



## Developing "Multifactor Asset Pricing Models" Using Threshold Regression Approach and Credit Risk Factor

Hadi Gharehbaghi

Ph.D. Candidate, Department of Financial Engineering, Faculty of Administrative Sciences and Economics, University of Isfahan, Isfahan, Iran. E-mail: gharehbaghi@ase.ui.ac.ir

Mahmoud Botshikan \*

\*Corresponding Author, Assistant Prof., Department of Management, Faculty of Administrative Sciences and Economics, University of Isfahan, Isfahan, Iran. E-mail: m.botshikan@ase.ui.ac.ir

### Abstract

#### Objective

This study aims to develop threshold asset pricing models to enhance the performance of common multi-factor models. Over the past thirty years, asset pricing models have evolved by incorporating pricing anomalies as new factors that previous models could not explain, leading to the introduction of hundreds of such factors. This proliferation underscores the importance of the “parsimony” principle, which advocates for models with minimal factors and maximal explanatory power. Given the abundance of potential variables influencing asset returns, it is essential to seek models that balance simplicity and effectiveness. In line with this principle, this study proposes threshold asset pricing models where the proposed factors are applied selectively to certain companies rather than universally. Through cross-sectional tests and threshold cross-sectional regression analyses, the research examines the threshold effect of variables such as credit risk on expected returns, using the debt ratio as a threshold variable. It is anticipated that the impact of credit risk or financial distress on expected returns will differ across various levels of indebtedness. If the threshold effect of the debt ratio proves significant, credit risk factors can be applied selectively to specific groups of assets with particular characteristics in time-series tests. The ultimate goal is to develop a model that, instead of incorporating factors in a binary manner, considers their

**Citation:** Gharehbaghi, Hadi & Botshikan, Mahmoud (2025). Developing "Multifactor Asset Pricing Models" Using Threshold Regression Approach and Credit Risk Factor. *Financial Research Journal*, 27(1), 140-166. <https://doi.org/10.22059/FRJ.2024.375819.1007594> (in Persian)



presence for certain assets based on threshold conditions. This approach aims to maximize explanatory power while adhering to the parsimony principle, ultimately improving the effectiveness of asset pricing models by using factors only where they are most relevant.

### Methods

To evaluate the performance of threshold asset pricing models, data from companies in the Iranian capital market (2001-2023) were used after applying common filters. Threshold regression techniques investigated the threshold effect, and the GRS test along with  $A(|a_i|)$ ,  $A(|a_i|/|\bar{r}_i|)$ , and AR<sup>2</sup>, tested the research hypotheses.

### Results

The results demonstrate that the distance-to-default variable, both individually and in conjunction with other characteristics, is influenced by the threshold effect of the debt ratio. Specifically, there is a significant negative relationship—where a lower distance-to-default corresponds to higher expected returns—for stocks with high debt ratios. This indicates that for companies with higher leverage, investors demand greater returns due to the increased risk of default. Utilizing the threshold effect of variables affecting asset returns in cross-sectional regressions allows for a more precise and detailed analysis of how these variables impact individual stock returns. Additionally, incorporating the default risk factor into the examined asset pricing models enhances their explanatory power and predictive ability, especially for test assets with high debt thresholds. This improvement highlights the effectiveness of considering threshold effects in the models, as it increases their ability to accurately predict returns for assets that are more susceptible to default risk due to higher levels of indebtedness.

### Conclusion

The results suggest that to adhere to the parsimony principle, threshold asset pricing models can be used to develop pricing models and price a subset of test assets with specific characteristics, yielding appropriate results.

**Keywords:** Default, Distance to default, Threshold effect, Asset pricing model.



## توسعه مدل‌های چندعاملی قیمت‌گذاری دارایی‌ها با استفاده از رویکرد رگرسیون آستانه‌ای و عوامل مبتنی بر ریسک اعتباری

هادی قره‌باغی

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مالی، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران. رایانامه: gharehbaghi@ase.ui.ac.ir

\* محمود بت‌شکن

\*\* نویسنده مسئول، استادیار، گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران. رایانامه: m.botshekan@ase.ui.ac.ir

### چکیده

**هدف:** پژوهش حاضر به دنبال توسعه و بهبود مدل‌های قیمت‌گذاری آستانه‌ای با هدف ارتقای عملکرد مدل‌های چندعاملی رایج در حوزه پژوهش‌های قیمت‌گذاری دارایی‌هاست. در سه دهه اخیر، روند توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری در حوزه پژوهش مالی، عمدهاً بر مبنای ناهنجاری‌های قیمت‌گذاری بوده است. این مدل‌ها بر اساس مدل‌های قبلی توجیه نمی‌شوند و به عنوان عوامل جدید به مدل‌ها اضافه شده‌اند. این روند تکاملی به ظهور صدّها عامل مبتنی بر ناهنجاری‌های موجود در مدل‌های پیشین منجر شده است. با توجه به فراوانی متغیرهای احتمالی تأثیرگذار بر بازدهی دارایی‌ها و اهمیت ویژه رعایت اصل «اختصار» در توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری، ضروری است که به دنبال مدل‌هایی با حداقل تعداد عامل و بیشترین توضیح‌دهنگی مطلوب باشیم. در راستای اصل فوق، این پژوهش به دنبال توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری آستانه‌ای نوین است که در آن، عامل پیشنهادی به صورت هدفمند برای بعضی از شرکت‌ها و نه همه آن‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. با انجام آزمون‌های مقطوعی دقیق و رگرسیون مقطوعی آستانه‌ای، تأثیر آستانه‌ای متغیرهای کلیدی مانند ریسک اعتباری بر نرخ بازده مورد انتظار با توجه به متغیر آستانه نسبت بدھی، به طور جامع بررسی می‌شود. انتظار می‌رود که تأثیر متغیرهای ریسک اعتباری یا اضطراب مالی بر نرخ بازده مورد انتظار، برای سطوح مختلف بدھی دارایی‌ها، به طور معناداری متفاوت باشد. در صورت معنادار بودن اثر آستانه‌ای نسبت بدھی، می‌توان در آزمون‌های سری زمانی، عامل‌های مربوط به ریسک اعتباری را به طور هدفمند، تنها برای دسته‌ای از دارایی‌ها با ویژگی‌های مشخص استفاده کرد. هدف نهایی و اساسی این پژوهش، توسعه مدلی نوآورانه است که به جای حضور یک عامل به صورت صفر و یک در مدل قیمت‌گذاری، حضور عامل برای بعضی از دارایی‌ها را بر اساس شرایط و معیارهای مشخص در نظر بگیرد.

**روشن:** برای بررسی عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری آستانه‌ای، از داده‌های شرکت‌های بازار سرمایه ایران در بازه زمانی ۱۳۸۰ تا ۱۴۰۲ بعد از اعمال فیلترهای رایج برای آزمون مدل‌های قیمت‌گذاری استفاده شده است. به منظور بررسی اثر آستانه‌ای در بررسی عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری، از تکنیک‌های رگرسیون آستانه‌ای و برای آزمون فرضیه‌های پژوهش، از آزمون GRS و آماره‌های  $A_i | \frac{a_i}{A_i} |$  و  $(AR^2)$  استفاده شده است.

**استناد:** قره‌باغی، هادی و بت‌شکن و محمود (۱۴۰۴)، توسعه مدل‌های چندعاملی قیمت‌گذاری دارایی‌ها با استفاده از رویکرد رگرسیون آستانه‌ای و عوامل مبتنی بر ریسک اعتباری. *تحقیقات مالی*, ۱(۲۷)، ۱۴۰-۱۶۶.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۰۹

تحقیقات مالی، ۱۴۰۴، دوره ۲۷، شماره ۱، صص. ۱۴۰-۱۶۶

تاریخ ویرایش: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱

ناشر: دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۶/۱۰

نوع مقاله: علمی پژوهشی

تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۱۲/۲۸

© نویسنده‌گان

doi: <https://doi.org/10.22059/FRJ.2024.375819.1007594>

**یافته‌ها:** نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که متغیر فاصله تا نکول، به تهابی یا در حضور سایر ویژگی‌ها، تحت تأثیر اثر آستانه‌ای نسبت بدهی قرار می‌گیرد؛ به طوری که رابطه معنادار و منفی (فاصله تا نکول کم معادل بازدهی مورد انتظار بالا) برای سهام با نسبت بدهی بالا برقرار است و به نظر می‌رسد، استفاده از اثر آستانه متغیرهای تأثیرگذار بر بازدهی دارایی در رگرسیون‌های مقاطعی، امکان بررسی دقیق‌تری از اثر متغیرها بر بازدهی سهام انفرادی را فراهم می‌آورد. همچنین اضافه شدن عامل رسک نکول به مدل‌های قیمت‌گذاری مورد بررسی، توان توضیح‌دهندگی و قدرت پیش‌بینی مدل‌ها را برای دارایی‌های آزمون با آستانه بدهی بالا افزایش می‌دهد.

**نتیجه‌گیری:** نتایج حاصل نشان می‌دهد که برای رعایت اصل اختصار در مدل‌های قیمت‌گذاری، می‌توان از مدل‌های قیمت‌گذاری آستانه‌ای، برای توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری و قیمت‌گذاری بخشی از دارایی‌های آزمون با ویژگی‌ها خاص بهره برد و در توضیح‌دهندگی و عملکرد برون نمونه‌ای نتیجه مناسب را دریافت کرد.

**کلیدواژه‌ها:** نکول، فاصله تا نکول، اثر آستانه‌ای، قیمت‌گذاری دارایی‌ها.

## مقدمه

بر اساس تئوری مالی، دارایی‌های با ریسک بالاتر، باید به طور متوسط برای سرمایه‌گذاران بازدهی بیشتری ایجاد کنند. بر اساس این مفهوم، مدل‌های قیمت‌گذاری با هدف کمی‌سازی رابطه بین ریسک و بازده شکل گرفتند که به دنبال یافتن پاسخ این سؤال مهم بودند که چرا دارایی‌های مختلف، به طور متوسط بازدهی متفاوتی دارند و چه عوامل یا ویژگی‌هایی می‌توانند تفاوت بازدهی دارایی‌های مختلف را توجیه کند (Jagannathan, Malakhov & Novikov<sup>۱</sup>، ۲۰۱۰). یکی از ویژگی‌هایی که در حوزه مالیه شرکتی، میزان ریسک مالی شرکت را مشخص می‌کند، اهرم مالی شرکت است؛ زیرا افزایش اهرم مالی، به طور مستقیم ریسک جریان‌های نقدی آتی متعلق به سهامداران و میزان نوسان آن را افزایش می‌دهد و به‌تبع آن، بازده مورد انتظار آن‌ها نیز افزایش خواهد یافت (Gomez & Ashmida<sup>۲</sup>، ۲۰۱۰). قضیه دوم مودیلیانی و میلر<sup>۳</sup> (۱۹۶۳) مبین ارتباط مثبت نسبت بدهی با بازده مورد انتظار حقوق صاحبان سهام است. از طرف دیگر، با افزایش نسبت بدهی به حقوق صاحبان سهام، این احتمال افزایش می‌یابد که شرکت نتواند به تعهدات خود در قبال وام‌دهندگان به شرکت عمل کند و در این حالت، ممکن است شرکت دچار اضطراب مالی<sup>۴</sup> یا ورشکستگی شود. با توجه به اهمیت رابطه بین نسبت بدهی با اضطراب مالی و ریسک اعتباری و همچنین، ارتباط آن با بازده مورد انتظار سهام، اولین هدف این پژوهش، توسعه مدل‌های مهم حوزه قیمت‌گذاری با در نظر گرفتن اثر آستانه‌ای<sup>۵</sup> نسبت بدهی و معیارهای ریسک اعتباری است. هدف دوم، ارزیابی تجربی مدل‌های پیشنهادی در مقایسه با مدل‌های رایج موجود در توضیح تفاوت بازده سهام شرکت‌ها با استفاده از داده‌های سهم‌های موجود در بازار سرمایه ایران در بازه زمانی ابتدای ۱۳۸۰ تا شهریور ۱۴۰۲ است.

در سه دهه اخیر، روند اصلی توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری در پژوهش مالی، اضافه کردن عواملی به مدل‌های قیمت‌گذاری بوده است که بازدهی آن‌ها با استفاده از مدل‌های موجود توجیه نمی‌شود. این مدل‌ها به عنوان ناهنجاری‌های قیمت‌گذاری شناخته می‌شوند. این عوامل به عنوان عامل‌های جدید به مدل‌ها اضافه می‌شوند. مثلاً فاما و فرنچ<sup>۶</sup> (۱۹۹۲) عوامل اندازه و ارزش و کارهارت<sup>۷</sup> (۱۹۹۷) عامل مومنتوم را به مدل‌های قبلی افزودند. این روند همچنان ادامه دارد و صدھا عامل جدید معرفی شده‌اند. توابع و ترکیبات خطی یا غیرخطی عامل‌ها و مدل‌های چندعاملی، از موضوعات مهم پژوهش‌های اخیر هستند. کوکران<sup>۸</sup> (۲۰۱۱) با اشاره به تعدد عامل‌ها در قیمت‌گذاری، بر لزوم رعایت اصل «اختصار»<sup>۹</sup> در توسعه مدل‌ها تأکید کرد. مدل‌هایی که حداقل تعداد عامل و بیشترین توضیح‌دهنگی را دارند، مطلوب‌ترند؛ زیرا مدل‌هایی که عامل‌های زیادی دارند، در تخمین پارامترها و کاهش عملکرد بروون‌نمونه‌ای در تخمین نرخ بازده مورد انتظار نویز ایجاد می‌کنند.

1. Jagannathan, Malakhov & Novikov

2. Gomes & Schmid

3. Modigliani & Miller

4. Financial Distress

5. Threshold Effect

6. Fama & French

7. Carhart

8. Cochrane

9. Parsimony

وجه تمایز اصلی این پژوهش، توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری آستانه‌ای با توجه به اصل اختصار است که در آن، عامل پیشنهادی فقط برای برخی از شرکت‌ها یا دارایی‌ها استفاده می‌شود. در این راستا، ابتدا با آزمون‌های مقطعی و رگرسیون مقطعی آستانه‌ای، اثر آستانه‌ای متغیرهایی مانند ریسک اعتباری بر نرخ بازده مورد انتظار، با توجه به متغیر آستانه نسبت بدھی، بررسی می‌شود. انتظار می‌رود که تأثیر متغیرهای ریسک اعتباری یا اضطراب مالی بر نرخ بازده مورد انتظار، برای شرکت‌های با سطوح مختلف بدھی متفاوت باشد. در صورت معناداری اثر آستانه‌ای نسبت بدھی، می‌توان در آزمون‌های سری زمانی، عامل‌های مربوط به ریسک اعتباری یا اضطراب مالی را تنها برای بخشی از دارایی‌ها استفاده کرد. هدف نهایی مدل، رعایت اصل اختصار با استفاده از عامل جدید فقط برای برخی دارایی‌های است. سؤال اصلی پژوهش این است که آیا این مدل چندعاملی قیمت‌گذاری آستانه‌ای در مقایسه با مدل‌های چندعاملی رایج، می‌تواند عملکرد بهتری، بهویژه در برونو نمونه داشته باشد؟

در پژوهش‌های حوزه قیمت‌گذاری، تأثیر سایر معیارهایی که اضطراب مالی را نمایندگی می‌کنند، بررسی شده است. برای مثال، نسبت بدھی (بهانداری<sup>۱</sup>، ۱۹۸۸)، احتمال نکول بر اساس مدل‌های حسابداری (دایچو<sup>۲</sup>، ۱۹۹۸ و گریفین و لئون<sup>۳</sup>، ۲۰۰۲؛ کمپبل، هیلشر و سیلاگی<sup>۴</sup>، ۲۰۰۸)، مدل‌های رتبه‌بندی (آورامو، چوردیا، جوستوا و فیلیپوف<sup>۵</sup>، ۲۰۰۹)، فراوانی نکول مورد انتظار<sup>۶</sup> (گارلاپی، شو و یان<sup>۷</sup>، ۲۰۰۸ و ۲۰۱۰)، شکاف اعتباری (انگینر و یلدیزان<sup>۸</sup>، ۲۰۱۸) و سواب نکول اعتباری (فرایوالد، واگنر و زچنر<sup>۹</sup>، ۲۰۱۴) در پژوهش‌های قبلی استفاده شده است؛ اما تا آنجا که مورد بررسی نگارندگان قرار گرفته است، بهجز پژوهش اسکوچر و لونچارسکی<sup>۱۰</sup> (۲۰۱۸) که معیار ساده‌شده‌ای از ریسک نکول را برای ساخت عامل نکول استفاده کرده است، مستقیماً از معیارهای ریسک اعتباری برای ساختن عوامل موجود در مدل‌های قیمت‌گذاری استفاده نشده و عمدتاً معیارهای ریسک نکول به عنوان یک ویژگی (ونه عامل) مؤثر بر بازدهی سهام انفرادی یا ساخت دارایی‌های آزمون مورد استفاده قرار گرفته است. در میان مطالعات توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری در بازار سرمایه ایران، پژوهش‌های اعلمی‌فر، خانی و امیری (۱۴۰۰) و میرزایی، خانی و بت‌شکن (۱۳۹۹) با استفاده از یک متغیر جدید و ساخت عامل بر اساس آن، عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری رایج را بررسی کرده‌اند. تمایز این پژوهش در استفاده از اصل اختصار و متغیر آستانه‌ای برای بهبود عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری و به کارگیری روش رگرسیون آستانه‌ای در ارزیابی عملکرد مدل‌های است.

- 
1. Bhandari
  2. Dichev
  3. Griffin & Leon
  4. Campbell, Hilscher & Szilagyi
  5. Avramov, Chordia, Jostova & Philipov
  6. Expected Default Frequency
  7. Garlappi, Shu & Yan
  8. Anginer & Yıldızhan
  9. Frielwald, Wagner & Zechner
  10. Skočir & Lončarski

## پیشینهٔ تجربی پژوهش

اولین مدل قیمت‌گذاری دارایی‌ها، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای (CAPM) بود که توسط شارپ<sup>۱</sup> (۱۹۶۴) و لینتر<sup>۲</sup> (۱۹۶۵) ارائه شد. پژوهش‌های جنسن و شولز (۱۹۷۲) و فاما و مکبٹ (۱۹۷۳) که به بررسی کارایی مدل CAPM پرداختند (بلک و شولز<sup>۳</sup>، ۱۹۷۳؛ فاما و فرنچ<sup>۴</sup>، ۱۹۹۲)، عملکرد مناسب آن را در توضیح تفاوت بازدهی سبدهای سهام مرتب شده بر اساس بتا را تأیید کردند؛ اما پژوهش‌های تجربی بعدی نشان داد که عامل بتا به تنهایی قادر نیست تفاوت بین دارایی‌های مختلف را توضیح دهد و بعضی از الگوهای مبتنی بر ویژگی‌های<sup>۵</sup> شرکت‌ها هم بر بازدهی مورد انتظار شرکت‌ها تأثیرگذارند. این الگوها به ناهنجاری‌های قیمت‌گذاری دارایی‌ها<sup>۶</sup> معروف هستند. وجود این ناهنجاری‌ها، باعث ادامه پژوهش‌ها برای بهبود مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌ها شد که یکی از پژوهش‌های مهم را فاما و فرنچ (۱۹۹۲) با یافتن شواهد تجربی از بین الگوهای تجربی بازده سهام ارائه کردند که در آن، دو متغیر اندازه شرکت و نسبت ارزش دفتری به ارزش بازار سهام، در توضیح تفاوت بازدهی شرکت‌ها، بیشترین قدرت توضیح‌دهندگی را دارند. بر پایه همین پژوهش، فاما و فرنچ (۱۹۹۳) مدل سه عاملی را ارائه دادند که علاوه‌بر عامل بازار، دو عامل اندازه و ارزش را نیز به عنوان عوامل تأثیرگذار بر بازدهی شرکت معرفی کردند. پس از آن با شناسایی ناهنجاری‌های جدید، مدل‌های قیمت‌گذاری جدیدی معرفی شدند که مهم‌ترین آن مدل چهار عاملی کارهات (۱۹۹۷)، مدل هو، زو و ژانگ<sup>۷</sup> (۲۰۱۵)، مدل پنج عاملی فاما و فرنچ (۲۰۱۵)، مدل شش عاملی فاما و فرنچ (۲۰۱۸) و مدل پنج عاملی هو، مو، زو و ژانگ<sup>۸</sup> (۲۰۱۸) است.

طبق نظریهٔ توازن ساختار سرمایه، شرکت‌ها به دنبال یافتن یک نسبت اهرمی بینه هستند که مزایای مالیاتی بدھی را به حداکثر و هزینه‌های بالقوه اضطراب مالی را به حداقل برساند. قابلیت کسر مالیاتی پرداختهای بهره، شرکت‌ها را ترغیب می‌کند تا بدھی بیشتری داشته باشند. با افزایش سطح بدھی، شرکت‌ها با ریسک بالاتر اضطراب مالی مواجه می‌شوند که می‌تواند به هزینه‌های نمایندگی، کاهش انتعطاف‌پذیری مالی و در شرایط بحرانی، نکول شرکت منجر شود (مکنیل، فری و امبرچتر<sup>۹</sup>، ۲۰۱۵). ریسک اعتباری یک شرکت، نه تنها بر نرخ بازده مورد انتظار وام‌دهندگان، بلکه بر نرخ بازده مورد انتظار سهام‌داران نیز مؤثر است؛ زیرا در صورت ورشکستگی شرکت، ارزش دارایی سهام‌داران صفر و کنترل شرکت از دست سهام‌داران خارج می‌شود و به دست وام‌دهندگان خواهد افتاد؛ بنابراین انتظار می‌رود که هر چه احتمال ورشکستگی یک شرکت بیشتر باشد، نرخ بازده مورد انتظار سهام‌داران شرکت نیز بیشتر باشد (چاوا و پورناندام<sup>۱۰</sup>؛ آرتز، فلوراکیس و کوستاکیس<sup>۱۱</sup>، ۲۰۱۸).

- 
1. Sharp
  2. Linter
  3. Black & Scholes
  4. Fama & French
  5. Characteristics
  6. Asset Pricing Anomalies
  7. Hou, Xue & Zhang
  8. Hou, Mo, Xue & Zhang
  9. McNeil, Frey & Embrechts
  10. Chava & Purnanandam
  11. Aretz, Florackis & Kostakis

در ادامه پژوهش‌های داخلی و خارجی در زمینه ارتباط ریسک نکول و ارتباط آن با بازده سهام بررسی شده است. عیوضلو، هاشمی و قربانی (۱۳۹۹) مدل هشت عاملی اسکوچر و لونچارسکی (۲۰۱۸) در بازار سهام ایران را بر اساس ۱۲۸ پرتفوی بررسی کردند. مدل هشت عاملی اسکوچر و لونچارسکی در واقع بسط یافته مدل پنج عاملی فاما و فرنچ (۲۰۱۵) است که سه عامل ریسک نکول، نقدشوندگی و مومنتوم به آن اضافه شده است. معیار مورد استفاده برای محاسبه ریسک نکول، مدل ساده<sup>۱</sup> فاصله تا نکول برات و شاموی<sup>۲</sup> (۲۰۰۸) است. یافته‌ها نشان داد که تنها اضافه کردن عامل مومنتوم، به عملکرد بهتری منجر شده و اضافه شدن ریسک نکول ضعیفترین عملکرد را داشته است.

خواجوی و پورگودرزی (۱۳۹۹) با افزودن عامل ریسک نکول به مدل پنج عاملی فاما و فرنچ، مدل شش عاملی را ارائه دادند. آن‌ها از مدل فالمر<sup>۳</sup> مبتنی بر متغیرهای حسابداری، برای اندازه‌گیری ریسک نکول استفاده کردند. نتایج نشان داد که بین ریسک نکول و بازده پرتفوی‌ها رابطه مستقیم وجود دارد؛ اما اضافه شدن این عامل بر قدرت توضیح‌دهنگی مدل پنج عاملی تأثیری نداشته است.

قضاوی و بت‌شکن (۱۳۹۸) با استفاده از متغیر فاصله تا نکول، تأثیر ریسک ورشکستگی بر بازده مورد انتظار سهام را بررسی کردند. نتایج نشان داد که فاصله تا نکول به شکل معکوسی بر نرخ بازده مورد انتظار تأثیر دارد. گوا و ژیانگ<sup>۴</sup> (۲۰۲۱) پژوهشی ارائه کردند که در آن معیار احتمال نکول تجمعی شده را بر پایه مطالعات کمپیل و همکارانش (۲۰۰۸ و ۲۰۱۱) توسعه دادند. آنان با تأکید بر ضعف‌های شکاف اعتباری<sup>۵</sup> به عنوان معیار اندازه‌گیری اضطراب مالی شرکت‌ها، معیار احتمال نکول تجمعی شده را به همراه واریانس جزء ریسک غیرسیستماتیک و نسبت ارزش دفتری به ارزش بازار شرکت، برای پیش‌بینی نرخ بازده مورد انتظار سهام مورد استفاده قرار دادند. معیار احتمال نکول تجمعی شده بر اساس صرف مازاد اوراق بدھی<sup>۶</sup> محاسبه شده است. نتایج پژوهش نشان داد که استفاده از این معیار برای پیش‌بینی بازده سهام نتایج مناسبی ندارد.

اسکوچر و لونچارسکی (۲۰۱۸) با اضافه کردن سه عامل مومنتوم، ریسک نقدشوندگی و ریسک نکول به مدل پنج عاملی فاما و فرنچ (۲۰۱۵) مدل هشت عاملی را ارائه دادند. یافته‌های پژوهش نشان داد که اضافه شدن سه عامل فوق، قدرت توضیح‌دهنگی مدل پنج عاملی فاما و فرنچ را بهبود می‌دهد.

آرتز و همکاران (۲۰۱۸) با استفاده از مدل مرتون (۱۹۷۴) و مدل کمپیل (۲۰۰۸) که احتمال نکول شرکت‌ها را بر اساس مدل لاجیت پویا<sup>۷</sup> و با استفاده از متغیرهای حسابداری و بازاری محاسبه می‌کند، به بررسی رابطه ریسک نکول و بازده سهام پرداختند. نتایج این پژوهش بیانگر ارتباط مشبت بین بازده مورد انتظار سهام و ریسک نکول حتی در حالات‌های مختلف وزن‌دهی، فیلتر داده‌ها، دوره‌های زمانی نمونه و دوره نگهداری سهام است.

1.Naïve

2. Bharath & Shumway

3. Fulmer

4. Guo & Jiang

5. Credit Spread

6. Excess Bond Premium

7. Dynamic Logit

در بازار سرمایه ایران، بهدلیل عدم دسترسی به داده‌های کافی و دقیق، استفاده از مدل کمپیل امکان‌پذیر نیست. فیلیپه، گراماتیکوس و میشا لا<sup>۱</sup> (۲۰۱۶) رابطه بازده سهام و ریسک نکول را در بازار سهام اروپا بررسی کردند. آن‌ها احتمال نکول را به اجزای سیستماتیک و غیرسیستماتیک تجزیه کردند. نتایج نشان داد که شرکت‌هایی با جزء سیستماتیک احتمال نکول بالاتر، بازدهی بالاتری نیز دارند.

گائو، پارسونز و شن<sup>۲</sup> (۲۰۱۵) با استفاده از معیار فراوانی نکول مورد انتظار<sup>۳</sup> محاسبه شده توسط مودیز کی ام وی<sup>۴</sup>، رابطه بازدهی سهام و اضطراب مالی را در ۳۶ کشور جهان مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها اضطراب مالی را با استفاده از معیار فراوانی نکول مورد انتظار به عنوان ناهنجاری در مدل چهار عاملی کارهات و مدل چهار عاملی هو، کارولی و خو<sup>۵</sup> (۲۰۱۱) مورد بررسی قرار دادند و نتیجه گرفتند که بین شرکت‌های با اندازه کوچک و احتمالات نکول رابطه منفی قوی وجود دارد.

واسالو و ژینگ<sup>۶</sup> (۲۰۰۴) برای اولین بار از مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله مرتون جهت محاسبه شاخص‌های ورشکستگی شرکت‌های انفرادی و ارزیابی تأثیر ریسک ورشکستگی بر بازدهی سهام، استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که ریسک ورشکستگی یک ریسک سیستماتیک است و عاملی مهم در قیمت‌گذاری، حتی مهم‌تر از اندازه و نسبت ارزش دفتری به ارزش بازاری است. با توجه به مبانی نظری، فرضیه‌های پژوهش به شرح زیر مطرح می‌شود:

۱. متغیر فاصله تا نکول بر بازده مورد انتظار سهامداران شرکت اثر مثبت دارد.
۲. رابطه بازده مورد انتظار سهامداران شرکت و فاصله تا نکول تحت تأثیر اثر آستانه‌ای نسبت بدھی قرار می‌گیرد.
۳. بازده عامل‌های مبتنی بر ریسک نکول توسط عامل‌های موجود در مدل‌های قیمت‌گذاری سه، پنج و شش عاملی فاما فرنچ و چهار عاملی کارهات توضیح داده نمی‌شود.
۴. افزودن عامل‌های مبتنی بر ریسک نکول به مدل‌های قیمت‌گذاری سه، پنج و شش عاملی فاما فرنچ و چهار عاملی کارهات باعث بهبود عملکرد آن در توضیح بازده سهام می‌شود.
۵. عملکرد درون نمونه‌ای مدل‌های قیمت‌گذاری سه، پنج و شش عاملی فاما فرنچ و چهار عاملی کارهات توسعه یافته با عامل مبتنی بر ریسک نکول و با در نظر گرفتن اثر آستانه‌ای بدھی، بهتر از مدل‌های مذکور بدون در نظر گرفتن اثر آستانه‌ای است.
۶. عملکرد برون نمونه‌ای مدل‌های قیمت‌گذاری سه، پنج و شش عاملی فاما فرنچ و چهار عاملی کارهات توسعه یافته با عامل مبتنی بر ریسک نکول و با در نظر گرفته اثر آستانه‌ای بدھی، بهتر از مدل‌های مذکور بدون در نظر گرفتن اثر آستانه‌ای است.

1. Filipe, Grammatikos & Michala

2. Gao, Parsons & Shen

3. Expected Default Frequency

4. Moody's KMV

5. Hou, Karolyi, And Kho

6. Vassalou and Xing

## روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش یک پژوهش علی - معلولی و کاربردی است که رابطه بین ریسک ورشکستگی و بازده مورد انتظار سهام را بررسی می‌کند. جامعه آماری شامل شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران از ۱۳۸۰ تا شهریور ۱۴۰۲ است. انتخاب نمونه بر اساس پژوهش‌های فاما و فرنچ (۱۹۹۲، ۱۹۹۳ و ۲۰۱۵)، اسننس، فرازینی و پدرسون<sup>۱</sup> (۲۰۱۳) و بال، گرلاکوس، لینینما و نیکولايف<sup>۲</sup> (۲۰۱۶) با در نظر گرفتن این معیارهای انجام شد: ۱. حذف شرکت‌های بیمه، بانک‌ها، مؤسسه‌های اعتباری، سرمایه‌گذاری‌ها، لیزینگ، ابیوه‌سازی و مستغلات؛ ۲. در دسترس بودن داده‌های لازم برای اندازه‌گیری متغیرها در هر ماه؛ ۳. شرکت‌های جدید با داده‌های کافی از زمان پذیرش وارد نمونه می‌شوند. پس از اعمال این محدودیت‌ها، ۳۸۹ شرکت به عنوان نمونه انتخاب شدند. محاسبه‌ها با زبان برنامه‌نویسی آر و استاتا انجام شده است. در ادامه، متغیرها و نحوه اندازه‌گیری آن‌ها تشریح می‌شود.

### جدول ۱. نحوه تشکیل عامل‌های مدل‌های قیمت‌گذاری چندعاملي

متغیر	نحوه محاسبه
بازده ماهانه سهام	برای محاسبه بازده ماهانه سهام، از قیمت تعديل شده (بابت سود تقسیمی و افزایش سرمایه) در انتهای دو ماه متوالی استفاده می‌شود. در واقع بازده ماهانه سهام برابر با نرخ رشد قیمت تعديل شده است.
بازده ماهانه بازار	بر اساس تفاوت ساخته بازده نقدی و قیمت شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEDPIX) در انتهای ماه جاری و ماه قبل، تقسیم بر مقدار آن در انتهای ماه قبل محاسبه می‌شود.
بنا	متغیر بنا برای هر شرکت در ماه $t$ با استفاده از داده‌های ماهانه ۳۶ ماه قبل با شرط وجود حداقل ۲۴ ماه داده در پنجه مدنظر، محاسبه شده است.
اندازه شرکت	بر اساس پژوهش فاما و فرنچ (۱۹۹۲) اندازه شرکت برای هر شرکت به صورت ماهانه و معادل منفی لگاریتم طبیعی ارزش بازار محاسبه می‌شود.
نسبت ارزش دفتری به ارزش سهام	این متغیر نیز بر اساس پژوهش فاما و فرنچ (۱۹۹۳) به صورت ماهانه و از طریق نسبت جمع ارزش دفتری حقوق صاحبان سهام به ارزش بازار سهام شرکت در پایان سال مالی محاسبه می‌شود. با توجه به اینکه اطلاعات مالی قابل اتکای شرکت‌ها در بازار سرمایه ایران، ۴ ماه پس از سال مالی هر شرکت قابل استفاده است، مقدار ارزش دفتری حقوق صاحبان سهام در ماه $t$ به ۱۱ ماه بعدی نیز تعمیم داده می‌شود و از لگاریتم آن در مدل‌ها استفاده می‌شود.
سودآوری	بر اساس پژوهش تجربی بال و همکاران (۲۰۱۶) و فاما و فرنچ (۲۰۱۸) از طریق محاسبه نسبت سود عملیاتی بر ارزش دفتری کل دارایی‌ها بدست می‌آید.
سرمایه‌گذاری	مطابق فاما و فرنچ (۲۰۱۸) از طریق تفاوت ارزش دفتری کل دارایی‌ها در انتهای سال جاری و سال قبل، تقسیم بر ارزش دفتری کل دارایی‌ها در انتهای سال قبل محاسبه می‌شود.
مومنتوم بازده	از طریق میانگین هندسی بازده شش ماه قبل به استثنای ماه آخر محاسبه می‌شود.
نسبت بدھی	نسبت بدھی در هر ماه از تقسیم کل بدھی‌های شرکت به کل دارایی‌های شرکت محاسبه شده است.
فاصله تا نکول	برای برآورد فاصله نکول مطابق با مقاله قضاوی و بت شکن (۱۳۹۹) از روش مرتون - کی ام وی استفاده شده است.

1. Asness, Frazzini & Pedersen

2. Ball, Gerakos, Linnainmaa & Nikolaev

این پژوهش تلاش می‌کند تا مدل‌های مهم حوزه قیمت‌گذاری را با درنظرگرفتن اثر آستانه‌ای نسبت بدھی و معیار ریسک نکول توسعه دهد؛ از این رو در گام اول با استفاده از رویکرد رگرسیون مقطعی فاما و مکبت (۱۹۷۳) به بررسی رابطه معیار ریسک نکول (فاصله تا نکول) و بازده مورد انتظار سهامداران به صورت منفرد و در حضور سایر ویژگی‌ها در سطح سهام انفرادی پرداخته می‌شود (رابطه‌های ۱ و ۲). خروجی نتایج این مرحله، به شناسایی این موضوع منجر خواهد شد که آیا ویژگی‌های مورد بررسی واقعاً بر بازدهی سهام تأثیرگذارند یا خیر. نتایج حاصل در شناسایی متغیرهای تأثیرگذار بر بازدهی سهام انفرادی و پرتفوی مورد استفاده قرار می‌گیرد و می‌تواند در تشکیل عامل‌های تأثیرگذار بر بازدهی نقش مهمی داشته باشد.

$$\bar{R}_{it} - R_{ft} = a_{it} + \lambda_{PD,t} DD_{t-1} + e_{it} \quad \text{رابطه ۱}$$

$$\bar{R}_{it} - R_{ft} = a_{it} + \lambda_{PD,t} DD_{t-1} + \lambda_{controls,t} controls_t + e_{it} \quad \text{رابطه ۲}$$

برای بررسی تأثیر اثر آستانه‌ای نسبت بدھی بر رابطه بازده مورد انتظار سهامداران و فاصله تا نکول، از رگرسیون فاما و مکبت (۱۹۷۳) با تغییراتی استفاده شده است. در مرحله اول، نسبت بدھی به عنوان متغیر آستانه‌ای برای تفکیک شرکت‌ها به دو گروه با نسبت بدھی بالا و پایین وارد مدل می‌شود. رگرسیون مرحله اول با تکنیک رگرسیون آستانه‌ای اجرا شده و ضرایب به مرحله دوم منتقل می‌شوند. به عبارت دیگر، متغیر فاصله تا نکول (DD) را به عنوان متغیر وابسته به ناحیه (نسبت بدھی بالا و پایین) تعریف و ضرایب آن در هر ناحیه، وارد مرحله دوم رگرسیون فاما و مکبت می‌شود. رگرسیون آستانه‌ای، یک رگرسیون خطی است که امکان تفاوت ضرایب بین ناحیه‌ها را فراهم می‌کند. ناحیه‌ها براساس متغیر آستانه‌ای تقسیم می‌شوند. این مدل جایگزین مناسبی برای مدل‌های خطی در مواجهه با مشاهدات دارای نقاط شکست<sup>۱</sup> و نامتقارن<sup>۲</sup> است. برای اطلاعات بیشتر می‌توان به هانسن<sup>۳</sup> (۲۰۱۱) مراجعه کرد. یک رگرسیون آستانه‌ای با دو ناحیه که در آن آستانه با  $\gamma$  نشان داده می‌شود، به شکل رابطه ذیل نگاشته می‌شود:

$$y_t = X_t \beta + z_t \delta_1 + e_t \quad \text{if } -\infty < w_t < \gamma \quad \text{رابطه ۳}$$

$$y_t = X_t \beta + z_t \delta_2 + e_t \quad \text{if } \gamma < w_t < \infty$$

که در آن  $y_t$  متغیر مستقل؛  $X_t$  یک ماتریس  $k \times 1$  از متغیرهای وابسته؛  $\beta$  یک بردار  $1 \times k$  از ضرایب متغیرهای وابسته؛  $z_t$  متغیری است که در ناحیه بالا و پایین دارای ضرایب متفاوت  $\delta_1$  و  $\delta_2$  است.  $w_t$  متغیر آستانه است که می‌تواند یکی از متغیرهای  $X_t$  یا  $z_t$  یا یک ویژگی دیگر مشاهدات نمونه باشد؛  $e_t$  به عنوان جزء باقیمانده iid با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  است. برای تخمین آستانه ( $\hat{\gamma}$ ) باید حداقل مربعات رگرسیون زیر با تعداد T مشاهده و دو ناحیه را حداقل کنیم.

1. Breaks  
2. Asymmetries  
3. Hansen

$$y_t = X_t\beta + z_t\delta_1 I(-\infty < w_t < \gamma) + z_t\delta_2 I(\gamma < w_t < \infty) + e_t \quad (۴)$$

حداصل مربعات رگرسیون بالا معادل خواهد بود با

$$S_{T_1}(\gamma) = \sum_{t=1}^T \{y_t - X_t\beta - z_t\delta_1 I(-\infty < w_t < \gamma) - z_t\delta_2 I(\gamma < w_t < \infty)\}^2 \quad (۵)$$

و تابع حداصل‌سازی نیز برابر خواهد بود با

$$\hat{\gamma} = \arg \min_{y \in (-\infty, \infty)} S_{T_1}(\gamma) \quad (۶)$$

حال پس از توضیح مدل استاندارد رگرسیون آستانه‌ای، اگر  $d_t$  را نسبت بدھی در نظر بگیریم، اثر آستانه‌ای نسبت بدھی در صورت استفاده از فاصله تا نکول به شکل زیر مورد بررسی قرار خواهد گرفت:

$$R_t - R_{ft} = a_t + \lambda_1 DD_{t-1} I(d_t \leq \gamma) + \lambda_2 DD_{t-1} I(d_t > \gamma) + \lambda_{controls,t} controls_t + e_t \quad (۷)$$

در گام بعدی پژوهش، عامل‌های قیمت‌گذاری محاسبه می‌شوند که عامل‌های بازار، اندازه، ارزش، مومنتوم، سودآوری و سرمایه‌گذاری بر اساس پژوهش میرزایی و همکاران (۱۳۹۸) محاسبه شده‌اند و برای ساخت عامل ریسک نکول  $RMS_t$ ، میانگین بازدهی پرتفوی‌های ریسکی (R) از میانگین بازدهی پرتفوی‌های کمریسک (S) کسر شده است، به عبارت دیگر سرمایه‌گذاران باهدف کسب بازدهی بالاتر شرکت‌های با ریسک نکول بالا (DD کمتر) را خریده و شرکت‌های با ریسک نکول کمتر (DD بیشتر) را می‌فروشنند. برای بررسی اینکه عامل‌های مبتنی بر ریسک نکول توسط عامل‌های موجود در مدل‌های قیمت‌گذاری پایه قابل توضیح هستند یا خیر، بر اساس پژوهش‌های بریلاس و شانکن<sup>۱</sup> (۲۰۱۷)، فاما و فرنچ (۲۰۱۸) از رگرسیون‌های پوششی<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. در این رگرسیون‌ها، بازده عامل ریسک نکول با استفاده از داده‌های سری زمانی بر سایر عوامل رگرسیون زده می‌شود، درصورتی که عرض از مبدأ رگرسیون پوششی غیرصفر و معنادار باشد، به این معنا خواهد بود که عوامل موجود در الگوی چندعاملی توانایی توضیح بازده عامل جدید را بهصورت کامل نداشته‌اند.

برای آزمون عملکرد (قدرت توضیح‌دهنگی) مدل‌های قیمت‌گذاری در حالت عمومی، مدل رگرسیون زیر استفاده می‌شود:

$$r_{it} = \alpha_{it} + \sum \beta_{i,j,t} f_{j,t} + \varepsilon_{it} \quad (۸)$$

که در آن  $r_{it}$  بازده مازاد دارایی آزمون  $i$  است که بهصورت پرتفوی از سهام تشکیل می‌شود.  $f_{j,t}$  عامل سیستماتیک  $j$  موجود در مدل و  $\beta_{i,j,t}$  ضرایب حساسیت تغییرات بازدهی دارایی آزمون  $i$  نام نسبت به عامل سیستماتیک  $j$  است.  $\alpha_{it}$  مازاد بازده تخمین زده برای دارایی آزمون مدنظر را نشان می‌دهد که اگر تفاوت معناداری با صفر

1. Barillas & Shanken  
2. Spanning Regression

نشاشته باشد، به این معناست که مدل برای توضیح کامل بازده مورد انتظار دارایی، کفایت لازم را ندارد. با توجه به اینکه نتایج عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری، متأثر از نوع دارایی آزمون استفاده شده است (فاما فرنچ، ۲۰۱۸)، برای دستیابی به نتایج قابل اتقای دارایی‌های آزمون، یک بار بدون لحاظ ویژگی ریسک نکول و یک بار با لحاظ ویژگی‌های ریسک نکول تشکیل می‌شوند که در جدول ۲ جزئیات آن شرح داده شده است.

جدول ۲. دارایی‌های آزمون مورد استفاده برای ارزیابی عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری

نحوه ساخت	ویژگی‌های مورد استفاده	نوع رتبه‌بندی	نوع دارایی آزمون	
۴ × ۴	اندازه و B/M	رتبه‌بندی دوگانه	دارایی‌های آزمون بدون لحاظ ویژگی ریسک نکول	
۴ × ۴	اندازه و سودآوری			
۴ × ۴	اندازه و سرمایه‌گذاری			
۴ × ۴	اندازه و مومنتوم			
۲ × ۲ × ۲ × ۲	اندازه، B/M، سودآوری، سرمایه‌گذاری	رتبه‌بندی چهارگانه	دارایی‌های آزمون با لحاظ ویژگی‌های ریسک نکول	
۴ × ۴	اندازه، فاصله تا نکول	رتبه‌بندی دوگانه		
۲ × ۲ × ۲ × ۲	اندازه، B/M، سودآوری، فاصله تا نکول	رتبه‌بندی چهارگانه		
۲ × ۲ × ۲ × ۲	اندازه، B/M، سرمایه‌گذاری، فاصله تا نکول			
۲ × ۲ × ۲ × ۲	اندازه، B/M، مومنتوم، فاصله تا نکول			

مدل‌های قیمت‌گذاری چندعاملی پایه مورد ارزیابی به شرح جدول ۳ است که در مدل توسعه‌یافته به هر یک از مدل‌ها عامل نکول (RMS) اضافه می‌شود. برای مقایسه عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری از رویکرد رگرسیون‌های سری زمانی استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، بر اساس جدول ۳ رگرسیون سری زمانی برای هر دارایی آزمون برآورد می‌شود، سپس بر اساس مقدار عرض از مبدأ رگرسیون ( $\alpha_i$ ) که نشان‌دهنده بخشی از بازده دارایی‌های آزمون است و با استفاده از مدل توضیح داده نشده است، معیارهای مقایسه عملکرد محاسبه می‌شود. برای مقایسه عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری جدول ۳ از رویکرد رگرسیون‌های سری زمانی استفاده می‌شود.

جدول ۳. مدل‌های قیمت‌گذاری چندعاملی مورد ارزیابی

تصویر مدل‌های عاملی قیمت‌گذاری	نام	نام مدل
$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + b_i(R_{mt} - R_{ft}) + s_iSMB_{FF} + h_iHML_{FF} + \{r_iRMS_t\} + e_{it}$	FF3	سه عاملی فاما فرنچ
$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + b_i(R_{mt} - R_{ft}) + s_iSMB_{FF} + h_iHML_{FF} + M_iUMD_t + \{r_iRMS_t\} + e_{it}$	FM4	مدل کارهارت
$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + b_i(R_{mt} - R_{ft}) + s_iSMB_{FF} + h_iHML_{FF} + r_iRMW_t + c_iCMA_t + \{r_iRMS_t\} + e_{it}$	FF5	مدل پنج عاملی فاما و فرنچ
$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + b_i(R_{mt} - R_{ft}) + s_iSMB_{FF} + h_iHML_{FF} + r_iRMW_t + c_iCMA_t + M_iUMD_t + \{r_iRMS_t\} + e_{it}$	FF6	مدل شش عاملی فاما و فرنچ

معیارهای مورد استفاده شامل آماره آزمون GRS گینز، راس و شانکن (۱۹۸۹)، میانگین قدرمطلق آلفاهای برآورده ( $A|a_i$ )، نسبت  $\frac{A|a_i}{A|\bar{r}_t}$  و میانگین ضریب تعیین تعدل شده ( $AR^2$ ) هستند (فاما و فرنچ، ۲۰۱۵؛ Wahal، ۲۰۱۹). برای بررسی اثر آستانهای نسبت بدھی، ابتدا سهام انفرادی بر اساس نسبت بدھی به دو طبقه نسبت بدھی بالا و نسبت بدھی پایین تقسیم‌بندی می‌شوند و سپس در هر طبقه مطابق جدول ۲ دارایی‌های آزمون برای پرتفوی‌ها برای رعایت اصل اختصار بالحاظ ویژگی‌های ریسک نکول ایجاد می‌شوند.

در نهایت، عملکرد برونو نمونه‌ای مدل‌های توسعه‌یافته بررسی می‌شود. برای اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد برونو نمونه‌ای مدل‌ها، ابتدا با تقسیم داده‌ها به دو مجموعه آموزشی<sup>۱</sup> و آزمایشی<sup>۲</sup>، بازدهی برونو نمونه‌ای برآورد و سپس از ضریب تعیین برونو نمونه‌ای به شرح ذیل استفاده می‌شود.

$$R_{OOS}^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (r_t - \hat{r}_t)^2}{\sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r}_t)^2} \quad (9)$$

که در آن  $r_t$  بازدهی محقق پرتفوی در دوره آزمایشی،  $\hat{r}_t$  بازده پیش‌بینی شده پرتفوی در دوره آزمایشی و  $\bar{r}_t$  میانگین بازدهی پرتفوی در دوره آموزشی است.

## تحلیل داده‌ها و یافته‌ها

### آمار توصیفی ویژگی‌های شرکتی

از آنجایی که برای آزمون فرضیه‌های این پژوهش از دو مجموعه داده‌های ویژگی‌ها و عامل‌ها استفاده شده است، آمار توصیفی هر یک در جدول جداگانه‌ای ارائه شده است. در ابتدا آمار توصیفی و همبستگی ویژگی‌های سهام انفرادی آورده شده است.

جدول ۴. آمار توصیفی متغیرها

-ln(size)	dtd	momentum	Profitability	investment	B2M	beta	
-۱۲/۵۳	۲/۸۵۷	۰/۱۴۹	۰/۱۹۸	۰/۲۸۶	۰/۳۵۶	۰/۴۴۰	میانگین
۰/۰۰۴	۰/۰۱۱	۰/۰۰۲	۰/۰۱۸	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱	۰/۰۰۲	انحراف معیار
-۱۲/۴۸	۲/۲۸	۰/۰۶۱	۰/۲۹۹	۰/۱۷۴	۰/۲۶۴	۰/۴۰۸	میانه
-۱۵/۷۱	-۲/۹۱	-۰/۰۵۵۶	-۳/۴۶	-۰/۶۶۰	۰/۰۱	-۱/۰۶۳	حداقل
-۹/۶۲	۱۶/۷۴	۱/۹۸۶	۴/۸۱	۷/۳۱	۳/۲۰	۲/۳۰	حداکثر

1. Wahal  
2. Training set  
3. Test set

همبستگی متغیرها نیز نشان‌دهنده همبستگی منفی متغیر dtd با متغیر بتا، سرمایه‌گذاری و مومنتوم و همچنین، همبستگی مثبت با متغیرهای اندازه، M/B و سودآوری است. بین متغیر dtd و سایر متغیرهای کنترلی همبستگی شدید (بیشتر از ۰/۵) وجود ندارد.

### آمار توصیفی عامل‌ها

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، بیشترین میانگین بازدهی ماهانه (سالانه) بهتری برای عامل بازار، اندازه و ریسک نکول است و عامل مومنتوم میانگین بازدهی نزدیک به صفر دارد. بازدهی عامل نکول ۱۲/۸ درصد سالانه است که در مقایسه بازده عامل اندازه بزرگ‌تر است و بالاترین میانگین بازدهی را در میان عامل‌های مورد بررسی پس از عامل بازار دارد.

جدول ۵. آمار توصیفی بازده ماهانه عامل‌های قیمت‌گذاری

RMS	UMD	CMA	RMW	HML	SMB	mkt_rf	
۰/۰۱۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۴	۰/۰۰۶	۰/۰۱۳	۰/۰۰۹	۰/۰۱۳	میانگین
۰/۰۰۳	۰/۰۰۴	۰/۰۰۳	۰/۰۰۴	۰/۰۰۵	۰/۰۰۴	۰/۰۰۵	انحراف معیار
۶/۰۲۴	۰/۳۳۵	۲/۵۷۹	۱/۲۷۶	۲/۰۱۲	۲/۴۶۶	۰/۵۹۰	کشیدگی
-۱/۱۵۷	-۰/۰۸۸	-۰/۰۰۲	۰/۲۴۶	۰/۷۳۴	۰/۱۱۸	۰/۸۶۷	چولگی
-۰/۱۹۸	-۰/۱۴۶	-۰/۱۶۶	-۰/۱۵۰	-۰/۲۱۴	-۰/۲۴۸	-۰/۱۰۵	حداقل
۰/۱۴۳	۰/۱۷۶	۰/۱۶۳	۰/۲۱۰	۰/۲۹۸	۰/۲۶۵	۰/۲۶۴	حداکثر
۲۲۱	۲۲۱	۲۲۱	۲۲۱	۲۲۱	۲۲۱	۲۲۱	تعداد ماه
۰/۱۲۸	۰/۰۰۷	۰/۰۵۳	۰/۰۷۴	۰/۱۵۵	۰/۱۰۸	۰/۱۵۵	بازدهی سالانه شده

همچنین همبستگی بین عامل‌های مورد بررسی قرار گرفته است که نشان‌دهنده همبستگی منفی عامل ریسک نکول با عامل اندازه، ارزش و بازار و همبستگی مثبت با عامل سرمایه‌گذاری، سودآوری و مومنتوم است. بیشترین همبستگی مثبت بین عامل سرمایه‌گذاری و اندازه (۰/۳۰۴) و بیشترین همبستگی منفی بین عامل سرمایه‌گذاری و سودآوری (-۰/۵۵۹) است.

### نتایج رگرسیون‌های مقطعي (فاما و مکبت)

در جدول ۶ نتایج رگرسیون‌های مقطعي تک متغیره برای تمام ویژگی‌های شرکتی مورد استفاده در پژوهش و متغیر مستقل (بازدهی ماهانه) مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که ضریب متغیر نماینده ریسک نکول (فاصله تا نکول) برای بازدهی ماهانه منفی و غیرمعنادار است. عامل اندازه (لگاریتم منفی ارزش بازار) مطابق انتظار رابطه معکوس با بازدهی ماهانه دارد و ضریب آن معنادار است. به عبارت دیگر، شرکت‌های کوچک‌تر به طور متوسط بازدهی

بالاتری دارند. این نتیجه برای ویژگی ارزش، تکرار شده است و شرکت‌های ارزشی صرف ریسک مثبت داشته‌اند. متغیر سرمایه‌گذاری با بازدهی ماهانه رابطه منفی و معنادار دارد. هیچ‌گونه رابطه معناداری بین بتا، سودآوری و مومنتوم و بازدهی ماهانه مشاهده نشد.

جدول ۶. نتایج رگرسیون فاما-مکبث تک متغیره

بازده مازاد ماهانه							
dtd	momentum	profit	investment	b2m	size	beta	
.۰/۰۲۷***	.۰/۰۲۶***	.۰/۰۲۶***	.۰/۰۲۹***	.۰/۰۲۳***	.۰/۱۰۴***	.۰/۰۲۴***	Constant
۵/۳۷۰	۵/۹۴۰	۵/۴۷۰	۶/۴۱۰	۵/۶۰۰	۳/۵۱۰	۶/۳۰۰	
.۰/۰۰۰	.۰/۰۰۰۳	.۰/۰۰۱	-.۰/۰۱۲***	.۰/۰۱۶**	.۰/۰۰۶***	.۰/۰۰۳	$\lambda$
-.۰/۱۲۶	.۰/۷۷۹	.۰/۳۷۲	-.۳/۲۵۰	۲/۰۶۰	۲/۸۱۰	.۰/۵۰۹	
.۰/۰۳۳۳	.۰/۰۳۳	.۰/۰۳۳	.۰/۰۳۳	.۰/۰۳۴	.۰/۰۳۴	.۰/۰۳۳	R2

\*، \*\* و \*\*\* به ترتیب نشان‌دهنده سطح معناداری، ۱، ۵ و ۱۰ درصد است.

نتایج حاصل از رگرسیون‌های مقطعی چندمتغیره بدون حضور متغیر آستانه که به دلیل محدودیت صفحات ارائه نشده است، نشانگر آن بود که متغیر فاصله تا نکول در حضور سایر متغیرها نیز با بازدهی ماهانه رابطه معناداری ندارد. متغیر اندازه، در حضور تمام ویژگی‌های دیگر با بازدهی ماهانه رابطه مثبت و معناداری دارد، رابطه مثبت و معنادار متغیر M/B در حضور سایر متغیرها کمتر شده است و این متغیر در سطح اطمینان ۹۰ درصد معنادار است. رابطه منفی و معنادار متغیر سرمایه‌گذاری، در تمام مدل‌ها در سطح اطمینان ۹۹ درصدی تکرار شده است. نکته مهم رابطه مثبت و معنادار متغیر سودآوری با بازدهی ماهانه است که در رگرسیون تک متغیره مشاهده نشده بود. هیچ‌گونه رابطه معناداری بین بتا و بازدهی ماهانه و بین مومنتوم و بازدهی ماهانه مشاهده نشد.

جدول ۷ نتایج رگرسیون‌های مقطعی با متغیر آستانه نسبت بدھی را نشان می‌دهد. ضرایب فاصله تا نکول برای شرکت‌های با نسبت بدھی بالا، به تنهایی و همراه با سایر متغیرها، در سطح ۹۹ درصد معنادار و منفی است. این بدان معناست که برای شرکت‌های با بدھی بالاتر، بین بازدهی ماهانه و فاصله تا نکول رابطه منفی وجود دارد؛ یعنی با کاهش فاصله تا نکول (افزایش ریسک نکول)، بازدهی مورد انتظار سهام افزایش می‌یابد و برعکس. برای شرکت‌های با نسبت بدھی پایین‌تر، هیچ رابطه معناداری مشاهده نمی‌شود. عامل سایز در تمام مدل‌ها بدون حضور فاصله تا نکول در سطح ۹۹ درصد معنادار است؛ اما با اضافه شدن فاصله تا نکول، معناداری آن به ۹۰ درصد کاهش می‌یابد. عامل مومنتوم در همه حالات معنادار بوده و رابطه مثبتی با بازدهی سهام دارد.

جدول ۷. نتایج رگرسیون چندگانه فاما مکبیت برای بازدهی ماهانه بافرض وجود آستینه

\*\*\* و \*\*\* به ترتیب نشان دهنده سطح معناداری ۱۰، ۵ و ۱ درصد است.

### نتایج رگرسیون‌های پوششی

نتایج رگرسیون‌های پوششی در جدول ۸ مشاهده می‌شود که در آن بازده عامل مبتنی بر ریسک نکول با استفاده از داده‌های سری زمانی بر سایر عوامل تخمین زده شده است. با توجه به اینکه عرض از مبدأ تمام رگرسیون‌های پوششی غیر صفر و معنادار است، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که عوامل موجود در الگوی چندعاملی مورد بررسی توانایی توضیح بازده عامل جدید را بهصورت کامل ندارند، بنابراین می‌توان عامل ریسک نکول را به عوامل موجود در الگوی عاملی مدنظر اضافه کرد.

جدول ۸. نتایج رگرسیون‌های پوششی

RMS				
FF6	FF5	FF4	FF3	
.۰/۰۱۴***	.۰/۰۱۶***	.۰/۰۱۵***	.۰/۰۱۶***	عرض از مبدأ
۶/۳۶۰	۶/۸۴۰	۶/۶۷۰	۷/۲۰۰	
.۰/۲۱۳	.۰/۱۶۲	.۰/۲۰۴	.۰/۱۵۹	R <sup>r</sup>
.۰/۱۹۱	.۰/۱۴۳	.۰/۱۸۹	.۰/۱۴۷	Adjusted R <sup>r</sup>

\*\*\* و \*\* به ترتیب نشان‌دهنده سطح معناداری، ۱، ۵ و ۱۰ درصد است.

### نتایج رگرسیون‌های سری زمانی با و بدون حضور متغیر فاصله نکول در دارایی‌های آزمون

در مرحله بعد، قدرت توضیح‌دهنگی مدل‌های قیمت‌گذاری با و بدون عامل ریسک نکول در سطح پرتفوی بررسی می‌شود. رگرسیون‌های سری زمانی برای پرتفوی‌های مختلف اجرا شده است. بهدلیل محدودیت صفحات، جدول نتایج رگرسیون‌های سری زمانی برای دارایی‌های آزمون تشکیل‌یافته بدون حضور متغیر فاصله تا نکول ارائه نشده است؛ اما از چهار آماره استفاده شده برای ارزیابی عملکرد مدل‌ها، آماره GRS نشان داد که بهجز دارایی‌های آزمون چهارگانه، سایر مدل‌ها برای توضیح بازدهی کفایت لازم را ندارند، هرچند با اضافه شدن عامل RMS، کاهش این آماره مشهود است. مدل‌های فاما و فرنچ پنج و شش عاملی، برای دارایی‌های آزمون چهارگانه کافی بوده‌اند و با افزودن RMS بهبود یافته‌اند. سایر آماره‌ها نیز بهبود نسبی عملکرد مدل‌ها را با اضافه شدن RMS نشان می‌دهند. بر اساس جدول ۹، زمانی که دارایی‌های آزمون با استفاده از ویژگی فاصله تا نکول تشکیل می‌شود، شاهد آن هستیم که مدل‌های رایج قیمت‌گذاری بدون اضافه شدن عامل ریسک نکول، بهجز در مورد دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی ۲×۲×۲×۲) تشکیل شده بر اساس اندازه M/B، مومنتوم و فاصله تا نکول، در توضیح بازدهی سایر دارایی‌های آزمون، عملکرد مناسبی ندارند و عملکرد آن‌ها نسبت به حالت عدم حضور متغیر فاصله تا نکول نیز ضعیفتر شده است. زمانی که عامل ریسک نکول به مدل‌های قیمت‌گذاری اضافه می‌شود، عملکرد مدل‌ها بهصورت کلی و مقایسه نظیر به نظری بهبود می‌یابد، بهصورتی که  $|A_i \alpha_i| / |A_i|$  در تمام دارایی‌های آزمون کاهش و  $(R^2)$  افزایش نسبی یافته است که بهبود قدرت توضیح‌دهنگی مدل‌ها را نشان می‌دهد.

## جدول ۹. نتایج رگرسیون‌های سری زمانی با حضور متغیر فاصله تا نکول

FF6 + RMS	FF5 + RMS	FF4 + RMS	FF3 + RMS	$\gamma_{FF}$	$\delta_{FF}$	FF4	FF3	
دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی $4 \times 4$ ) بر اساس اندازه و فاصله تا نکول								
.+/11	.+/11	.+/11	.+/11	.+/13	.+/12	.+/12	.+/12	$A \alpha_i $
.+/843	.+/827	.+/813	.+/789	.+/936	.+/934	.+/919	.+/908	$A \alpha_i /A \bar{r}_i $
.+/501	.+/492	.+/499	.+/488	.+/491	.+/483	.+/489	.+/487	$A(R^2)$
(+) ۴/۴۵	(-) ۴/۸۶	(-) ۴/۵۱	(-) ۴/۹۵	(-) ۸/۰۲	(-) ۸/۴۸	(-) ۷/۸۵	(-) ۸/۹	GRS (P)
دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، سرمایه‌گذاری و فاصله تا نکول								
.+/11	.+/12	.+/12	.+/11	.+/12	.+/13	.+/13	.+/13	$A \alpha_i $
.+/879	.+/886	.+/898	.+/874	.+/954	.+/967	.+/995	.+/974	$A \alpha_i /A \bar{r}_i $
.+/475	.+/466	.+/469	.+/458	.+/466	.+/457	.+/460	.+/457	$A(R^2)$
(-) ۳/۲۵	(-) ۳/۶۵	(-) ۳/۰۸	(-) ۳/۴۹	(-) ۶/۲	(-) ۶/۶۷	(-) ۵/۸۳	(-) ۶/۸۳	GRS (P)
دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، سودآوری و فاصله تا نکول								
.+/10	.+/10	.+/009	.+/009	.+/11	.+/11	.+/11	.+/10	$A \alpha_i $
.+/778	.+/820	.+/757	.+/740	.+/853	.+/894	.+/858	.+/850	$A \alpha_i /A \bar{r}_i $
.+/453	.+/445	.+/441	.+/432	.+/445	.+/436	.+/433	.+/432	$A(R^2)$
(-) ۳/۵۷	(-) ۳/۹۶	(-) ۳/۷۴	(-) ۳/۲۱	(-) ۵/۴۶	(-) ۵/۹۲	(-) ۴/۹۸	(-) ۶/۳۶	GRS (P)
دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، مومتومن و فاصله تا نکول								
.+/10	.+/11	.+/10	.+/11	.+/12	.+/12	.+/12	.+/12	$A \alpha_i $
.+/808	.+/826	.+/797	.+/821	.+/892	.+/897	.+/899	.+/909	$A \alpha_i /A \bar{r}_i $
.+/438	.+/423	.+/439	.+/423	.+/433	.+/417	.+/433	.+/426	$A(R^2)$
۱/۵۱	۱/۶۴	۱/۴۹	۱/۶۴	۱/۶۸	۱/۸۷	۱/۸	۱/۹۵	GRS (P)
(+101)	(+0.617)	(+1.06)	(+0.607)	(+0.525)	(+0.247)	(+0.325)	(+0.179)	

## نتایج رگرسیون سری زمانی با وجود متغیر آستانه

با توجه به اصل اختصار در توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری، قدرت توضیح‌دهنگی این مدل‌ها برای دارایی‌های با ویژگی خاص آزمون می‌شود. ابتدا شرکت‌ها بر اساس نسبت بدھی به دو گروه با بدھی بالا و پایین تقسیم می‌شوند؛ سپس برای ساخت دارایی‌های آزمون استفاده می‌شوند. به دلیل محدودیت صفحات، نتایج مربوط به گروه دارایی‌ها با نسبت بدھی بالا ارائه شده است. جدول ۱۰ نتایج رگرسیون‌های سری زمانی را با حضور متغیر فاصله تا نکول برای دارایی‌های با نسبت بدھی بالا نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده از بهبود عملکرد مدل‌ها در حالت وجود آستانه برای دارایی‌های آزمون حکایت می‌کند؛ به طوری که در دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی  $4 \times 4$ ) که بر اساس اندازه و فاصله تا نکول ایجاد شده‌اند،  $A|\alpha_i|/A|\bar{r}_i|$  در مدل‌های قیمت‌گذاری با حضور RMS کاهش قابل ملاحظه یافته‌اند.

**جدول ۱۰. نتایج رگرسیون های سری زمانی با حضور متغیر فاصله تا نکول و برای دارایی های با نسبت بدھی بالا**

FF6 + RMS	FF5 + RMS	FF4 + RMS	FF3 + RMS	FF6	FF5	FF4	FF3	
<b>دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی ۴×۴) بر اساس اندازه و فاصله تا نکول</b>								
۰/۰۱۰	۰/۰۱۰	۰/۰۱۰	۰/۰۰۹	۰/۰۱۷	۰/۰۱۶	۰/۰۱۶	۰/۰۱۵	$A \alpha_i $
۰/۶۲۸	۰/۶۲۲	۰/۵۹۵	۰/۵۸۰	۱/۰۱۷	۰/۹۸۷	۰/۹۶۹	۰/۹۲۵	$A \alpha_i /A \bar{r}_i $
۰/۴۸۲	۰/۴۷۶	۰/۴۷۹	۰/۴۷۲	۰/۴۶۴	۰/۴۵۹	۰/۴۶۱	۰/۴۶۳	$A(R^2)$
(۰) ۲/۶۵	(۰) ۲/۶۶	(۰) ۲/۸	(۰) ۲/۸۴	(۰) ۵/۳۶	(۰) ۵/۵۶	(۰) ۵/۸۸	(۰) ۵/۸	GRS (P)
<b>دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی ۲×۲×۲×۲) بر اساس اندازه، B/M، سرمایه‌گذاری و فاصله تا نکول</b>								
۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۵	۰/۰۱۵	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	$A \alpha_i $
۰/۴۹۵	۰/۴۲۹	۰/۴۴۱	۰/۳۶۹	۱/۱۲۱	۱/۰۹۷	۱/۱۰۲	۱/۰۶۵	$A \alpha_i /A \bar{r}_i $
۰/۴۵۵	۰/۴۴۹	۰/۴۵۱	۰/۴۴۵	۰/۴۳۵	۰/۴۳۰	۰/۴۳۱	۰/۴۳۳	$A(R^2)$
(۰) ۸/۰۶	(۰) ۶۸۶	(۰) ۸/۵۲	(۰) ۸/۳۶	(۰) ۸/۸۷	(۰) ۵/۹۳	(۰) ۳/۱۶	(۰) ۳/۳۳	(۰) ۳/۴۶
(۰) ۳/۵۱								
<b>دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی ۲×۲×۲×۲) بر اساس اندازه، B/M، سودآوری و فاصله تا نکول</b>								
۰/۰۱۱	۰/۰۱۰	۰/۰۰۹	۰/۰۰۸	۰/۰۱۹	۰/۰۱۸	۰/۰۱۷	۰/۰۱۶	$A \alpha_i $
۰/۷۳۸	۰/۶۹۷	۰/۶۱۸	۰/۵۶۲	۱/۲۷۲	۱/۲۱۹	۱/۱۷۵	۱/۱۰۱	$A \alpha_i /A \bar{r}_i $
۰/۴۵۳	۰/۴۴۳	۰/۴۳۴	۰/۴۲۴	۰/۴۳۴	۰/۴۲۴	۰/۴۱۳	۰/۴۱۳	$A(R^2)$
(۰) ۰/۰۴) ۱/۷۶	(۰) ۰/۰۳۹۹) ۱/۷۶	(۰) ۰/۰۴۱) ۱/۷۵	(۰) ۰/۰۴۳۶) ۱/۷۳	(۰) ۴/۴۳	(۰) ۴/۶۲	(۰) ۴/۲۶	(۰) ۴/۶۳	GRS (P)
<b>دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی ۲×۲×۲×۲) بر اساس اندازه، B/M، مومنتوم و فاصله تا نکول</b>								
۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۶	۰/۰۱۳	۰/۰۱۳	۰/۰۱۳	۰/۰۱۳	$A \alpha_i $
۰/۵۳۴	۰/۵۰۰	۰/۴۹۲	۰/۴۶۳	۰/۹۵۲	۰/۹۵۲	۰/۹۵۲	۰/۹۵۵	$A \alpha_i /A \bar{r}_i $
۰/۴۴۴	۰/۴۲۳	۰/۴۳۹	۰/۴۲۶	۰/۴۳۱	۰/۴۲۱	۰/۴۲۶	۰/۴۲۳	$A(R^2)$
(۰) ۰/۰۴) ۱/۷۶	(۰) ۰/۰۳۹۹) ۱/۷۶	(۰) ۰/۰۴۱) ۱/۷۵	(۰) ۰/۰۴۳۶) ۱/۷۳	(۰) ۴/۴۳	(۰) ۴/۶۲	(۰) ۴/۲۶	(۰) ۴/۶۳	GRS (P)

با افروzen عامل ریسک نکول به مدل سه عاملی فاما و فرنچ، بهترین نتیجه حاصل شده است.  $A(R^2)$  در مدل های ریسک نکول افزایش نسبی داشته و آماره GRS کاهش شایان توجهی یافته است؛ اما همچنان نشان دهنده عدم موفقیت کامل مدل ها در توضیح تفاوت بازدهی است. برای سایر دارایی های آزمون، تمام آماره ها عملکرد بهتر مدل های با حضور عامل ریسک نکول را نشان می دهند و GRS کفايت مدل ها را تأیید می کند. عملکرد مدل  $FF3 + RMS$  در تمام دارایی های آزمون چشمگیر است. همچنین، تمام مدل ها برای دارایی های آزمونی با ویژگی مومنتوم و فاصله تا نکول عملکرد مناسبی دارند. نتایج رگرسیون های سری زمانی برای دارایی های با نسبت بدھی کم، بهبود نسبی در آماره ها را نشان می دهد؛ اما تفاوت معناداری بین مدل های رایج و مدل های با ریسک نکول مشاهده نمی شود.

### عملکرد برون نمونه‌ای

بررسی عملکرد برون نمونه‌ای مدل‌های قیمت‌گذاری، در جدول ۱۱ گزارش شده است، برای دستیابی به این نتایج، دادهای ماهانه ۱۳ سال اول دوره پژوهش، به عنوان دوره یادگیری در نظر گرفته شده؛ سپس عملکرد مدل‌ها برای ۳۶ ماه دوره آزمایش بررسی شده است. در ادامه،  $R^2$  برون نمونه‌ای مدل‌ها که میانگین  $R^2$  هر یک از پرتفوی‌های دارایی‌های آزمون است، محاسبه شده است. نتایج به دست آمده برای پنل «الف» گویای عملکرد نزدیک تمام مدل‌های قیمت‌گذاری است. حداکثر و حداقل  $R^2$  محاسبه شده برای این پنل  $2/69$  درصد و  $2/35$  درصد برای بازدهی ماهانه است. در پنل «ب» که عملکرد برون نمونه‌ای مدل‌ها برای دارایی‌های آزمون با حضور متغیر فاصله تا نکول مورد بررسی قرار گرفته، شاهد کاهش مقادیر  $R^2$  برون نمونه‌ای برای تمام مدل‌ها هستیم، هرچند عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری با ریسک نکول بهتر بوده است. در پنل «ج» که دارایی‌های با نسبت بدھی زیاد حضور دارند، عملکرد مدل‌های با ریسک نکول بهتر از عملکرد مدل‌های رایج است.  $R^2$  برون نمونه‌ای در حداکثر میزان خود در این پنل به  $2/76$  درصد و در حداقل آن  $1/76$  درصد است. در نهایت، در پنل «د» عملکرد برون نمونه‌ای مدل‌ها برای دارایی‌های با نسبت بدھی پایین و با حضور متغیر فاصله تا نکول مورد بررسی قرار گرفته است، نتایج حاصل گویای عملکرد ضعیف تمام مدل‌ها نسبت به پنل «ج» است. به عبارت دیگر، زمانی که دارایی‌های با نسبت پایین را با حضور متغیر فاصله تا نکول برای ایجاد دارایی‌های آزمون استفاده کنیم، برای استفاده از مدل‌های قیمت‌گذاری با ریسک نکول دلیل معناداری نداریم؛ در حالی که این مورد برای دارایی‌های با نسبت بدھی بالا نتایج بهتری خواهد داشت. نتایج به دست آمده برای مقادیر  $R^2$  در مقایسه با پژوهش گو، کلی و شیو<sup>۱</sup> (۲۰۲۰) با استفاده از رگرسیون OLS بهتر است که علت آن را می‌توان در دارایی‌های آزمون پژوهش گو و همکاران (۲۰۲۰) دانست که در سطح سهام انفرادی صورت گرفته است.

جدول ۱۱. عملکرد برون نمونه‌ای مدل‌های قیمت‌گذاری برای دارایی‌های آزمون مختلف –  $R^2$  برون نمونه‌ای

FF6 + RMS	FF5 + RMS	FF4 + RMS	FF3 + RMS	FF6	FF5	FF4	FF3	
الف) دارایی‌های آزمون بدون حضور متغیر فاصله تا نکول								
۲/۶۳%	۲/۶۳%	۲/۶۴%	۲/۶۶%	۲/۶۷%	۲/۶۷%	۲/۶۹%	۲/۷۰%	دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی $4 \times 4$ ) بر اساس اندازه و B/M
۲/۴۳%	۲/۵۱%	۲/۳۷%	۲/۴۶%	۲/۴۷%	۲/۵۴%	۲/۴۱%	۲/۴۹%	دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی $4 \times 4$ ) بر اساس اندازه و سرمایه‌گذاری
۲/۵۱%	۲/۵۶%	۲/۳۵%	۲/۴۴%	۲/۵۹%	۲/۶۳%	۲/۴۴%	۲/۵۱%	دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی $4 \times 4$ ) بر اساس اندازه و سودآوری
۲/۵۳%	۲/۵۵%	۲/۴۸%	۲/۵۳%	۲/۵۸%	۲/۵۸%	۲/۵۴%	۲/۵۶%	دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی $4 \times 4$ ) بر اساس اندازه و مومنتوم
۲/۴۶%	۲/۴۸%	۲/۳۸%	۲/۴۳%	۲/۴۸%	۲/۴۸%	۲/۴۱%	۲/۴۴%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه B/M سرمایه‌گذاری و سودآوری

FF6 + RMS	FF5 + RMS	FF4 + RMS	FF3 + RMS	FF6	FF5	FF4	FF3	
<b>(ب) دارایی‌های آزمون با حضور متغیر فاصله تا نکول</b>								
۰/۰۷%	۰/۶۵%	۰/۰۷%	۰/۵۰%	۰/۰۱%	۰/۲۵%	۰/۰۱%	۰/۱۹%	دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی $4 \times 4$ ) بر اساس اندازه و فاصله تا نکول
۲/۰۶%	۱/۴۳%	۱/۹۳%	۱/۴۷%	۱/۱۲%	۰/۸۴%	۱/۰۵%	۰/۸۴%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، سرمایه‌گذاری و فاصله تا نکول
۱/۷۶%	۱/۲۲%	۱/۷۸%	۱/۳۹%	۰/۹۶%	۰/۷۲%	۰/۹۵%	۰/۷۸%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، سودآوری و فاصله تا نکول
۲/۱۷%	۱/۴۹%	۲/۰۰%	۱/۵۴%	۱/۱۲%	۰/۷۹%	۱/۰۲%	۰/۸۱%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، مومنتوم و فاصله تا نکول
<b>(ج) دارایی‌های آزمون با حضور متغیر فاصله تا نکول و دارایی‌های با نسبت بدھی بالا</b>								
۲/۳۷%	۲/۲۶%	۱/۹۷%	۲/۰۴%	۰/۹۶%	۰/۸۹%	۰/۸۶%	۰/۸۴%	دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی $4 \times 4$ ) بر اساس اندازه و فاصله تا نکول
۲/۲۰%	۲/۴۳%	۲/۲۱%	۲/۱۴%	۰/۹۸%	۰/۹۷%	۰/۸۷%	۰/۸۹%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، سرمایه‌گذاری و فاصله تا نکول
۲/۶۹%	۲/۷۶%	۲/۵۱%	۲/۴۰%	۱/۲۴%	۱/۱۲%	۱/۰۳%	۰/۹۹%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، سودآوری و فاصله تا نکول
۲/۲۵%	۲/۰۱%	۱/۸۲%	۱/۷۶%	۰/۹۴%	۰/۸۸%	۰/۷۷%	۰/۷۶%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، مومنتوم و فاصله تا نکول
<b>(د) دارایی‌های آزمون با حضور متغیر فاصله تا نکول و دارایی‌های با نسبت بدھی پایین</b>								
۰/۵۶%	۰/۶۹%	۰/۶۹%	۰/۷۸%	۰/۴۴%	۰/۵۴%	۰/۵۸%	۰/۶۵%	دارایی آزمون دوگانه (۱۶ پرتفوی $4 \times 4$ ) بر اساس اندازه و فاصله تا نکول
۰/۹۴%	۱/۰۳%	۱/۱۸%	۱/۲۲%	۰/۸۹%	۰/۹۶%	۱/۱۴%	۱/۱۶%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، سرمایه‌گذاری و فاصله تا نکول
۰/۷۰%	۰/۱۸۲%	۰/۹۷%	۱/۰۱%	۰/۶۶%	۰/۷۵%	۰/۹۴%	۰/۹۵%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، سودآوری و فاصله تا نکول
۰/۶۹%	۰/۱۸۵%	۱/۰۰%	۱/۰۶%	۰/۶۳%	۰/۷۸%	۰/۹۵%	۱/۰۰%	دارایی آزمون چهارگانه (۱۶ پرتفوی $2 \times 2 \times 2$ ) بر اساس اندازه، B/M، مومنتوم و فاصله تا نکول

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش با توجه به اهمیت ریسک اعتباری و ارتباط آن با بازدهی سهام، مدل‌های قیمت‌گذاری، مبتنی بر یک معیار ریسک اعتباری، یعنی فاصله تا نکول توسعه داده شده است. بدین منظور ارتباط متغیر فاصله تا نکول و بازدهی ماهانه، یک بار با حضور سایر ویژگی‌های شرکتی و یک بار بدون حضور آن‌ها، از طریق رگرسیون‌های مقطعی بررسی شد. همچنین با توجه به نظریه بده - بستان ساختار سرمایه، مدل‌های رگرسیون آستانه‌ای، به عنوان رویکردی جدید در توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری بررسی شد. نتایج به دست آمده نشان داد که متغیر فاصله تا نکول، به تنها یک یا در حضور سایر ویژگی‌ها، تحت تأثیر اثر آستانه‌ای نسبت بدهی قرار دارد؛ به طوری که رابطه معنادار و منفی (فاصله تا نکول کم معادل بازدهی بالا) برای سهام با نسبت بدهی بالا برقرار است. نتایج این پژوهش به دلیل استفاده از متغیر آستانه‌ای، قابلیت مقایسه نظریه‌پژوهش‌های دیگر را ندارد؛ اما در مقایسه کلی می‌توان گفت با نتایج پژوهش‌های گو و ژیانگ (۲۰۲۱)، اسکوچر و لونچارسکی (۲۰۱۸) و آرتزو همکاران (۲۰۱۸) در پژوهش‌های خارجی و با نتایج قضاوی و بت‌شکن (۱۳۹۸) در پژوهش‌های داخلی همسو است. از میان متغیرهای منتخب برای بررسی، عامل اندازه در تمام حالت‌های بررسی شده معنادار است و اثر اندازه فارغ از آستانه بدهی بالا یا پایین، به عنوان عاملی مهم با بازدهی سهام ارتباط منفی دارد. همچنین، استفاده از اثر آستانه متغیرهای تأثیرگذار بر بازدهی دارایی در رگرسیون‌های مقطعی، امکان بررسی دقیق‌تری از اثر متغیرها بر بازدهی سهام انفرادی را فراهم می‌آورد.

نتیجه حاصل از گام اول، احتمال این را تقویت کرد که عامل مبتنی بر فاصله تا نکول نیز، در توضیح بازدهی دارایی‌ها مؤثر است و نتایج حاصل از رگرسیون پوششی نشان داد که عامل‌های موجود در مدل‌های قیمت‌گذاری فاما و فرنچ (۱۹۹۳، ۲۰۱۵، ۲۰۱۸) و کارهارت (۱۹۹۷) توانایی توضیح بازده عامل ریسک نکول را ندارند؛ بنابراین با اضافه شدن عامل ریسک نکول به مدل‌های قیمت‌گذاری مورد بررسی، توان توضیح دهنده و پیش‌بینی مدل‌ها برای دارایی‌های آزمون با آستانه بدهی بالا و پایین بررسی شد و نتایج حاصل، عملکرد مناسب مدل‌های قیمت‌گذاری توسعه یافته برای دارایی‌های آزمون با نسبت بدهی بالا را نشان داد. نتایج حاصل نشان می‌دهد که برای رعایت اصل اختصار در مدل‌های قیمت‌گذاری، می‌توان از مدل‌های قیمت‌گذاری آستانه‌ای برای توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری و قیمت‌گذاری بخشی از دارایی‌های آزمون با ویژگی‌های خاص به کار برد و نتیجه مناسب دریافت کرد.

## پیشنهادها و محدودیت‌ها

استفاده از متغیر آستانه در مدل‌های قیمت‌گذاری، امکان بهبود عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری برای دارایی‌های آزمون خاص را فراهم می‌آورد و به نوعی، اصل اختصار در توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری را امکان‌پذیر می‌کند. با استفاده از این تکنیک می‌توان مدل‌های قیمت‌گذاری را برای دسته خاصی از دارایی‌ها با ویژگی مشخص استفاده و نتیجه بهتری کسب کرد. یکی از موضوعاتی که می‌تواند به بررسی عمیق‌تر این موضوع کمک کند، استفاده از معیارها و روش‌های متفاوت برای اندازه‌گیری اضطراب مالی یا ریسک نکول است که در بازار سرمایه ایران، به دلیل عدم توسعه یافته ابزارهای مالی، استفاده از آن‌ها در این پژوهش ممکن نبود. شکاف اعتباری، سوآپ ریسک نکول، فراوانی نکول مورد انتظار و احتمال

نکول تجمیعی، از معیارهای مهمی هستند که در بررسی ارتباط صرف ریسک سهام و اضطراب مالی استفاده شده‌اند. توسعه و آزمون مدل‌های قیمت‌گذاری بر پایه مجموعه‌ای از پرتفوی‌های مرتب شده و بر اساس ویژگی‌ها انجام می‌پذیرد؛ زیرا مقادیر زیاد نویز در سری زمانی سهام انفرادی امکان دستیابی به نتایج قابل‌اتکا را مشکل می‌کند. مرتب کردن پرتفوی‌ها برای ایجاد عامل‌های تحت تأثیر نفرین ابعاد<sup>۱</sup> است، از طرفی نمی‌توان سهام را بر اساس تعداد زیادی از ویژگی‌ها مرتب کرد؛ زیرا تعداد پرتفوی‌های مرتب شده بیشتر از سهام موجود خواهد شد. از طرف دیگر، اگر پرتفوی‌ها به خوبی متنوع نباشند، قدرت توضیح دهنده‌گی و پیش‌بینی‌کنندگی کمی خواهند داشت. ضمن آنکه در پیش‌بینی بازدهی سهام و دارایی‌های آزمون، به دلیل وجود متغیرهای بالقوه و بالفعل در مدل‌های کلاسیک اقتصادسنجی با مشکلات متعددی مانند بیش برآزشی، همخطی و عدم توانایی مدل‌ها در لحاظ کردن تعاملات و روابط غیرخطی بین متغیرها مواجه می‌شویم؛ بنابراین پیشنهاد می‌شود که با درنظر گرفتن مشکلات ذکر شده، در پژوهش‌های آتی به حوزهٔ یادگیری ماشینی و کاربرد آن در مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌ها توجه ویژه‌ای صورت گیرد و با استفاده از قابلیت‌های یادگیری ماشین در کارکردن با تعداد زیاد متغیر، کاهش ابعاد، روابط غیرخطی و تعاملات بین متغیرها، عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری در بازار سرمایه ایران بررسی شود.

## منابع

- اعلمی‌فر، سانا؛ خانی، عبدالله و امیری، هادی (۱۴۰۰). بسط مدل‌های عاملی قیمت‌گذاری  $q$  فاکتور و  $q$  فاکتور تعديل شده با عامل رشد – سرمایه‌گذاری مورد انتظار با استفاده از عامل بازده مورد انتظار. *تحقیقات مالی*، ۲۳(۴)، ۵۹۳-۶۲۴.
- خواجهی، شکرالله و پورگودرزی، علیرضا (۱۳۹۹). بررسی تأثیر ریسک نکول بر توان توضیحی مدل ۵ عاملی فاما و فرنچ (شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران). *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۱۳(۴۶)، ۹۷-۱۰۹.
- عیوضلو، رضا؛ هاشمی، یاسمن و قربانی، امیرعلی (۱۳۹۹). مدل قیمت‌گذاری چندعاملی در بازار سرمایه ایران. *چشم‌انداز مدیریت مالی*، ۱۰(۳۲)، ۹-۳۲.
- قضاوی، زیبا و بت‌شکن، محمود (۱۳۹۹). بررسی تأثیر ریسک ورشکستگی بر نرخ بازده مورد انتظار در سطح سهام انفرادی در شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران. *چشم‌انداز مدیریت مالی*، ۹(۲۷)، ۱۳۳-۱۶۸.
- میرزایی، مهدی؛ خانی، عبدالله و بت‌شکن، محمود (۱۳۹۸). بسط مدل‌های عاملی قیمت‌گذاری دارایی‌ها با استفاده از چرخه عمر شرکت. *تحقیقات مالی*، ۲۱(۴)، ۵۴۵-۵۶۹.

## References

- Aalamifar, S., Khani, A. & Amiri, H. (2022). Developing Q-factor and Adjusted Q-factor Pricing Models by the Expected Investment Growth Factor using an Expected Return Factor. *Financial Research Journal*, 23(4), 593-624. (in Persian)

1. Curse of dimensionality

- Anginer, D. & Yıldızhan, Ç. (2018). Is there a distress risk anomaly? Pricing of systematic default risk in the cross-section of equity returns. *Review of Finance*, 22(2), 633-660.
- Aretz, K., Florackis, C. & Kostakis, A. (2018). Do stock returns really decrease with default risk? New international evidence. *Management Science*, 64(8), 3821-3842.
- Asness, C. S., Frazzini, A. & Pedersen, L. H. (2014). Low-risk investing without industry bets. *Financial Analysts Journal*, 70(4), 24-41.
- Avramov, D., Chordia, T., Jostova, G. & Philipov, A. (2009). Credit ratings and the cross-section of stock returns. *Journal of Financial Markets*, 12(3), 469-499.
- Ball, R., Gerakos, J., Linnainmaa, J. T. & Nikolaev, V. (2016). Accruals, cash flows, and operating profitability in the cross section of stock returns. *Journal of financial economics*, 121(1), 28-45.
- Bhandari, L. C. (1988). Debt/equity ratio and expected common stock returns: Empirical evidence. *Journal of Finance*, 43 (2), 507–528. Doi: 10.2307/2328473.
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of political economy*, 81(3), 637-654.
- Campbell, J. Y., Hilscher, J. & Szilagyi, J. (2008). In search of distress risk. *The Journal of finance*, 63(6), 2899-2939.
- Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *The Journal of finance*, 52(1), 57-82.
- Chava, S. & Purnanandam, A. (2010). Is default risk negatively related to stock returns?. *The Review of Financial Studies*, 23(6), 2523-2559.
- Cochrane, J. H. (2011). Presidential address: Discount rates. *The Journal of finance*, 66(4), 1047-1108.
- Dichev, I. D. (1998). Is the risk of bankruptcy a systematic risk?. *the Journal of Finance*, 53(3), 1131-1147.
- Eyyazlo, R., Hashemi, Y. & Qorbani, A. (2020). Multi-Factor asset pricing model in Iranian Capital Market. *Financial Management Perspective*, 10(32), 9-32. doi: 10.52547/JFMP.10.32.9 (in Persian)
- Fama, E. F. & French, K. R. (1992). The cross-section of expected stock returns. *the Journal of Finance*, 47(2), 427-465.
- Fama, E. F. & French, K. R. (2015). A five-factor asset pricing model. *Journal of financial economics*, 116(1), 1-22.
- Fama, E. F. & French, K. R. (2018). Choosing factors. *Journal of financial economics*, 128(2), 234- 252.
- Fama, E. F. & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of political economy*, 81(3), 607-636.

- Filipe, S. F., Grammatikos, T. & Michala, D. (2016). Pricing default risk: The good, the bad, and the anomaly. *Journal of Financial Stability*, 26, 190-213.
- Friewald, N., Wagner, C. & Zechner, J. (2014). The cross-section of credit risk premia and equity returns. *The Journal of Finance*, 69(6), 2419-2469.
- Gao, P., Parsons, C. A. & Shen, J. (2018). Global relation between financial distress and equity returns. *The Review of Financial Studies*, 31(1), 239-277.
- Garlappi, L., & Yan, H. (2011). Financial distress and the cross-section of equity returns. *The journal of finance*, 66(3), 789-822.
- Garlappi, L., Shu, T., & Yan, H. (2008). Default risk, shareholder advantage, and stock returns. *The Review of Financial Studies*, 21(6), 2743-2778.
- Ghazavi, Z. & Botshekan, M. (2019). Investigating the Effect of Default Risk on Individual Stocks Returns using Stocks listed in Tehran Stock Exchange. *Financial Management Perspective*, 9(27), 133-168. (in Persian)
- Gomes, J. F. & Schmid, L. (2010). Levered returns. *The Journal of Finance*, 65(2), 467- 494.
- Gu, S., Kelly, B. & Xiu, D. (2020). Empirical asset pricing via machine learning. *The Review of Financial Studies*, 33(5), 2223-2273.
- Guo, H. & Jiang, X. (2021). Aggregate Distress Risk and Equity Returns. *Journal of Banking & Finance*, 133, 106296.
- Hansen, B. E. (2011). Threshold autoregression in economics. *Statistics and its Interface*, 4(2), 123-127.
- Hou, K., Mo, H., Xue, C. & Zhang, L. (2018). Which Factors? *Review of Finance*, 23(1), 1-35.
- Hou, K., Xue, C. & Zhang, L. (2015). Digesting anomalies: An investment approach. *The Review of Financial Studies*, 28(3), 650-705.
- Jagannathan, R., Malakhov, A. & Novikov, D. (2010). Do hot hands exist among hedge fund managers? An empirical evaluation. *The Journal of Finance*, 65(1), 217- 255.
- Khajavi, Sh. & Pourgoudarzi, A. (2020). Investigating the effect of default risk on explanatory power of Fama-French five factor model (Evidence from Tehran Stock Exchange). *Financial Knowledge of Security Analysis (Financial Studies)*, 13(46), 97-109. SID. <https://sid.ir/paper/951394/en> (in Persian)
- Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13–37.
- McNeil, A. J., Frey, R. & Embrechts, P. (2015). *Quantitative risk management: concepts, techniques and tools-revised edition*: Princeton university press.
- Mirzaie, M., Khani, A. & Botshekan, M. (2020). Developing Multifactor Asset Pricing Models Using Firm's Life Cycle. *Financial Research Journal*, 21(4), 545-569. (in Persian)

- Modigliani, F. & Miller, M. H. (1963). Corporate income taxes and the cost of capital: a correction. *The American economic review*, 53(3), 433-443.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.
- Skočir, M. & Lončarski, I. (2018). Multi-factor asset pricing models: Factor construction choices and the revisit of pricing factors. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 55, 65-80.
- Vassalou, M. & Xing, Y. (2004). Default Risk in Equity Returns. *The Journal of Finance*, 59(2), 831-868.
- Wahal, S. (2019). The profitability and investment premium: Pre-1963 evidence. *Journal of Financial Economics*, 131(2), 362-377.