می‌توان آن را با یک مدل مانای ARMA که قابلیت وارونه‌شوندگی^۵ دارد، به خوبی تشریح کرد. اگرچه روشن است که همواره چنین حالتی رخ نمی‌دهد.

هنگامی که از تفاضل‌گیری استفاده می‌کنیم، احتمال از دست رفتن بخشی از اطلاعات مهم موجود در سری زمانی وجود دارد؛ اما اگر از یک سری بیش از میزان لازم تفاضل‌گیری^۶ شود، رفتار واریانس سری تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. در یک سری نامانا داده‌ها تمایل به پراکندگی دارند و خودهمبستگی نمونه به‌کندی محو می‌شود. دوره‌نگار^۷ به‌طور کامل تحت تأثیر اجزایی است که فراوانی کمی دارند. با گرفتن اولین تفاضل، ملاحظه می‌شود که خودهمبستگی‌ها با سرعت بیشتری محو می‌شوند؛ ولی به نظر می‌رسد که همچنان الگوهای روند وجود دارند. با بررسی دوره‌نگار در می‌یابیم که بیشتر در حول فراوانی صفر متمرکز شده است. این امر نشان می‌دهد که سری دارای الگوی شبیه به نقشه‌های زمانی است. هنگامی که برای بار دوم اقدام به تفاضل‌گیری می‌کنیم، مشاهده می‌شود که سری $\Delta^2 x$ کمابیش فاقد الگوی رفتاری می‌شود و

-
1. Non Stationary
 2. Difference
 3. Box-Jenkins
 4. Autocorrelations (ACF)
 5. Invertibility
 6. Over Differencing
 7. Periodogram

تقریباً هیچ قدرتی حول فراوانی صفر وجود ندارد. این بدین معناست که اجزایی که دارای فراوانی کمی هستند، نه تنها تضعیف شده‌اند، بلکه به‌طور کامل از بین رفته‌اند و از آنها صرف‌نظر شده است. این امر باعث می‌شود که پیش‌بینی بلندمدت بسیار سخت شود. قدرت طیفی کمی که در اطراف فراوانی صفر مشاهده می‌شود، حاکی از آن است که $\Delta^2 x$ فاقد قابلیت وارونه شونده است. تمامی این موارد حاکی از این است که داده‌ها بیش از اندازه مورد تفاضل‌گیری قرار گرفته‌اند. بنابراین مطلوب است تعداد تفاضل‌گیری (d) بین ۱ و ۲ باشد. مورد دیگری که ناکارآمدی مدل‌های ARMA برای برخی از سری‌های زمانی مانا را مشخص ساخته و استفاده از مدل‌های حافظه بلندمدت را بیش از پیش ضروری می‌کند، نقض قضیه حد مرکزی است. اگر X_0, \dots, X_{n-1} متغیرهای تصادفی مستقلی بوده و دارای توزیع یکسان (iid) و واریانس متناهی باشند، آنگاه میانگین نمونه (\bar{x}) نرمال بوده و واریانس آن متناسب با $\frac{1}{n}$ خواهد بود. استنباط‌های استاندارد آماری (فاصله اطمینان، آزمون‌های فرض و غیره) برای میانگین μ بر اساس همین قضیه شکل می‌گیرند. حتی اگر متغیرها (iid) هم نباشند، چنانچه اتوکواریانس‌ها به‌سرعت محو شوند، قضیه حد مرکزی برقرار خواهد بود. بررسی‌هایی که روی فرایندهای ARMA معکوس‌پذیر و مانا انجام گرفته، نشان می‌دهد که در این فرایندها، اتوکواریانس به‌سرعت و به‌طور نمایی (تصادفی) به سمت صفر محو می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که اگرچه سری‌های زمانی مشاهده شده به‌ظاهر مانا هستند، ولی به‌دلیل اینکه واریانس \bar{x} با سرعتی کمتر از $\frac{1}{n}$ به سمت صفر حرکت می‌کند، قضیه حد مرکزی نقض می‌شود (Palma, 2007). به‌طور معمول نمودار لگاریتم واریانس \bar{x} و لگاریتم n ، خطی بوده و دارای شیبی بین ۰ و -۱ است. مثالی مشهور در این باره، محدوده سالانه سطح آب رودخانه نیل است که واریانس آن کمابیش با سرعت n^{-2} کاهش می‌یابد.

مندلبروت و والیس (۱۹۶۹)، رفتار مشابهی را در تعداد زیادی از سری‌های زمانی ژئوفیزیک، مانند بارندگی، فرکانس‌های زلزله و لکه‌های خورشیدی مشاهده کردند. در واقع، اگر واریانس \bar{x} با نسبتی کمتر از $\frac{1}{n}$ به سمت صفر حرکت کند، استنباطی که از اندازه میانگین (μ) خواهیم داشت اشتباه (غیرمحافظه‌کارانه) خواهد بود. با انجام مطالعات تجربی بیشتر بر این پدیده، مشخص شد که اگرچه خودهمبستگی‌ها به‌تنهایی بزرگ نیستند؛ ولی هنگامی که با هم همراه می‌شوند - حتی در صورت وجود وقفه‌های بزرگ - می‌توانند فرضیه‌هایی که برای برقراری قضیه حد مرکزی مورد نیاز هستند را نقض کنند (محمدی و چیت‌سازان، ۱۳۹۰). تجزیه و تحلیل‌های نظری نشان می‌دهد که اگر اتوکواریانس با سرعت کمی به سمت صفر محو شود، قضیه حد مرکزی نقض

می‌شود. فرض کنید که برای (d) غیرصفر و متعلق به بازه $(0/5, -0/5)$ داریم $c \approx kr^{2d-1}$. در این حالت همبستگی غیرقابل انکار، حتی میان گذشته و آینده وجود خواهد داشت. می‌توان نشان داد که این شرایط برابر تعریفی است که در ادامه از سری‌های زمانی دارای حافظه بلندمدت ارائه خواهیم داد (Palma, 2007).

بیان مسئله

مدل‌های حافظه بلندمدت نخست با عنوان یکپارچگی کسری^۱ از سوی گرنجر و جویکس (۱۹۸۰) به ادبیات اقتصادسنجی معرفی شدند؛ ولی یکی از اولین کسانی که مدل‌های حافظه بلندمدت را برای سری‌های زمانی پیشنهاد کرد، دکتر کاکس بود. وی هنگامی که در صنعت پارچه مشغول به کار بود، از این مدل‌ها برای تشریح تغییرات قطر نخ استفاده کرد (Granger & Joyeux, 1980). این مدل‌ها را کولموگروف^۲ ابداع کرد و به دلیل ارتباطی که با فراکتال‌ها داشتند، توسط مندلیبروت عمومیت یافتند. حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی را می‌توان به صورت خودهمبستگی بین وقفه‌های طولانی، بیش از صدها دوره زمانی تعریف کرد (Tolvi, 2003). مدل‌های حافظه بلندمدت نشان‌دهنده ساختار غیرخطی بازارهای سرمایه است و در نتیجه نشان می‌دهد که الگوهای خطی در توصیف ماهیت واقعی این بازارها ناکارآمد هستند. ساختار غیرخطی بازار سرمایه موجب می‌شود تا پیش‌بینی آن مشکل شود (Jin & Jin, 2007). خودهمبستگی‌های یک سری انباشته $I(1)$ و $I(2)$ در وقفه‌های طولانی نیز به شکل ماندگاری باقی می‌ماند. یک سری زمانی دارای حافظه بلندمدت را می‌توان با تابع خود همبستگی (ACF) آن که با نرخ هیپربولیک (شبه هذلولی) کاهش می‌یابد، مشخص کرد. نرخ کاهشی هیپربولیک بسیار کندتر و آهسته‌تر از نرخ کاهشی تابع خودهمبستگی سری زمانی‌ای است که حافظه کوتاه‌مدت دارد. سری زمانی‌ای که حافظه کوتاه‌مدت دارد، به‌طور معمول با نرخی نمایی به میرایی رفته و مقادیر بالای خود همبستگی تنها بعد از چند وقفه از بین می‌رود. برخی فرایندها نیز رفتاری بین این دو مورد را نشان می‌دهند. آنها به‌وضوح نامانا هستند. با وجود این، زمانی که از آنها تفاضل‌گیری می‌شود، این ویژگی را دارند که به‌طور یک در میان همبستگی‌های مثبت و منفی نشان دهند. اما داده‌هایی که از آنها تفاضل‌گیری نشده است، در وقفه‌های بسیار دور هم خودهمبستگی‌های معناداری نشان می‌دهند (Green, 2003). این فرایندها، فرایندهای با حافظه بلندمدت نامیده می‌شوند و یکی از رایج‌ترین روش‌ها برای اندازه‌گیری و سنجش حافظه بازارها،

1. Fractional integration (FI)
2. Kolmogorov

برآورد پارامتر انباشتگی کسری (d) در آنها است. در بیان‌های مختلف ادبیات اقتصادسنجی، اگر سری زمانی $\{Y_t\}$ با توابع خود همبستگی ρ_j در وقفه j را داشته باشیم؛ بر اساس نظر مک لئود و هیپل (۱۹۷۸)، فرایند دارای حافظه بلندمدت خواهد بود، اگر:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-n}^n |\rho_j| = \infty \quad \text{رابطه (۱)}$$

حافظه بلندمدت را می‌توان با تصریح میرایی هیپربولیک اتوکواریانس‌ها به شکل رابطه شماره ۲ نیز تعریف کرد (Palma, 2007).

$$c(h) \approx k(h)r^{2d-1} \quad \text{رابطه (۲)}$$

وقتی که $h \rightarrow \infty$ ، مقدار d پارامتر حافظه بلندمدت و $k(h)$ یک تابع با تغییر آهسته است. برای اثبات این موضوع، از ارتباط میان دوره‌نگار $I(\omega)$ و اتوکواریانس‌های نمونه (\hat{C}_r) به شکل رابطه شماره ۳ استفاده می‌کنیم:

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{|r|<n} \hat{C}_r e^{ir\omega} \quad \text{رابطه (۳)}$$

بنابراین اگر فراوانی صفر باشد، داریم:

$$I(\cdot) = \frac{1}{2\pi} \left| \sum_{t=-n}^n x_t \right|^2 = \frac{n}{2\pi} \bar{x}^2 = \frac{1}{2\pi} \sum_{|r|<n} \hat{C}_r \quad \text{رابطه (۴)}$$

برای ساده‌تر شدن موضوع فرض می‌کنیم که $E[x_t] = 0$ ، در این صورت رابطه به شکل ساده شده (۷) قابل بازنویسی است:

$$Var \bar{x} = E(\bar{x}^2) = \frac{1}{n} \sum_{|r|<n} E[\hat{C}_r] = \frac{1}{n} \sum_{|r|<n} \left(1 - \frac{|r|}{n}\right) c_r \approx \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$\frac{2k}{n} \sum_{r=1}^{n-1} \left(1 - \frac{r}{n}\right) r^{2d-1} \cdot \frac{n^{2d-1}}{n^{2d-1}} = n^{2d-1} \times \frac{2k}{n} \sum_{r=1}^{n-1} \left(1 - \frac{r}{n}\right) \left(\frac{r}{n}\right)^{2d-1} \approx \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$n^{2d-1} \times 2k \int_0^1 (1-h)h^{2d-1} dh \quad \text{رابطه (۷)}$$

بنابراین زمانی که $k(h) = 2k \int_0^1 (1-h)h^{2d-1} dh$ ثابت باشد، $Var \bar{x} \approx k(h)n^{2d-1}$ است که هم‌ارز با رابطه شماره ۲ است. در صورتی که $d > 0$ باشد، اتوکواریانس‌ها به قدری آرام به سمت صفر محو می‌شوند که جمع‌پذیر نخواهند بود، برای مثال $\sum_r |C_r| = \infty$ و واریانس \bar{x} نیز با سرعتی کمتر از $\frac{1}{n}$ به سمت صفر محو می‌شود. اگر $d < 0$ باشد اتوکواریانس‌ها جمع‌پذیر

خواهند بود؛ $\sum_r |C_r| < \infty$ ولی همچنان آهسته‌تر از نرخ نمایی که از طریق فرایندهای ARMA مانای معکوس‌پذیر به دست می‌آید، به سمت صفر محو می‌شوند. بر این اساس چنانچه بخواهیم هم مانایی سری را داشته باشیم و هم دچار مشکلات ناشی از بیش تفاضل‌گیری نشویم، لازم است تفاضل‌گیری کسری انجام دهیم. اگر d پارامتر تفاضل‌گیری کسری باشد، سری زمانی غیر مانای x_t را که در رابطه شماره ۸ نمایش داده شده است را با روش زیر می‌توان مانا کرد.

$$(1-L)^d x_t = \varepsilon_t \quad \text{رابطه ۸}$$

که در آن، L عملگر وقفه و ε_t سری زمانی مانا شده است. بسط مک لورن $(1-L)^d$ به صورت رابطه شماره ۹ است:

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!} L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} L^3 + \dots \quad \text{رابطه ۹}$$

برای هر عدد واقعی $-1 < d$ ، رابطه شماره ۹ را می‌توان بر اساس یک تابع فوق هندسی به شکل رابطه (۱۰) نوشت:

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} L^k \quad \text{رابطه ۱۰}$$

اگر $d = 0$ باشد، سری مانا بوده و تابع خود همبستگی آن به سرعت به صفر میل خواهد کرد (سیدحسینی و همکاران، ۱۳۹۰). چنانچه $d = 1$ باشد، سری تحت بررسی گام تصادفی خواهد بود و مقدار تابع خود همبستگی آن یک بوده و با اولین تفاضل‌گیری مانا می‌شود. اما اگر عامل تفاضل‌گیری d عددی غیر صحیح باشد، هر کدام از عناصر سری تفاضل‌گیری کسری شده w_t در واقع مجموع وزنی عناصر سری اولیه یعنی x_t خواهد بود. مثلاً، i امین عنصر سری تفاضل‌گیری کسری شده، نه فقط با x_i و x_{i-1} تعیین می‌شود، بلکه تحت تأثیر تمامی مقادیر قبل از i سری x قرار خواهد داشت. این ویژگی همان ویژگی حافظه بلندمدت سری است. پیترز (۱۹۹۹) مطرح کرده است که از نظر تئوری، ویژگی حافظه بلندمدت ویژگی‌ای است که اثر آن برای مدت طولانی باقی می‌ماند، هر چند که اثر مقادیر جاری بزرگتر از مقادیر گذشته است. با توجه به همین ویژگی است که می‌توان برای مقدار تابع گاما سطح آستانه‌ای در نظر گرفت تا چنانچه مقدار تابع از آن کمتر شد، آن را صفر در نظر گیرد (Peters, 1999). حالت‌های مختلف پارامتر حافظه بلندمدت در جدول شماره ۱ آورده شده است.

جدول ۱. حالت‌های مختلف پارامتر حافظه و ویژگی سری زمانی در هر یک از حالت‌ها (Lo, 1991)

حالات مختلف	بازه مورد بررسی	ویژگی سری زمانی در بازه مورد بررسی
۱	$0.5 \leq d < 1$	حافظه بلندمدت، نامانا، معکوس‌پذیر، برگشت به میانگین، واریانس نامحدود
۲	$0 \leq d < 0.5$	حافظه بلندمدت، مانا، معکوس‌پذیر، واریانس محدود
۳	$d = 0$	حافظه کوتاه‌مدت، مانا، معکوس‌پذیر، واریانس محدود و مستقل از زمان، قابل مدل‌سازی با ARMA
۴	$-0.5 \leq d < 0$	حافظه میان‌مدت، مانا، معکوس‌پذیر، کواریانس‌ها جمع‌پذیر، ناماندگار
۵	$-1 \leq d < -0.5$	حافظه میان‌مدت، مانا، معکوس‌ناپذیر، کواریانس‌ها جمع‌پذیر

در نظر بگیرید که سری زمانی را به صورت رابطه شماره ۸) مدل‌سازی کنیم، در این شکل مدل‌سازی $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ بوده و نوفه سفید است. اگر $d = 0$ باشد، سری x_t حافظه کوتاه‌مدت دارد، بدین معنا که همبستگی‌های بین مشاهدات پی‌درپی، به سرعت به صفر گراییده و سری به سمت میانگین ثابت خود برمی‌گردد. واریانس این سری نیز محدود و مستقل از زمان است و می‌توان با مدل ARMA آن را مدل‌سازی کرد. اگر $d = 1$ باشد، سری مربوطه دارای ریشه واحد است و میانگین، واریانس و کواریانس آن نامانا هستند؛ چراکه واریانس این سری نامحدود و وابسته به زمان بوده و اثر شوک‌های وارده بر آن در طول زمان، انباشته شده و سری به سمت میانگین ثابت خود بازگشت نمی‌کند. مدل‌سازی این سری مستلزم آن است که ابتدا تفاضل‌گیری مرتبه اول انجام گیرد و سپس بر اساس مدل ARIMA مدل‌سازی انجام شود. اگر $0 \leq d < 1$ باشد، سری زمانی دارای حافظه بلندمدت است. در این صورت، این سری هم ممکن است ویژگی سری مانا را داشته و هم ویژگی سری نامانا را داشته باشد. اگر $0 \leq d < 0.5$ باشد، واریانس سری محدود و مانا است. کواریانس آن نیز مانا بوده و بنابراین، سری به طور کلی مانا است. اگر $0.5 \leq d < 1$ باشد، واریانس آن نامحدود و نامانا است. کواریانس آن نیز نامانا و سری نامانا خواهد بود. ویژگی برگشت به میانگین در این حالت، بر وجود سازوکارهایی که در افق‌های زمانی بلندمدت عمل می‌نماید، دلالت دارد؛ زیرا رفتار برگشت به میانگین بر این ایده تمرکز دارد که تغییر به وجود آمده در افق‌های بلندمدت، با تغییرات با علامت مخالف دنبال خواهد شد. اگر این ویژگی در یک سری زمانی وجود داشته باشد، آنگاه می‌توان در آن بازار به صورت دائم خریداری یا فروش استقرایی کرده و به بازده مثبت دست یافت و این امکان‌پذیر نیست. همچنین از دیدگاه راهبردهای سرمایه‌گذاری، راهبرد مومنتوم نیز در چنین بازاری درست است و این منطقی

نیست؛ چرا که این راهبرد برای افق‌های بلندمدت جواب نمی‌دهد (محمدی و چیت‌سازان، ۱۳۹۰).

پیشینه پژوهش

در اکثر آزمون‌هایی که به سنجش حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی می‌پردازد، فرضیه صفر عدم وجود حافظه بلندمدت و فرضیه مقابل وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی است. بنابراین، چنانچه آماره آزمون اختلاف معناداری از صفر نداشته باشد، فرضیه صفر یعنی عدم وجود حافظه بلندمدت را نمی‌توان رد کرد. در ادامه، معرفی کوتاهی از دو روش رایج در سنجش حافظه بلندمدت، یعنی آماره (R/S) و GPH تست که در اکثر پژوهش‌های مالی مورد توجه ویژه است، ارائه خواهد شد.

• آماره (R/S)

یکی از آزمون‌های تشخیص حافظه بلندمدت، آزمون دامنه مقیاس‌بندی شده^۱ یا به شکل ساده، آماره R/S است که آن را برای نخستین بار هارست (۱۹۵۱) ارائه و پس از وی، از سوی مندلیروت (۱۹۷۲ و ۱۹۷۵) بازتعریف شد. آماره R/S امکان محاسبه پارامتر H را فراهم می‌کند و این پارامتر شدت وابستگی بلندمدت در یک سری زمانی را می‌سنجد (Grau, 2000). برای مجموعه معینی از مشاهدات $(Y_t, t \geq 0)$ با میانگین \bar{Y}_n و واریانس نمونه‌ای S_n^2 برای دوره n، آماره R/S را می‌توان به صورت رابطه شماره ۱۱ تعریف کرد:

$$R/S(n) = \frac{\left[\text{Max} \sum_{t=1}^k (y_t - \bar{y}_n) - \text{Min} \sum_{t=1}^k (y_t - \bar{y}_n) \right]}{S(n)} \quad 1 \leq k \leq n \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

برای هر n متفاوت یک $R/S(n)$ متفاوت وجود دارد. بعد از آنکه برای n‌های مختلف، $R/S(n)$ محاسبه شد، مقدار پارامتر H با برآورد شیب معادله رگرسیونی (رابطه ۱۲) با روش حداقل مربعات معمولی محاسبه می‌شود.

$$\log R/S(n) = \log C + H \log n \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

اگر پارامتر H که در معادله شماره ۱۲ به عنوان ضریب منظور شده است، بین $0.5 \leq H \leq 1$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت سری زمانی دارای حافظه بلندمدت است. در یک بیان

1. Rescaled range

کلی، پیترز (۱۹۹۹) رابطه H و d را به شکل تقریبی $H = 0.5 + d$ معرفی می‌کند (Peters, 1999).

• آماره R/S تعدیل‌شده

لو (۱۹۹۱) نشان داد که آماره R/S تعریف شده در حالتی که با حافظه کوتاه‌مدت و ناهمسانی واریانس مواجه هستیم، استوار^۱ نیست (Lo, 1991). او برای نشان دادن وابستگی‌های ناشی از حافظه کوتاه‌مدت در سری زمانی y_t ، به‌ازای $t = 1, 2, \dots, n$ ، آماره R/S تعدیل یافته را به‌شکل رابطه شماره ۱۳ معرفی کرد.

$$\tilde{Q}_t = \frac{1}{\hat{\sigma}_n(q)} \left[\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{t=1}^k (y_t - \bar{y}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{t=1}^k (y_t - \bar{y}_n) \right] \quad \text{رابطه ۱۳}$$

لو به جای انحراف استاندارد نمونه‌ای $S(n)$ در مخرج کسر رابطه شماره ۱۱، یک برآوردکننده سازگار از ریشه دوم تخمین واریانس بلندمدت مشاهدات را به شکل رابطه شماره ۱۴ قرار می‌دهد.

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_n^2(q) &= \hat{\sigma}_y^2(q) + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q w_j(q) \left[\sum_{i=j+1}^n (y_i - \bar{y}_n)(y_{i-j} - \bar{y}_n) \right] \\ &= \hat{\sigma}_n^2(q) \equiv \hat{\sigma}_y^2(q) + 2 \sum_{j=1}^q w_j(q) \hat{\gamma}_j \end{aligned} \quad \text{رابطه ۱۴}$$

که در آن معادله γ تابع اتوکواریانس و q مرتبه وقفه است و ضابطه آماری خاصی برای آن وجود ندارد. $w_j(q)$ نیز به شکل رابطه شماره ۱۵ تعریف می‌شود.

$$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \quad q < n \quad \text{رابطه ۱۵}$$

ارزش بهینه q در معادله (۱۳) برای محاسبه \tilde{Q}_t باید به دقت انتخاب شود. لو مقدار $q = [k_n]$ را پیشنهاد داد به‌طوری که:

$$k_n \equiv \left(\frac{3n}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}^2} \right)^{\frac{2}{3}} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

$[k_n]$ بیانگر زیان تجمعی بزرگتر یا مساوی k_n است و $\hat{\rho}$ ضریب خودهمبستگی ساده درجه اول مشاهدات است. اگر فرایند برای گشتاور چهارم مناسب باشد و دارای وابستگی حافظه

کوتاهمدت باشد، در این حالت نیز \tilde{Q}_t به V (دامنه پل براونی) هم‌گرا خواهد بود و $V_n = \frac{Q_n}{\sqrt{n}}$ و به‌طور مجانبی منجر به توزیع متغیر تصادفی مطابق معادله (۱۷) می‌شود.

$$Fv(v) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (1 - 4k^2 v^2) e^{-2(kv)^2} \quad (\text{رابطه ۱۷})$$

لو (۱۹۹۱) نشان داد که چنانچه y_t حافظه کوتاهمدت داشته باشد، ولی حافظه بلندمدت نداشته باشد، این امکان را فراهم می‌کند تا محدودیت‌هایی که سطح اطمینان بر فرض صفر تحمیل می‌کند (که سری زمانی دارای حافظه کوتاهمدت است) را پیدا کنیم (Rachev et al., 2007). برای $q = 0$ مقدار آماره R/S تعدیل شده که در رابطه شماره ۱۳ نشان داده شده است، همان آماره R/S است. در حالت کلی نیز بعد از محاسبه \tilde{Q}_t برای n های مختلف، پارامتر H از طریق برآورد رابطه $\log(\tilde{Q}_t) = \log C + H \log n$ به روش حداقل مربعات محاسبه می‌شود.

• روش GPH تست

گوک، پورتر و هوداک (۱۹۸۳) یک روش نیمه پارامتریک را برای آزمون حافظه بلندمدت پیشنهاد کردند (Geweke, Porter & Hudak, 1983). آنها چگالی طیفی فرایند انباشته جزئی y_t را به شکل رابطه (۱۸) ارائه کردند:

$$f(\omega) = \left[4 \sin^2 \left(\frac{\omega}{4} \right) \right]^{-d} f_u(\omega) \quad (\text{رابطه ۱۸})$$

که ω فرکانس فوریه است و $f_u(\omega)$ چگالی طیفی متناسب با u_t است. گوک، پورتر و هوداک با استفاده از تخمین دوره‌نگار $f(\omega_t)$ نشان دادند، تخمین حداقل مربعات \hat{d} با استفاده از رگرسیون در نمونه‌های بزرگ توزیع نرمال دارد. آماره تعریف شده برای بررسی وجود اثر حافظه بلندمدت به‌گونه‌ای است که در آن $U_t = \ln \left[4 \sin^2 \left(\frac{\omega_t}{4} \right) \right]$ و \bar{U} میانگین نمونه U_t ، $t = 1, \dots, n_f$ است. تحت فرض صفر عدم وجود حافظه بلندمدت ($d = 0$)، آماره t عبارت است از رابطه شماره ۱۹ که دارای توزیع نرمال استاندارد است.

$$t_{d=} = \hat{d} \cdot \left(\frac{\pi^2}{6 \sum_{t=1}^{n_f} (U_t - \bar{U})^2} \right)^{-1/2} \quad (\text{رابطه ۱۹})$$

چگالی طیفی ارائه شده در رابطه (۱۸) که از دوره‌نگار نمونه حاصل شده است را می‌توان به شکل ساده‌تر (رابطه ۲۰) در قالب رگرسیون طیفی بازنویسی کرد.

$$\ln I(\omega_\lambda) = \beta_0 + \beta_1 \ln \left[\frac{\omega_\lambda}{2} \right] + \varepsilon \quad \lambda = 1, \dots, \frac{n-1}{2} \quad (\text{رابطه ۲۰})$$

با استفاده از روش حداقل مربعات، در معادله (۱۹)، $\hat{\beta}_1$ - برآورد پارامتر حافظه بلندمدت (d)، $\omega_t = \frac{2\pi\lambda}{n}$ فرکانس فوریه و $I(\omega_\lambda)$ دوره‌نگار نمونه در فرکانس‌های مختلف است. فرض اصلی این نوع برآورد یکسان، در نظر گرفتن چگالی طیفی فرایند $ARFIMA(p, d, q)$ و فرایند $(0, d, 0)$ ARFIMA است (Bahardwaj & Swanson, 2004).

روش پژوهش

معرفی الگو

مدل‌سازی تلاطم بازده در بازارهای سهام، از دیدگاه پژوهشگران دانشگاهی و نیز کاربردان علم مالی، به لحاظ موارد استفاده آن در پیش‌بینی بازده سهام، موضوع با اهمیتی به نظر می‌رسد. این پیش‌بینی‌ها در مواردی چون مدیریت ریسک قیمت‌گذاری مشتقات مالی و پوشش ریسک ناشی از آنها، بازارسازی، انتخاب سبدهای مالی و خیلی از فعالیت‌های مالی دیگر می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. از این جهات تخمین تلاطم در بازارهای مالی، اهمیت می‌یابد. اهمیت این موضوع با نگاهی به مقاله‌ها و کتاب‌های منتشرشده در زمینه تلاطم بازده و قابلیت‌های پیش‌بینی مدل‌های تلاطمی متعدد، بیشتر نمایان می‌شود و اهمیت تلاطم را در سرمایه‌گذاری، ارزش‌گذاری اوراق بهادار، مدیریت ریسک و اتخاذ سیاست‌های پولی منعکس می‌کند (Poon & Granger, 2003). از جمله ابزارهای مورد استفاده در سنجش سرایت تلاطم، مدل‌های GARCH است که شکل عمومی معادله واریانس در یک مدل $GARCH(1,1)$ در رابطه شماره ۲۱ آورده شده است. همچنین چنانچه بخواهیم مدل $GARCH(1,1)$ را به صورت دارای حافظه بلندمدت $FIGARCH(1,d,1)$ بازنویسی کنیم به شکل معادله (۲۲) قابل بازنمایی است.

معادله واریانس در مدل $GARCH(1,1)$:

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta\sigma_{t-1}^2 + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 \quad (\text{رابطه ۲۱})$$

معادله واریانس در مدل $FIGARCH(1,d,1)$:

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta\sigma_{t-1}^2 + (1 - \beta L - (1 - \phi L)(1 - L)^d) \varepsilon_t^2 \quad (\text{رابطه ۲۲})$$

توسعه مدل $FIGARCH$ تک‌متغیره به یک چارچوب چندمتغیره با لحاظ کردن حافظه بلندمدت پسماندها در مدل $GARCH$ چندمتغیره و براساس الگوی زیر انجام می‌پذیرد:

ماتریس واریانس - کواریانس در مدل GARCH(1,1) چندمتغیره قطری به صورت رابطه (۲۳) است.

$$H_{ij,t} = \omega_{ij} + \alpha_{ij} \varepsilon_{i,t-1} \varepsilon_{j,t-1} + \beta_{ij} H_{ij,t-1} \quad \text{رابطه (۲۳)}$$

برای لحاظ کردن خاصیت FI در معادله (۲۱) و تبدیل آن به معادله (۲۲)، کافی است $(1-L)^d$ را جایگزین αL کنیم (Pafka & Matyas, 2001). همچنین برای توسعه به سمت چارچوب قطری چندمتغیره، می‌بایست برای هر عضو از ماتریس کواریانس شرطی، یک معادله GARCH ارائه دهیم. گفتنی است ماتریس کواریانس H_t و $\varepsilon_t \varepsilon_t'$ که در معادله (۲۳) مطرح شده، ماتریس‌های متقارن بوده و در نتیجه ω_{ij} ، α_{ij} و β_{ij} نیز متقارن هستند. برای توسعه مدل FIGARCH به مدل FIGARCH چندمتغیره، باید برای هر مؤلفه از ماتریس کواریانس شرطی معادله FIGARCH بنویسیم؛

$$H_{ij,t} = \omega_{ij} + \beta_{ij} H_{ij,t-1} + (1 - \beta_{ij}L - (1 - \phi_{ij}L)(1-L)^{d_{ij}}) \varepsilon_{i,t} \varepsilon_{j,t} \quad \text{رابطه (۲۴)}$$

این رویکرد یک توسعه مستقیم از مدل دو متغیره به سمت چندمتغیره است (Teyssiere, 1997). نقطه ضعف این رویکرد این است که تابع راست‌نمایی آن به تعداد پارامترهای حافظه بلندمدت بسیار حساس است؛ چراکه $N(N+1)/2$ پارامتر داریم که تابع راست‌نمایی برای تخمین مدل با مشکل روبه‌رو می‌شود. برای رفع این مشکل یک تصریح کوتاه‌تر و باصرفه‌تر برای مشخص‌نمایی اجزای حافظه بلندمدت به کار می‌بریم. در این رویکرد برای توسعه از مدل تک‌متغیره FIGARCH به یک چارچوب چندمتغیره از رویه‌ای شبیه توسعه مدل GARCH تک‌متغیره به چندمتغیره استفاده می‌کنیم. با این تفاوت که عملگر $(1-L)^d$ را به صورت اسکالر باقی نگاه داشته و سایر اجزای معادله (۲۲) را به صورت ماتریسی بیان می‌کنیم که بازنمایی معادله واریانس به شکل رابطه شماره ۲۵ خواهد شد؛

$$H_{ij,t} = \omega_{ij} + \beta_{ij} H_{ij,t-1} + (1 - \beta_{ij}L - (1 - \phi_{ij}L)(1-L)^{d_{ij}}) \varepsilon_{i,t} \varepsilon_{j,t} \quad \text{رابطه (۲۵)}$$

مشخص‌نمایی تعریف‌شده به سادگی از مشخص‌نمایی رابطه ۲۳ با قرار دادن $d_{ij} = d$ به دست می‌آید. به گفته دیگر، یک ساختار مشترک در اجزای حافظه بلندمدت در نظر گرفته می‌شود. در ذیل چند دلیل آورده شده است که ارزش روش به کار گرفته شده را آشکار می‌کند (Pafka & Matyas, 2001).

۱- برای سری‌های زمانی تجربی مالی مشابه، از لحاظ تئوریک منطقی است فرض شود که یک ساختار حافظه بلندمدت مشترک وجود دارد. (برای مثال نرخ‌های ارز خارجی در مقابل دلار آمریکا)؛

۲- مطالعات انجام‌گرفته به این نکته اشاره دارد که درجه حافظه بلندمدت در تلاطم سری‌های زمانی تجربی مالی مشابه، نزدیک به یکدیگر هستند (برای مثال تیسیر (۱۹۹۷) با استفاده از مدل‌های تخمین نیمه پارامتریک به یک درجه حافظه بلندمدت مشترک در تلاطم‌های روزانه نرخ ارز بین آلمان و انگلیس در مقابل دلار آمریکا دست یافت).

۳- بسط مک لورن $(1-L)^d$ یک فرم غیر خطی از d است. بنابراین لزومی به اعمال جزء $(1-L)^{d_{ij}}$ نیست. گفتنی است، این موضوع در مورد پارامترهای دیگری مانند ω ، β و ϕ لحاظ نمی‌شود؛ چراکه این پارامترها دارای فرم خطی در معادله واریانس (۲۴) هستند.

با توجه به دلایل ارائه شده برای مشخص‌نمایی معادله واریانس از معادله (۲۴) استفاده می‌کنیم که در آن ماتریس‌های ω_{ij} ، β_{ij} و ϕ_{ij} متقارن هستند و پارامتر حافظه بلندمدت $0 < d < 1$ است. از لحاظ تحلیلی، یافتن شرایط مثبت معین بودن فرایند H_t دشوار است. بنابراین شرط مثبت معین بودن به صورت عددی برای مقادیر داخل نمونه‌ای^۱ ماتریس واریانس شرطی، اعمال می‌شود.

توسعه مدل BEKK(1,1) به مدل FBEEK(1,d,1)

فرض کنید بردار r_t بردار بازده N دارایی مالی در دوره t ام و I_{t-1} مجموعه اطلاعات جمع‌آوری شده تا زمان $t-1$ باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$r_t = \mu_t(I_{t-1}) + \varepsilon_t \quad \text{رابطه (۲۶)}$$

که در آن μ_t بردار بازده مورد انتظار دوره t ام با توجه به مجموعه اطلاعات گذشته بوده که می‌تواند یک مدل VAR به صورت رابطه (۲۷) باشد:

$$\mu_t = A. + \sum_{i=1}^p A_i r_{t-i} \quad \text{رابطه (۲۷)}$$

بردار ε_t نیز نشان‌دهنده پسماندها در دوره t ام بوده که به صورت (۲۸) قابل تعریف است:

$$\varepsilon_t = H_t^{\frac{1}{2}}(I_{t-1})Z_t \quad \text{رابطه ۲۸}$$

که $H_t^{\frac{1}{2}}(I_{t-1})$ یک ماتریس مثبت معین $N \times N$ و Z_t بردار تصادفی به صورت $N \times 1$ بوده و دارای گشتاورهای اول و دوم زیر است:

$$E(Z_t) = 0$$

$$\text{var}(Z_t) = I_N$$

که در آن I_N ماتریس یکه با بعد N بوده و به راحتی می توان نشان داد که ماتریس وارینانس شرطی τ_t برابر H_t است. یک معادله عمومی برای H_t که بالرسلو در سال ۱۹۸۸ پیشنهاد کرد، مدل ساده $VECM(1,1)$ است که به صورت رابطه شماره ۲۹ تعریف می شود:

$$h_t = c + A\eta_{t-1} + Gh_{t-1} \quad \text{رابطه ۲۹}$$

که در آن، $h_t = \text{vech}(H_t)$ و $\eta_t = \text{vech}(\varepsilon_t \varepsilon_t')$ است. عملگر vech روی یک ماتریس مربع تعریف شده و مقادیر روی قطر اصلی و زیر قطر اصلی را به صورت بردار می دهد. این مدل به طور عمده در موارد دو متغیره کاربرد دارد و برای حل این مشکل معمولاً محدودیت‌هایی روی پارامترهای مدل اعمال می شود. بالرسلو (۱۹۸۸) مدل قطری VEC را پیشنهاد کرد که در آن ماتریس‌های A و G قطری فرض شده و عناصر h_{ijt} فقط وابسته به وقفه‌های خود و مقادیر یک دوره گذشته $\varepsilon_{it} \varepsilon_{jt}$ هستند. این محدودیت تعداد پارامترها را به $N(N+5)/2$ کاهش می دهد، اما همچنان در مدل‌های با بعد زیاد، تخمین مدل مشکل خواهد بود. با توجه به اینکه در یک مدل VEC تضمین مثبت معین بودن H_t بدون اعمال محدودیت‌های قوی مشکل است، انگل و کرومر (۱۹۹۵) مدل $BEKK$ را پیشنهاد کردند (سیدحسینی و همکاران، ۱۳۹۱). یک مدل $BEKK(1,1,K)$ به صورت رابطه شماره ۳۰ تعریف می شود:

$$H_t = C^* C^* + \sum_{k=1}^K A_k^* \varepsilon'_{t-1} \varepsilon_{t-1} A_k^* + \sum_{k=1}^K G_k^* H_{t-1} G_k^* \quad \text{رابطه ۳۰}$$

در شکل ساده‌تر یک مدل $BEKK(1,1)$ به صورت (۳۱) تعریف می شود:

$$H_t = C^* C^* + A^* \varepsilon'_{t-1} \varepsilon_{t-1} A^* + G^* H_{t-1} G^* \quad \text{رابطه ۳۱}$$

که در آن A^* ، G^* و C^* ماتریس‌های $N \times N$ و C^* یک ماتریس بالامثلثی است. مدل $BEKK$ پرکاربردترین مدل $GARCH$ چندمتغیره است که در مقاله‌های مختلف از آن استفاده شده است. باونس، لارنت و رومباوتس (۲۰۰۶) اشاره دارند که این مدل در بُعد پایین (کمتر از ۱۰) مشکلات سایر مدل‌ها در همگرایی برآورد را ندارند و این امر سبب می‌شود که تخمین‌های پارامترها از قابلیت اتکای بالایی برخوردار باشند. همچنین باید ماتریس واریانس، مثبت معین باشد که برقراری این ویژگی‌ها توسط پارامترهای برآورد شده، چندان ساده نیست. گفتنی است، مدل‌های $BEKK$ شکل خاصی از مدل‌های VEC هستند، اما پارامترهای مدل $BEKK$ برخلاف مدل VEC ، مستقیماً تأثیر وقفه‌ها را روی عناصر H_t نشان نمی‌دهند. با وجود اعمال محدودیت‌های مختلف روی مدل‌های $BEKK$ ، معمولاً زیادبودن پارامترها همچنان یک مشکل اساسی است (سیدحسینی و همکاران، ۱۳۹۱). در نتیجه این مدل‌ها در مواردی با بُعد بیش از ۳ یا ۴ متغیر (سری) به کار نمی‌روند. حال برای توسعه مدل $GARCH$ چندمتغیره به $FIGARCH$ ، چندمتغیره یک مدل $BEKK(1,1)$ را در نظر می‌گیریم. پیش از این توضیح داده شد که برای توسعه مدل $GARCH(1,1)$ چندمتغیره به مدل $FIGARCH(1,d,1)$ چندمتغیره، باید عبارت در معادله (۲۳) با عبارت (۳۲) جایگزین شود.

$$[1 - \beta_{ij}L - (1 - \phi_{ij}L)(1 - L)^{d_{ij}}] \varepsilon_{it} \varepsilon_{tj} \quad \text{رابطه (۳۲)}$$

رابطه (۳۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} [1 - \beta_{ij}L - (1 - \phi_{ij}L)(1 - L)^{d_{ij}}] \varepsilon_{it} \varepsilon_{tj} &= \\ = \varepsilon_{it} \varepsilon_{tj} - \beta_{ij}L(\varepsilon_{it} \varepsilon_{tj}) - (1 - L)^d (\varepsilon_{it} \varepsilon_{tj}) + \phi_{ij}L(1 - L)^d (\varepsilon_{it} \varepsilon_{tj}) \end{aligned} \quad \text{رابطه (۳۳)}$$

بنابراین، برای تبدیل مدل $BEKK(1,1)$ به مدل $FBEKK(1,d,1)$ می‌بایست، عبارت در معادله (۳۱) با عبارت (۳۴) جایگزین شود.

$$\varepsilon'_t \varepsilon_t - G^{*'} (\varepsilon'_{t-1} \varepsilon_{t-1}) G^* - (1 - L)^d \varepsilon'_t \varepsilon_t + A^{*'} (1 - L)^d \varepsilon'_{t-1} \varepsilon_{t-1} A^* \quad \text{رابطه (۳۴)}$$

در نتیجه، مدل $FBEKK(1,d,1)$ به صورت رابطه ۳۵ به دست می‌آید.

$$H_t = C^{*'} C^* - G^{*'} \varepsilon'_{t-1} \varepsilon_{t-1} G^* + [1 - (1 - L)^d] (\varepsilon'_t \varepsilon_t) + (1 - L)^d A^{*'} (\varepsilon'_{t-1} \varepsilon_{t-1}) A^* + G^{*'} H_{t-1} G^* \quad \text{رابطه (۳۵)}$$

این مدل چندمتغیره توسعه‌ای از مدل BEKK است که اثر حافظه بلندمدت را در نظر می‌گیرد و به مدل امکان تطبیق پذیری بیشتری با دنیای واقعی می‌دهد. مدل توسعه داده شده، علاوه بر لحاظ کردن پارامتر حافظه بلندمدت، آن را طی فرایند مدل سازی برآورد می‌کند. مدل فوق در برنامه Eviews کدنویسی شده که نتایج حاصل در ادامه آورده شده است.

یافته‌های پژوهش

از آنجا که هدف نهایی تمامی مطالعات تجربی، معرفی مدل‌هایی است که توانایی بهتری در تبیین فرایند تولید داده‌ها^۱ (که ناشناخته است) دارند و می‌توانند پیش‌بینی دقیق‌تری از سری زمانی ارائه دهند، در این پژوهش تلاش شده است که به مدل سازی مقایسه‌ای سرایت تلاطم با در نظر گرفتن اثر حافظه بلندمدت در مدل‌های GARCH پرداخته شود. در راستای سنجش وجود حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی مورد مطالعه از آزمون‌های آماری وجود حافظه بلندمدت (آماره R/S تعدیل شده و آزمون GPH) استفاده شد. همچنین مدل‌های FBEKK و BEKK از لحاظ توانایی آنها در شناسایی مؤلفه‌های سرایت تلاطم میان شاخص‌های مطالعاتی مورد مقایسه قرار گرفتند. مدل FBEKK که در این پژوهش به کار گرفته شد، توسعه یافته از مدل BEKK است که پارامتر حافظه بلندمدت (d) در آن لحاظ شده و آن را طی فرایند مدل سازی برآورد می‌کند.

معرفی شاخص‌های مالی مورد مطالعه

در این پژوهش، شاخص قیمت سه گروه صنعت در بورس اوراق بهادار تهران شامل شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات، شاخص واسطه‌گری‌های مالی (لیزینگ) و شاخص ماشین‌آلات و تجهیزات در مدل سازی‌های تجربی استفاده می‌شود. بازه زمانی پژوهش نیز برای داده‌های روزانه از ۱۳۸۳/۰۶/۰۳ الی ۱۳۸۷/۰۶/۳۱ در نظر گرفته شده است. در انتهای سال ۱۳۸۸، ارزش بازاری شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات افزون بر ۴۳ میلیارد ریال و شاخص‌های لیزینگ و ماشین‌آلات و تجهیزات در رتبه‌های بعد از آن با ارزشی بیش از ۴ میلیارد ریال قرار داشتند. گفتنی است در این مقاله، به دلیل اینکه امکان مقایسه مدل‌ها فراهم شود، از داده‌های مرجع (ابراهیمی و کشاورز حداد، ۱۳۸۹) استفاده شده است. همچنین در انتخاب سه شاخص یادشده موارد زیر مدنظر قرار گرفته شده است:

1. Data Generating Process (DGP)

الف: وجود دست‌کم سه شرکت در گروه مربوطه: در بورس تهران گروه‌هایی با تنها یک یا دو شرکت نیز وجود دارند. وجود تعداد بسیار کم شرکت‌ها در یک گروه، موجب می‌شود شاخص، تحت تأثیر شدید تغییرات بازده و تلاطم آن شرکت (ها) قرار گیرد.

ب: اندازه - مرتب^۱ باشند؛ یعنی این شاخص‌ها بر اساس اندازه شرکت‌های زیرمجموعه خود انتخاب و مرتب شوند؛ به‌گفته دیگر، این شاخص‌ها به‌ترتیب شامل شرکت‌های بزرگ، متوسط و کوچک باشند. مطالعات تجربی نشان می‌دهد که به‌طور عمده، تلاطم‌ها ابتدا به سهام بزرگتر وارد شده و سپس سهام کوچکتر به‌دنبال آنها متلاطم شده‌اند، تلاش شده از این ویژگی برای بررسی پیش‌بینی‌پذیری شاخص بهره گرفته شود.

ویژگی‌های آماری داده‌ها

پیش از مدل‌سازی باید ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص‌های مورد مطالعه بررسی شود. برای این امر، ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص‌ها در ذیل آورده شده است. همان‌طور که در جدول شماره ۲ مشاهده می‌شود، میانگین بازده روزانه شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات از آذرماه ۱۳۷۶ تا پایان آذرماه ۱۳۸۷ برابر 0.001204 و انحراف معیار آن 0.008523 بوده است (ابراهیمی و کشاورز حداد، ۱۳۹۰).

جدول ۲. ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص‌ها

ماشین‌آلات و تجهیزات	واسطه‌گری‌های مالی (لیزینگ)	صنعت خودرو و ساخت قطعات	میانگین
۰.۰۰۰۵۵۳	۰.۰۰۱۹۹۵	۰.۰۰۱۲۰۴	میانگین
۰.۰۰۸۱۹۷	۰.۰۱۹۱۱۸	۰.۰۰۸۵۲۳	انحراف معیار
۱.۸۱۹۹۷۵	-۰.۰۷۸۶۷۰	۱.۵۲۵۸۵۱	چولگی
۷۲.۱۴۹۵۳	۱۹.۰۲۴۰۵	۳۴۶۵۸۳۹	کشیدگی

مقدار انحراف معیار در مقایسه با میانگین نشان می‌دهد که این متغیر در طول دوره مورد بررسی از تلاطم بالایی برخوردار نبوده است. توزیع تجربی این سری‌زمانی دارای چولگی $1/525$ است که به‌معنای چولگی به راست است، همچنین کشیدگی آن $34/65$ است که خیلی بیشتر از کشیدگی تابع چگالی نرمال است. بنابراین منحنی آن دارای دنباله باریک و پهن و قله بلند است.

حافظه بلندمدت

برای بررسی حافظه بلندمدت در سه سری زمانی مورد مطالعه از آزمون GPH و آماره R/S و نرم افزار S-PLUS استفاده شده است. در آزمون GPH و آماره R/S فرضیه صفر، عدم وجود حافظه بلندمدت و فرض مقابل، وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی است. بنابراین چنانچه آماره آزمون اختلاف معناداری از صفر نداشته باشد، فرض صفر یعنی عدم وجود حافظه بلندمدت را نمی توان رد کرد. نتایج به کارگیری هر یک از دو آزمون ذکر شده در جدول (۳) ارائه شده است.

جدول ۳. آزمون GPH و آماره R/S برای سنجش وجود حافظه بلندمدت

سطح معناداری		نتایج سنجش وجود حافظه بلندمدت (آماره R/S تعدیل شده و آزمون GPH)			
٪۹۹	٪۹۵	d	مقدار آماره آزمون GPH	مقدار آماره آزمون R/S	شاخص مورد آزمون (بازده)
**	*	۰.۳۳۸۶	۳.۲۲۴**	۲.۲۸۷**	صنعت خودرو و ساخت قطعات
**	*	۰.۴۰۱۱	۲.۹۲۱۴**	۲.۰۹۴۴*	واسطه گری های مالی (لیزینگ)
**	*	۰.۲۸۸۴	۲.۱۰۰۶*	۲.۶۶۶۱**	ماشین آلات و تجهیزات

بر اساس نتایج ارائه شده در جدول (۳)، وجود حافظه بلندمدت در بازده شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات و شاخص واسطه گری های مالی (لیزینگ) در سطح اطمینان ۹۹ درصد تأیید می شود. بر اساس این آزمون، وجود حافظه بلندمدت در شاخص ماشین آلات و تجهیزات در سطح اطمینان ۹۹ درصد قابل تأیید نیست و در سطح اطمینان ۹۵ درصد تأیید می شود. با توجه به مقدار مثبت و کوچکتر از ۰/۵ به دست آمده برای پارامتر حافظه بلندمدت (d)، مشخص است که هر سه سری زمانی مورد مطالعه مانا هستند. گفتنی است تخمین عددی پارامتر حافظه، فقط توسط آزمون GPH انجام می پذیرد و آماره R/S قادر به تعیین مقدار پارامتر حافظه به طور مستقیم نیست و نرم افزار S-PLUS فقط وجود یا عدم وجود آن را می آزماید. همان طور که در جدول (۳) مشاهده می شود، بر اساس آماره R/S دو سری زمانی صنعت خودرو و ساخت قطعات و ماشین آلات و تجهیزات در سطح اطمینان ۹۹ درصد و شاخص واسطه گری های مالی - لیزینگ نیز در سطح اطمینان ۹۵ درصد دارای حافظه بلندمدت هستند.

آزمون وجود سرایت تلاطم در بازده شاخص ها

برای تخمین پارامترهای مدل FBEKK، می بایست معادله های مربوط به واریانس ها و کوواریانس شرطی سری های زمانی مورد مطالعه را نوشته و پارامترهایی که باید برآورد شوند را تعریف کنیم. این پارامترها شامل کلیه مؤلفه های ماتریس های A^* ، G^* ، C^* و همچنین پارامتر

حافظه بلندمدت d است. سپس برای هر کدام از سری‌های زمانی، یک مدل $GARCH(1,1)$ تک‌متغیره برآورد کرده و از نتایج این برآورد، برای تعریف مقادیر اولیه مؤلفه‌های قطری ماتریس‌های A^* ، G^* ، C^* و تعریف پسماندهای سری‌های زمانی $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \varepsilon_{3t})$ استفاده می‌کنیم. برای ساختار حافظه بلندمدت $(1-L)^d$ نیز از بسط مک‌لورن آن به شکل رابطه (۹) بهره می‌گیریم. آخرین مرحله بهینه‌سازی تابع لگاریتم راست‌نمایی است که از طریق روش عددی برنت هال، هال و هاسمن BHHH ماکزیمم شده است. البته در مدل دومتغیره، سه معادله واریانس و کوواریانس وجود دارد، در حالی که در مدل سه‌متغیره تعداد این معادله‌ها به عدد شش افزایش می‌یابند و بیست‌وپنج پارامتر نیز می‌بایست، برآورد شود. چارچوب به‌کارگیری این روش در قالب معادله (۳۶) تعریف می‌شود:

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \lambda_i \left(\left(\frac{\partial I_t}{\partial \theta} \right)^T \frac{\partial I_t}{\partial \theta} \right)^{-1} \left(\frac{\partial I_t}{\partial \theta} \right)^T \quad \text{رابطه ۳۶}$$

که در آن پارامتر برآوردی را پس از تکرار i ام مشخص می‌کند، $\frac{\partial I_t}{\partial \theta}$ در $\theta^{(i)}$ معین است و λ طول گام متغیر انتخاب شده برای تابع حداکثر درست‌نمایی در مسیر داده شده است که به‌وسیله رگرسیون حداقل مربعات بردار $1 \times T$ برای هر یک از $\frac{\partial I_t}{\partial \theta}$ محاسبه شده است. همان‌طور که گفته شد، برای تخمین مدل BEKK و FBEEK از روش شبه حداکثر راست‌نمایی استفاده شده است. مدل FBEEK علاوه بر لحاظ کردن پارامتر حافظه بلندمدت، آن را طی فرآیند مدل‌سازی برآورد می‌کند که رویکرد مقایسه‌ای مدل‌ها تا کنون در مطالعات گذشته مورد توجه نبوده است. در مدل FBEEK، اثرات آرج در هر یک از متغیرها را تصریح می‌کند و α_{ij} نشان‌دهنده اثر سرایت (سرریز) شوک (تلاطم)‌های دوره پیشین متغیر i به تلاطم جاری متغیر j است. این اثر سرایت بر اساس مربع پسماندها اندازه‌گیری می‌شود که از مدل‌های پیش‌بینی بازده به‌دست می‌آید. β_{ij} اثرات گارچ را نشان می‌دهد و تصریحی از پایداری تلاطم در هر یک از سری‌ها است. β_{ij} که بر مبنای پیش‌بینی اخیر واریانس است، نشان‌دهنده اثر سرایت تلاطم واریانس‌های دوره پیشین متغیر i به واریانس جاری متغیر j است. گفتنی است هر دو عبارت α_{ij} و β_{ij} می‌توانند حاکی از سرایت بین شاخص‌ها باشند. اثر سرریز تلاطم به‌وسیله مقادیر غیرقطری مشخص می‌شود. نتایج حاصل از تخمین مدل‌های BEKK و FBEEK در جدول شماره ۴ آورده شده است.

جدول ۴. مقایسه نتایج حاصل از تخمین مدل های BEKK و FBEEK

مقایسه دو مدل	مدل FBEEK		مدل BEKK		تخمین ضرایب
	Value	$P(r > r)$	Value	(بدون در نظر گرفتن اثر حافظه بلندمدت) $P(r > r)$	
پارامتر حافظه بلندمدت	-۰.۳۱۵۸۰۰	۰.۰۰۸۹	-	-	d
در مدل BEKK با معنی	۰.۱۴۰۶۲۸	۰.۱۲۳۷	۰.۸۹۸۵۵	۰.۰۰۰۰۰	α_{11}
در مدل FBEEK با معنی	۰.۰۰۲۷۸۴۱	۰.۰۰۲۶۳	۰.۰۰۲۲۲۷	۷.۶۶۶E-۰۰۱	α_{12}
در هر دو مدل بی معنی	۰.۰۰۳۹۴۳۱	۰.۶۳۷۲	-۰.۰۰۶۷۲۸۳	۴.۰۷۸E-۰۰۱	α_{13}
در هر دو مدل با معنی	۰.۸۲۲۸۲۳	۰.۰۰۰۰۰	۰.۰۰۲۱۶۸۵۱۰	۷.۴۱۴E-۰۰۰۳	α_{21}
در هر دو مدل با معنی	۰.۴۸۳۰۰۸	۰.۰۰۰۰۰	۰.۸۳۰۰۲۸	۰.۰۰۰۰۰	α_{22}
در هر دو مدل با معنی	۰.۳۰۳۱۱۴	۰.۰۰۰۱۲	۰.۰۰۶۷۳۹۵	۴.۹۷۹E-۰۰۰۳	α_{23}
در مدل FBEEK با معنی	-۰.۱۱۱۷۶۱	۰.۰۰۳۶۴	۰.۰۰۳۰۷۴۴	۲.۹۶۵E-۰۰۰۱	α_{31}
در مدل FBEEK با معنی	۰.۰۰۸۷۶۶۱	۰.۰۰۰۰۰	۰.۰۰۲۰۲۱۰	۲.۹۶۴E-۰۰۰۱	α_{32}
در هر دو مدل با معنی	۰.۰۴۱۳۳۷۴	۰.۰۰۰۰۰	۰.۶۶۱۷۴۱	۰.۰۰۰۰۰	α_{33}
در مدل BEKK با معنی	۰.۷۸۱۳۳۳	۰.۰۲۰۰۵	۰.۴۹۱۱۳۲	۰.۰۰۰۰۰	β_{11}
در هر دو مدل بی معنی	-۰.۰۰۴۰۵۲۷	۰.۳۹۱۸	-۰.۰۰۲۷۸۸۱	۶.۲۲۳E-۰۰۰۱	β_{12}
در هر دو مدل بی معنی	۰.۰۰۴۹۲۴۴	۰.۰۷۶۷۰	۰.۰۰۲۰۱۵	۷.۱۹۴E-۰۰۰۱	β_{13}
در هر دو مدل بی معنی	۰.۰۰۲۵۲۹۰	۰.۹۷۵۲	۰.۰۰۰۲۶۰۷	۵.۳۹۶E-۰۰۰۱	β_{21}
در هر دو مدل با معنی	۰.۵۹۲۶۴۶	۰.۰۰۰۰۰	۰.۸۶۴۶۹۱	۰.۰۰۰۰۰	β_{22}
در هر دو مدل با معنی	۰.۰۴۵۳۰۴۶	۰.۰۰۱۱۵	-۰.۰۰۱۵۴۵۹	۲.۱۰۲E-۰۰۰۲	β_{23}
در هر دو مدل بی معنی	۰.۰۰۰۶۳۰۷	۰.۹۸۵۲	۰.۰۰۱۱۵۶۷	۴.۹۱۴E-۰۰۰۱	β_{31}
در مدل FBEEK با معنی	-۰.۰۰۹۴۳۲۷	۰.۰۰۰۰۰	-۰.۰۰۰۲۰۷۸	۸.۷۶۴E-۰۰۰۱	β_{32}
در هر دو مدل با معنی	۰.۰۷۰۹۴۹۹	۰.۰۰۰۰۰	۰.۵۵۰۷۳۶	۰.۰۰۰۰۰	β_{33}
	AIC = -۱۹.۳۳۲۸۰	BIC = -۱۹.۱۷۹۰۹	AIC = -۲۳۳۳۳.۵۶	BIC = -۲۳۳۴۸.۵	

مدل FBEKK چندمتغیره بعد از ۵۵ بار تکرار، همگرا شده و مقدار لگاریتم تابع راست‌نمایی آن که با استفاده از روش BHHH ماکزیمم شد، برابر با ۹۰۸۱ گزارش می‌شود. مدل BEKK نیز پس از ۴۶ تکرار همگرا شد و مقدار لگاریتم راست‌نمایی آن ۸۰۴۳ به‌دست آمد. همان‌طور که در جدول شماره ۴ قابل مشاهده است، مقدار پارامتر حافظه‌بلندمدت (d)، برابر با $(-۰/۳۱۵)$ برآورد شده است. می‌توان نشان داد زمانی که $|d| > ۱/۲$ است، سری زمانی نامانا است و زمانی که $۱/۲ < d < ۰$ است، سری زمانی مانا و دارای حافظه بلندمدت است. همچنین وقتی که $۰ < d < -۱/۲$ است، سری زمانی مانا و دارای حافظه کوتاه‌مدت است که در پاره‌ای از متون آن را ناماندار^۱ می‌نامند (Rachev et al, 2007). گفتنی است، این تعبیر خود در حوزه حافظه بلندمدت طبقه‌بندی می‌شود. همچنین تفاوت d برآورده شده برای مدل‌های مختلف، حاکی از تبیین متفاوت مدل‌ها از میزان دیرپایی تأثیر شوک‌های مختلف بر فرآیند میانگین لگاریتمی سری زمانی است (کشاورز و همکاران، ۱۳۹۰).

در مدل BEKK، ضرایب α_{ii} و β_{ii} همگی معنادار هستند که نشان‌دهنده میزان انتقال شوک‌ها و پایداری در تلاطم‌های شرطی درون هر یک از سه شاخص فوق‌الذکر است. [یادآوری می‌شود که اولین سری زمانی به صنعت خودرو و ساخت قطعات اختصاص یافت و واسطه‌گری‌های مالی (لیزینگ) و ماشین‌آلات و تجهیزات دوم و سوم را به خود اختصاص دادند.] اما این اثر در مدل FBEKK و شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات ($\alpha_{11} = ۰/۱۴۰۶۲۸$) و ($\beta_{11} = ۰/۷۸۱۳۳۳$) مشاهده نشد، اما در لیزینگ و ماشین‌آلات و تجهیزات به‌صورت معناداری مشاهده شد.

همان‌طور که در جدول شماره ۴ نشان داده شده است، نتایج حاصل از تخمین مدل BEKK، تنها نشان‌دهنده معنادار بودن ضریب ($\alpha_{21} = ۰/۲۸۶۸۵۱۰$) بود. اما در مدل FBEKK ضرایب ($\alpha_{21} = ۰/۸۲۳۸۳۳$) و ($\alpha_{22} = ۰/۰۴۷۸۴۱$) معنادار هستند. معناداری این ضرایب نشان‌دهنده سرایت از شاخص صنعت خودرو به شاخص لیزینگ و برعکس است.

همچنین ضرایب α_{22} و β_{22} که نشان‌دهنده سرایت تلاطم از سهام لیزینگ به ماشین‌آلات و ساخت قطعات است، در مدل BEKK معنادار نبودند، اما در مدل FBEKK هر دو ضریب ($\alpha_{22} = ۰/۰۸۷۲۶۱$) و ($\beta_{22} = ۰/۰۹۴۲۴۷$) معنادار هستند. این سرایت در هر دو مدل به‌طور برعکس مشاهده شد و ضرایب α_{22} و β_{22} معنادار بودند. اثر سرایت از سهام صنعت خودرو به سهام ماشین‌آلات و تجهیزات نیز مشاهده نشد.

مدل BEKK نیز اثر تلاطم را در هر شاخص به صورت کاملاً معناداری نشان می‌داد، اما در مدل‌سازی سرایت، تنها ضرایب α_{21} و α_{33} و β_{33} معنادار بود که این یافته با نتایج حاصل از مدل FBEKK همخوانی داشت؛ اما در مدل BEKK سایر ضرایب تلاطم معنادار نبودند و نشان می‌دهد که مدل FBEKK که پارامتر حافظه بلندمدت (d) را طی فرآیند مدل‌سازی لحاظ کرده و برآورد می‌کند و ضرایب α_{12} ، α_{31} ، α_{32} و β_{33} را معنادار نشان می‌دهد، تصریح دقیق‌تری از مدل را فراهم می‌کند و تئوری‌های پایه اقتصادی نیز مؤید آن هستند.

همان‌طور که مشاهده شد، سرایت (ویژگی تقدم و تأخر) در بازده‌های روزانه کاملاً مشهود بود. ویژگی تقدم و تأخر در بسیاری از بازارهای مالی دنیا قابل مشاهده است. بخشی از این ویژگی تقدم و تأخر مشاهده شده در بازده‌های روزانه، می‌تواند ناشی از ساختار خرد بازار (مانند معاملات غیر همزمان و جریان اطلاعات) باشد؛ زیرا معمولاً سهم‌های بزرگتر، به دلیل حجم معاملاتی بالاتر، تأثیر اخبار جدید را زودتر نشان می‌دهد که این ایده توسط کنراد و کول (۱۹۸۹) مطرح شده است (Conrad & Kaul, 1989).

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

نتایج حاصل از آزمون GPH و آماره R/S، وجود حافظه بلندمدت در سه سری زمانی مورد مطالعه را تأیید کرد. با توجه به اینکه هر سه سری زمانی مالی دارای ویژگی حافظه بودند، اما مدل‌سازی آن می‌بایست با روش غیرخطی انجام می‌گرفت. از آنجا که حافظه بلندمدت موجب وابستگی غیرخطی در گشتاور اول توزیع بازده است، در مدل‌سازی سری زمانی پارامتری را تولید کرد که قابلیت پیش‌بینی داشت، این پارامتر در مدل FBEKK، تخمین زده شد. وجود این ویژگی موجب رد شکل ضعیف فرضیه کارایی بازار شد. وجود حافظه بلندمدت در بازده دارایی‌ها بیانگر وجود خودهمبستگی قوی میان مشاهدات با فاصله زمانی زیاد است. بنابراین، می‌توان از بازده گذشته برای پیش‌بینی بازده آینده استفاده کرد که این امر خود دلیلی بر عدم کارایی در بورس اوراق بهادار تهران بود.

سرایت تلاطم از شاخص صنعت خودرو به شاخص لیزینگ و برعکس مشاهده شد که البته این سرایت از شاخص خودرو به شاخص لیزینگ بیشتر بوده است. این امر، وجود اثر تقدم و تأخر را در این دو سری زمانی تأیید می‌کند. بررسی اطلاعات مالی شرکت‌های مجموعه صنعت خودرو نیز مؤید نتایج حاصل بود، به گونه‌ای که فروش تنها دو شرکت از زیرمجموعه شاخص صنعت خودرو (ایران خودرو و سایپا) در سال ۱۳۸۸، حدود ۱۷ هزار میلیارد بوده است. از طرفی بیش از

۳۵ درصد فروش تولیدات خودروسازان از طریق لیزینگ‌ها صورت می‌گیرد، بنابراین سرایت بیشتر تلاطم از شاخص صنعت خودرو به شاخص لیزینگ را مورد تأیید قرار می‌دهد. سرایت تلاطم از شاخص ماشین‌آلات و ساخت قطعات به شاخص لیزینگ و برعکس نیز مشاهده شد که البته این سرایت از شاخص ماشین‌آلات و ساخت قطعات به شاخص لیزینگ بیشتر بوده است. این امر نیز وجود اثر تقدم و تأخر را در این دو سری زمانی تأیید می‌کند. همچنین اثر سرایت از سهام صنعت خودرو به سهام ماشین‌آلات و تجهیزات نیز قابل مشاهده بود. با توجه به گستردگی و حجم بالای معاملات صنعت خودرو، سرایت تلاطم آن به ماشین‌آلات و ساخت قطعات، طبیعی به نظر می‌رسد. از سویی وجود سرایت دو طرفه بین لیزینگ و ماشین‌آلات، از انجام عملیات لیزینگ که موجب افزایش غیرمستقیم تقاضا و کمک به جذب سرمایه موردنیاز در این بخش می‌شود نیز، نشئت می‌گیرد. سرایت تلاطم از بخش ماشین‌آلات و مجموعه‌های آن، یعنی قطعه‌سازان و تولیدکنندگان مواد اولیه به لیزینگ با تکیه بر تئوری‌های جریان اطلاعات در بازار و تأثیر معاملات غیرهمزمان نیز تأیید می‌شود.

منابع

۱. ابراهیمی، ب.، و کشاورز حداد، غ. (۱۳۸۹). *مدل‌سازی غیرخطی تلاطم و بازدهی در صنعت خودرو ایران*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت و اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف.
۲. سیدحسینی، س. م.، باباخانی، م.، و ابراهیمی، ب. (۱۳۹۱). *درآمدی بر مدل‌های سرایت تلاطم در بازار سهام تهران*. انتشارات بورس.
۳. محمدی، ش.، و چیت سازان، ه. (۱۳۹۰). بررسی حافظه بلندمدت بورس اوراق بهادار تهران. *فصلنامه تحقیقات اقتصادی*، ۴۵ (۹۷): ۲۲۶-۲۰۷.
۴. کشاورز حداد، غ.، ابراهیمی، ب.، و جعفر عبدی، ا. (۱۳۹۰). بررسی سرایت تلاطم میان بازدهی سهام صنعت سیمان و صنایع مرتبط با آن در ایران. *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۱۶ (۴۷): ۱۶۲-۱۲۹.
۵. عرفانی، ع. (۱۳۸۷). بررسی حافظه بلندبودن شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران. *پژوهشنامه علوم اقتصادی*، ۸ (۲۸): ۹۴-۸۷.
6. Barkoulas, J.T., Baum, C.F., and Travlos, N., (2000). Long Memory in the Greek Stock Market, *Applied Financial Economics*, 10:177-184.
7. Bhardwaj, G., & Swanson, N. R. (2004). An Empirical Investigation of the Usefulness of ARFIMA Models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series. *Journal of Econometrics*, 131(1-2): 539-578.

8. Conrad J., Kaul G. (1989). Mean Reversion in Short-Horizon Expected Returns, *the Review of financial studies*, 2(2): 225-240.
9. Geweke, J. & Porter-Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, 4 (4): 221-238.
10. Granger, C. W. J. and Joyeux, R. (1980), An Introduction to Long Memory time Series Models and Fractional difference. *Journal of Time Series Analysis*, 1: 15-29.
11. Grau-Carles, . (2000). Empirical Evidence of Long-Range Correlations in Stock Returns, *Physica A*, 287 (3): 396-404.
12. Green, W. H., (2003). *Econometric Analysis*, Fifth Edition, New Jersey: Prentice Hall.
13. Lo, A. (1991). Long term memory in stock market prices. *Econometrica*, 59(5): 1279-1313.
14. Pafka, S., Matyas, L. (2001), Multivariate Diagonal FIGARCH: Specification, Estimation and Application to modeling Exchange Rate Volatility, Available at <http://ideas.repec.org.5-7>.
15. Palma, W., (2007), *Long-Memory Time Series, Theory and Methods*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
16. Peters. E. E. (1999). *Fractal market analysis*, Wiley- New York.
17. Poon, S. H., Granger, C. W. J. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, *Journal of Economic Literature*, 41(2): 478–539.
18. Fabozzi, F.J., Focardi, S. M., Rachev, S.T., Mittnik, S.,. (2007). *Financial Econometrics from Basics to Advanced Modeling Techniques*. The Frank J. Fabozzi Series. John Wiley & Sons, Inc.
19. Tolvi, J., (2003), Long Memory and Outliers in Stock Market Returns, *Applied Financial Economics*, 13(7): 495-502.
20. Teyssiere G. (1997). Modelling Exchange Rates Volatility with Multivariate Long Memory ARCH processes, *Working Paper 97B03*, GERQAM, Marseille, France.
21. Xiu, J. & Jin, Y. (2007). Empirical Study of ARFIMA model based on fractional differencing, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 377 (1): 138-154.
22. Zivot, E. and Wang, J. (2003). *Modelling Financial Time Series with S-PLUS*, New York: Springer-Verlag, ISBN 0-387-95549-6.