تحقیقات مالی
Journal of Financial Research

دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۱۸، شمارهٔ ۳
پاییز ۱۳۹۵
صص. ۵۰۴- ۴۸۳

گزینش سبد بهینهٔ سرمایه‌گذاری با به‌کارگیری مدل توسعه‌یافتهٔ چندهدفه مارکویتز و الگوریتم جست‌وجوی هارمونی

خداکرم سلیمی‌فرد[۱]، ابراهیم حیدری[۲]، زهرا مرادی[۳]، رضا مغدانی[۴]

چکیده: مدل مارکویتز یکی از شناخته‌شده‌ترین مدل‌های انتخاب سبد سرمایه‌گذاری است. در این پژوهش مدل توسعه‌یافتهٔ میانگین ـ نیم واریانس مارکویتز در قالب یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی چندهدفهٔ عدد صحیح آمیخته با محدودیت‌های کاردینال، حد آستانه، بخش سرمایه‌گذاری، آنتروپی و نیز با در نظر گرفتن هزینهٔ معاملاتی پیشنهاد شده است. مدل مسئله دارای ساختاری آمیختاری است. از این رو با توجه به ویژگی NP-hard مسئله، الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی هارمونی با رویکرد پارتو برای حل مدل به‌کار گرفته شده است. برای بررسی کاربردپذیری مدل پیشنهادی در مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام، با استفاده از اطلاعات قیمت ده سهم پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار در محدوده زمانی فروردین ۱۳۹۰ تا دی ماه ۱۳۹۴، مرز کارای سرمایه‌گذاری به‌دست آمد. برونداد مدل نشان‌دهندهٔ کارایی الگوریتم جست‌وجوی هارمونی در بهینه‌سازی مدل پژوهش است. یافته‌های پژوهش نشان می‌دهد مدل پیشنهادی توانسته است شرایط انتخاب سبد سرمایه‌گذاری را به خوبی در نظر بگیرد و یک سبد بهینهٔ سرمایه‌گذاری را تعیین کند.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم جست‌وجوی هارمونی، بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، رویکرد پارتو، مدل مارکویتز.

۱. دانشیار تحقیق در عملیات، گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران
۲. دانشیار اقتصادسنجی، گروه اقتصاد، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران
۳. کارشناس ارشد تحقیق در عملیات، گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران
۴. دانشجوی دکتری تحقیق در عملیات، گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۱٤
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰٦/۱۰
نویسندهٔ مسئول مقاله: خداکرم سلیمی فرد
E-mail: salimifard@pgu.ac.ir

مقدمه

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، به‌دست آوردن نسبت بهینه سرمایه‌گذاری در هر دارایی با در نظر گرفتن ترجیحات سرمایه‌گذاران و دستیابی به تعادل میان بیشینه‌سازی سود و کمینه‌سازی ریسک است (بالسترو، گانتر، سانتاماریا و استامر، ۲۰۰۷). مارکویتز نخستین مدل ریاضی انتخاب سبد سرمایه‌گذاری را با در نظرگیری دو معیار ریسک و بازده در قالب مدل برنامه‌ریزی درجه دو ارائه داد (ورچر و برماداز، ۲۰۱۵؛ ابزری، خلیلی بندپی، جمشیدی و داداش‌پور، ۱۳۹۲). وی با بیان چارچوب میانگین ـ واریانس در سال ۱۹۵۲، دیدگاه نوینی در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری پیشنهاد داد (نبوی چاشمی و یوسفی کرچنگی، ۱۳۹۰). از دیدگاه مارکویتز میزان ریسک سبد سرمایه‌گذاری نه تنها با ریسک تک تک دارایی‌های درون آن مرتبط است، بلکه با میزان وابستگی این دارایی‌ها با یکدیگر نیز ارتباط دارد. مارکویتز بر این باور بود که سرمایه‌گذار نباید در دارایی‌هایی که به‌شدت به یکدیگر وابسته‌اند، سرمایه‌گذاری کند، زیرا اگر که همهٔ آنها همزمان عملکرد بدی داشته باشند، در مجموع زیان زیادی به‌دست می‌آید. مارکویتز اهمیت کار خویش را با دریافت جایزهٔ نوبل اقتصاد در سال ۱۹۹۰ به اثبات رساند (ماراسویچ و بابیک، ۲۰۱۱). مدل وی به‌دلیل فرضیه‌های ساده و نادیده انگاشتن محدودیت‌های موجود در دنیای واقعی با انتقادهای فراوانی روبه‌رو است (جانا، ری و مازامدر، ۲۰۰۹). مسئلهٔ این پژوهش، توسعهٔ مدل مارکویتز برای سازگاری مدل با ترجیحات سرمایه‌گذاران و شرایط موجود در دنیای واقعی سرمایه‌گذاری است. مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی را می‌توان به‌گونه‌ای تعمیم داد تا شرایط دنیای واقعی را دربرداشته باشند (ابزری، کتابی و عباسی، ۱۳۸۴). کالم و همکارانش (۲۰۱۴) بر این باورند که رویکرد مارکویتز باید تنها همچون یک نقطهٔ شروع در نظر گرفته شود و هنگام به‌کارگیری در مسیرهای مختلفی گسترش یابد.

یکی از فرض‌های اصلی مدل استاندارد مارکویتز، نرمال بودن تابع توزیع بازده دارایی‌ها است و بر همین اساس، وی واریانس را معیار مناسب اندازه‌گیری ریسک معرفی کرد. مطالعات انجام شده پس از معرفی چارچوب میانگین ـ واریانس، غیرنرمال بودن توزیع بازده و چولگی آنها را به اثبات رساند. درصورت غیرنرمال بودن تابع توزیع بازده دارایی‌ها، واریانس معیار مناسب اندازه‌گیری ریسک نیست (ماراسویچ و بابیک، ۲۰۱۱). چارچوب میانگین ـ واریانس مارکویتز، مدل دو هدفه‌ای است که بیشینه‌سازی بازده و کمینه‌سازی ریسک را دربرمی‌گیرد. مارکویتز مدل استاندارد خود را به‌صورت تک‌هدفه، کمینه‌سازی ریسک ارائه داد و هدف دوم (بیشینه‌سازی بازده) را به‌صوررت محدودیت و در نظرگیری حد پایین (بازده مورد انتظار) به مدل خود افزود. مدل‌های چند هدفه را می‌توان به‌صورت تک‌هدفه (با افزودن سایر هدف‌ها به‌صورت محدودیت به مدل یا با روش مجموع وزن‌دار هدف‌ها) یا به‌صورت چندهدفه در نظر گرفت. بیشتر

پژوهشگران پس ازمارکویتز نیز مدل خود را تک هدفه فرموله کردند. حل این‌گونه مدل‌ها با به‌کارگیری روش‌های فراابتکاری، به چندین بار اجرای الگوریتم برای یافتن یک نقطه روی مرز کارا در هر اجرای الگوریتم نیاز دارد که این شیوه بسیار زمان‌بر است. افزون‌بر کاهش سرعت رایانش، ایجاد مجموعهٔ یکنواخت از پارامترهای وزن‌دهی (در روش مجموع وزن‌دار) یا سطوح متفاوت بازده (در روش افزودن تابع هدف دوم به‌صورت محدودیت) به‌معنای دستیابی به مجموعه جواب یکنواخت و گسترده به شیوهٔ به‌دست آمده در رویکرد پارتو نیست و ممکن است که نقطه‌ای بهینه به‌دلیل تمرکز بر منطقهٔ کوچک و محدود مجموعهٔ کارا از بین برود (آناگناستوپولس و کاتازاگلو، ۲۰۰۱). بنابراین، گسترش مدل مارکویتز به‌صورت چندهدفه برای افزایش کارایی و سرعت رایانش بایسته است. در دنیای واقعی، سرمایه‌گذاران باید محدودیت‌های فراوان نادیده گرفته‌شده در مدل مارکویتز را برای برآوردن نیازهای معاملهٔ خود در نظر بگیرند. از جمله می‌توان محدودیت حد آستانه، محدودیت کاردینال، محدودیت آنتروپی و محدودیت بخش سرمایه‌گذاری را بیان نمود. هزینهٔ معاملاتی نیز در رویکرد مارکویتز نادیده انگاشته شده است. آرنات و وینگر بیان داشتند که حذف هزینهٔ معاملاتی به ایجاد سبدهای ناکارا منجر می‌شود (آرنات و وینگر، ۱۹۹۰).

هدف این پژوهش، توسعهٔ مدل مارکویتز برای در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود در دنیای واقعی سرمایه‌گذاری و ترجیحات سرمایه‌گذاران است. در زمینهٔ مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، مدل فراگیری که همهٔ محدودیت‌های یاد شده را برآورده کند، در دست نیست. بنابراین، ارائهٔ مدلی جامع و گسترده برای پرکردن خلأ تئوریک کنونی ضروری است. افزون‌بر اهمیت تئوریک، این پژوهش از دیدگاه کاربردی نیز با فرموله‌کردن ترجیحات سرمایه‌گذاران و شرایط موجود در دنیای واقعی سرمایه‌گذاری دارای اهمیت و ضرورت است.

ساختار مقاله بدین‌گونه است؛ در بخش دوم، پیشینهٔ پژوهش ارائه می‌شود. بخش سوم به معرفی مدل ریاضی پژوهش اختصاص یافته است. سپس، روش پژوهش بیان می‌شود. پس از آن، یافته‌های حل عددی تشریح می‌گردد. در ادامه، برای بررسی کاربردپذیری مدل پیشنهادی، تجزیه و تحلیل مدل پژوهش انجام می‌شود. جمع‌بندی مطالب نیز در بخش پایانی مقاله آمده است.

پیشینهٔ پژوهش

به زبان ریاضی، مسئلهٔ انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، فرمول‌نویسی تابع هدفی است که به‌دست آوردن وزن سرمایه‌گذاری شده در هر دارایی برای بیشینه‌ساختن بازده و کمینه‌ساختن ریسک است

(سفیانا و بن بوزیا، ۲۰۱۲). مارکویتز به این سؤال اساسی که چگونه سرمایه‌گذار بودجهٔ خود را میان گزینه‌های سرمایه‌گذاری ممکن تخصیص دهد، پاسخ داد. رویکرد مارکویتز برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری با این فرض شروع می‌شود که شخص مقدار مشخصی پول برای سرمایه‌گذاری در اختیار دارد، وی این مبلغ را برای مدت معینی که دورهٔ نگهداری اوراق نامیده می‌شود، سرمایه‌گذاری خواهد کرد. رویکرد مارکویتز، رویکرد «تک‌دوره‌ای» است که در آن آغاز دوره با t=۰ و انتهای دوره با t = ۱ نمایش داده می‌شود (میترا، کیاکیس، کوکاس و پیربهایی، ۲۰۰۳). مارکویتز مدل ریاضی انتخاب سبد سرمایه‌گذاری را به دو روش کمینه‌سازی واریانس برای ارزش مورد انتظار داده شده یا بیشینه‌سازی ارزش مورد انتظار برای واریانس داده شده بیان کرد (سعادتی، دنیاوی و صمدی، ۲۰۱۴). پس از مطالعه و بررسی پژوهش‌های پیشین، مشاهده شد که تغییرات ایجاد شده در مدل مارکویتز در چهار گروه اصلی تغییرات و گسترش‌های انجام شده در تابع هدف، معیارهای اندازه‌گیری ریسک، محدودیت‌ها و روش‌های کمی بیان عدم اطمینان است که در جدول ۱ مشاهده می‌شود.

جدول ۱. پیشینهٔ پژوهش

نویسندگان	تابع هدف	معیار ریسک	روش کمی بیان عدم اطمینان	محدودیت‌ها	روش حل
لیو و ژانگ (۲۰۱۵)	چند دوره‌ای	نیم‌واریانس	فازی	کاردینال حداقل مقادیر معاملاتی آنتروپی	الگوریتم ژنتیک
ورچر و دی برمودز (۲۰۱۵)	چندهدفه	نیم‌انحراف مطلق	فازی	----	الگوریتم ژنتیک
چیاراونگز و همکاران (۲۰۱۵)	----	واریانس	آماری	-----	تکنیک مونت‌کارلو زنجیرهٔ مارکوف
وو و چن (۲۰۱۵)	چند دوره‌ای همراه با تغییر وضعیت	واریانس	آماری	-----	الگوریتم تعادل نش
ژانگ و ژانگ (۲۰۱۴)	چنددوره‌ای	انحراف‌مطلق	فازی	حد آستانه کاردینال	تکرار تقریبی گسسته
نجفی و موشخیان (۲۰۱۵)	----	ارزش در معرض ریسک شرطی	آماری	----	الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات
موشخیان و نجفی (۱۳۹۴)	چنددوره‌ای	نیم واریانس، چولگی	آماری	----	الگوریتم چند هدفهٔ ازدحام ذرات
پوراحمدی و نجفی (۱۳۹۴)	چنددوره‌ای	واریانس	آماری	----	برنامه‌ریزی پویا

ادامهٔ جدول ۱

نویسندگان	تابع هدف	معیار ریسک	روش کمی بیان عدم اطمینان	محدودیت‌ها	روش حل
گرگز و همکاران (۱۳۹۳)	----	نیم واریانس	آماری	کاردینال	الگوریتم ژنتیک
خیامیم و همکاران (۱۳۹۳)	چند هدفه	واریانس	فازی	حد آستانه	برنامه‌ریزی فازی
سجادی و همکاران (۱۳۹۲)	چنددوره‌ای	واریانس	آماری	-----	روش حل کلاسیک
آذر و همکاران (۱۳۹۱)	چند هدفه	واریانس	آماری	----	روش تخمین مجموعهٔ غیر مرجح
گرگز و همکاران (۱۳۹۳)	-----	نیم واریانس	آماری	کاردینال	الگوریتم ژنتیک
راعی و علی بیگی (۱۳۸۹)	----	واریانس	آماری	کاردینال حد آستانه	الگوریتم ازدحام ذرات

مدل ریاضی پژوهش

بر اساس مدل پایهٔ مارکویتز، در این پژوهش از نوعی مدل برنامه‌ریزی چندهدفهٔ غیرخطی عدد صحیح آمیخته[1] برای یافتن سبد بهینهٔ سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود. پارامترها و متغیرهای مدل در زیر معرفی شده‌اند:

W_i متغیر نسبت سرمایه‌گذاری در سهم iام.

X_i متغیر شمار خریداری شده از سهم iام.

Z_i متغیر دودویی، اگر سهم iام انتخاب شود، مقدار ۱ می‌گیرد.

N شمار سهام موجود در سبد سرمایه‌گذاری.

M شمار سهام انتخاب شده توسط سرمایه‌گذار.

$\bar{R}_i$ میانگین بازده سهم iام.

$\sum(\bar{R}_i, \bar{R}_j)$ نیم کوواریانس میان بازده دو سهم iام و jام.

p_i قیمت سهم iام.

B بودجهٔ سرمایه‌گذار.

$\mathrm{B_{low}}$ و $\mathrm{B_{up}}$ بیشینه و کمینهٔ میزان سرمایه‌گذاری شده (تومان) در سهم iام.

C_v هزینهٔ تناسبی خرید سهام.

1. Multi objective mixed integer nonlinear programing

برای توسعه مدل پایهٔ مارکویتز و در نظر گرفتن محدودیت‌های افزودنی، رابطه‌های زیر تعریف می‌شوند:

رابطهٔ ۱)
$$\text{Min } f_1 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_i W_j \sum(\bar{R}_i, \bar{R}_j)$$

رابطهٔ ۲)
$$\text{Max } f_2 = \sum_{i=1}^{N} W_i \bar{R}_i$$

رابطهٔ ۳)
$$W_i = \frac{X_i p_i Z_i}{\sum_{i=1}^{N} X_i p_i Z_i}, i = 1, \dots, N$$

رابطهٔ ۴)
$$X_i = \begin{cases} 0 \; if \; Z_i = 0 \\ > 0 \; if \; Z_i = 1 \end{cases} ; \; X_i \in \mathbb{Z}^+$$

رابطهٔ ۵)
$$\sum_{i=1}^{N} Z_i = M \; ; \; M, N \in |N \; ; i = 1, \dots, N \; ; \; M \leq N \; ; \; Z_i \in [0,1]$$

رابطهٔ ۶)
$$ln\, M \leq \sum_{i=1}^{N} W_i \, ln\left(\frac{1}{W_i}\right) \leq ln\, N$$

رابطهٔ ۷)
$$B_{low} \leq x_i p_i Z_i \leq B_{up} \; ; i = 1, \dots, N$$

رابطهٔ ۸)
$$\sum_{i=1}^{N} (1 + C_v) \, x_i p_i Z_i \leq B \; ; i = 1, \dots, N$$

رابطهٔ ۹)
$$W_i > W_j \; ; \; \forall \, Z_i, Z_j \neq 0 \; ; \; i \, , j \in 1, \dots, N \; ; \; i < j$$

رابطهٔ ۱۰)
$$0 \leq W_i \leq 1 \; ; i = 1, \dots, N$$

رابطهٔ ۱ نخستین تابع هدف مدل و در پی کمینه‌سازی ریسک است. معیار اندازه‌گیری ریسک پژوهش، نیم‌واریانس است و با استفاده از رابطهٔ ۱۱ به‌دست می‌آید.

$$\sum_i = \sum_{t=1}^{T} E\{min[(r_i - \bar{r}_i, 0)]\}$$ رابطهٔ ۱۱)

که در آن $\sum_i$ معرف نیم‌واریانس سهم iام، r_i نشان‌دهندهٔ بازده سهم iام، و $\bar{r}_i$ معرف میانگین بازده سهم iام است (استرادا، ۲۰۰۲).

تابع هدف دوم بیشینه‌سازی بازده سرمایه‌گذاری است که در رابطهٔ ۲ تعریف شده است. رابطهٔ ۳ نشان‌دهندهٔ متغیر تصمیم نسبت سرمایه‌گذاری شده در هر سهم است.

رابطهٔ ۴ نشان‌دهندهٔ متغیر تصمیم شمار خریداری شده از سهم iام است. در صورت انتخاب‌شدن سهم iام در سبد سرمایه‌گذاری، به این متغیر مقدار بزرگ‌تر از صفر داده می‌شود و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

محدودیت کاردینال در رابطهٔ ۵ تعریف شده است. محدودیت کاردینال تعیین‌کنندهٔ شمار سهامی است که سرمایه‌گذار می‌خواهد در سبد خود داشته باشد (M) و ترکیب بهینهٔ آنها را به‌دست آورد. در صورت انتخاب‌شدن سهم iام در سبد سرمایه‌گذاری، متغیر دودویی Z_i مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

رابطهٔ ۶، محدودیت آنتروپی را به نمایش گذاشته است. میزان تنوع سبد سرمایه‌گذاری با محدودیت آنتروپی کنترل می‌شود (لیو، ژانگ و ژانگ، ۲۰۱۳).

رابطهٔ ۷ محدودیت حد آستانه را تعریف می‌کند. محدودیت حد آستانه (حدود سهام، خرید در آستانه) تعیین می‌کند که میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم در بازهٔ تعریف شده (کمینه و بیشینهٔ دلخواه) باشد (گلمکانی و فاضل، ۲۰۱۱).

رابطهٔ ۸، تعریف محدودیت بودجهٔ سرمایه‌گذاری است. این محدودیت هزینهٔ معاملاتی ایجاد شده در فرایند سرمایه‌گذاری را در نظر می‌گیرد. هزینهٔ معاملاتی دربرگیرندهٔ هزینه خرید و هزینهٔ تناسبی است. این هزینه نباید بیش از بودجهٔ سرمایه‌گذار باشد.

رابطهٔ ۹، محدودیت بخش سرمایه‌گذاری است. سرمایه‌گذاران برای کاهش ریسک، خواهان سرمایه‌گذاری در بخش‌هایی با ارزش بازار بیشترند (گلمکانی و فاضل، ۲۰۱۱). به سخن دیگر، سرمایه‌گذاران ترجیح می‌دهند که در سهام برخی از شرکت‌ها، سرمایه‌گذاری بیشتری انجام دهند. بخش‌ها با ارزش سرمایه‌گذاری بیشتر در صورت انتخاب شدن باید نسبت سرمایه‌گذاری بیشتری در سبد سرمایه داشته باشند (سلیمانی، گلمکانی و سلیمی، ۲۰۰۹).

رابطهٔ ۱۰ نشان‌دهندهٔ این محدودیت است که نسبت سرمایه‌گذاری شده در هر سهم در بازه صفر تا یک است.

روش‌شناسی پژوهش

مدل معرفی‌شده در بخش پیشین، ترکیبی پیچیده از برنامه‌ریزی کوآدرتیک و عدد صحیح غیرخطی است. با توجه به ویژگی NP-hard بودن مسئله، الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی هارمونی[1] برای حل مدل پیشنهادی به‌کار گرفته شده است. از سوی دیگر، چون مدل ریاضی چند هدفه است، از رویکرد پارتو بهره برده می‌شود.

الگوریتم جست‌وجوی هارمونی

الگوریتم جست‌وجوی هارمونی در سال ۲۰۰۱ از سوی گیم معرفی شد (گیم و کیم، ۲۰۰۱). طرح کلی آن برگرفته از رفتار گروهی موسیقی‌دانان برای ساخت بهترین هارمونی است (جنت‌رستمی، خلقی و بزرگ حداد، ۱۳۸۹). از سودمندی‌های این الگوریتم در مقایسه با سایر روش‌های فراابتکاری، می‌توان به استفاده از فرمول‌های کمتر، سازگاری بهتر با انواع مسائل بهینه‌سازی و سریع‌تر بودن همگرایی آن اشاره کرد (خیامیم، میرزازاده و نادری، ۱۳۹۳).

سینگلا و گانگولی (۲۰۱۵) با بررسی عملکرد الگوریتم ژنتیک و الگوریتم جست‌وجوی هارمونی روی شماری از توابع بهینه‌سازی، نشان دادند الگوریتم جست‌وجوی هارمونی از عملکرد بهتری برخوردار است. احتمال گیر افتادن در دام بهینه‌های محلی در الگوریتم جست‌وجوی هارمونی کمتر از سایر الگوریتم‌های فراابتکاری است. به همین دلیل، در فرایند حل فراخوانی تابع هدف کمتر است. این کار باعث افزایش سرعت آن نسبت به الگوریتم‌های ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات می‌شود (عفت‌نژاد، زارع برگ‌آبادی، ۱۳۹۲).

برزین‌پور و همکارانش با بررسی حافظهٔ بلندمدت در سری زمانی شاخص سهام صنعت سیمان، از الگوریتم جست‌وجوی هارمونی در ترکیب با سری زمانی فازی وزن‌دار برای مقایسهٔ دقت مدل‌های گوناگون سری زمانی استفاده کردند و نشان دادند روش فراابتکاری از دقت بیشتری برخوردار است (برزین‌پور، ابراهیمی، هاشمی نژاد و نصراصفهانی، ۲۰۱۱).

در الگوریتم جست‌وجوی هارمونی، هر جواب ممکن را یک هارمونی می‌نامند و آن را با بردار حقیقی N بعدی نشان می‌دهند که N شمار متغیرهای تابع هدف در مدل بهینه‌سازی است. الگوریتم جست‌وجوی هارمونی شامل پنج گام زیر است.

1. Harmony Search Algorithm

گام ۱. مقداردهی مسئله بهینه‌سازی و پارامترهای الگوریتم

در این گام، نخست مسئلهٔ بهینه‌سازی تعریف شده و پس از آن پارامترهای الگوریتم تعیین می‌شوند. الگوریتم جست‌وجوی هارمونی دارای پنج پارامتر، اندازهٔ حافظهٔ هارمونی (HMS)[1]، میزان در نظرگیری حافظه (HMCR)[2] و بیشینهٔ شمار تکرار (max it)[3]، میزان تنظیم کوک (PAR)[4] و پهنای باند (BW)[5] است.

گام ۲. مقداردهی به حافظهٔ هارمونی

حافظهٔ هارمونی ماتریسی شامل بردار هارمونی (جواب‌ها) به تعداد اندازهٔ حافظه هارمونی است. در این گام جواب‌ها به‌صورت تصادفی ایجاد می‌شوند و در حافظهٔ الگوریتم ذخیره می‌گردند (محدآلیا و مانداوا، ۲۰۰۱). ماتریس حافظه به‌صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \dots & x_N^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots \\ x_1^{HMS} & x_2^{HMS} & \dots & x_N^{HMS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(x^1) \\ f(x^2) \\ \vdots \\ f(x^{HMS}) \end{bmatrix}$$

گام ۳. ایجاد هارمونی جدید (بداهه‌نوازی)

این گام ماهیت الگوریتم را نشان می‌دهد و سنگ بنایی است که الگوریتم را می‌سازد. در این گام، بردار هارمونی جدید $(x' = x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$ ایجاد می‌شود. میزان در نظرگیری حافظه، مقداری میان صفر و یک است و تعیین می‌کند که هارمونی جدید از هارمونی‌های موجود در حافظهٔ الگوریتم انتخاب می‌شود (اگر عدد تصادفی تولید شده کمتر از مقدار در نظرگیری حافظه باشد) یا به‌صورت تصادفی از محدودهٔ مجاز متغیرهای تصمیم (با احتمال HMCR-1) و با استفاده از رابطهٔ ۱۲ تولید شود (رحمتی و زندیه، ۱۳۹۲).

$$x_i' \leftarrow \begin{cases} x_i' \in \{x_i^1, x_i^2, x_i^3 \dots, x_i^{HMS}\} \; HCMR \\ x_i' \in [LB(x_i), UB(x_i)] \; (1 - HCMR) \end{cases} \quad \text{رابطهٔ ۱۲)}$$

تنظیم جواب‌های انتخاب شده از حافظهٔ الگوریتم توسط مقدار تنظیم کوک انجام می‌شود. این عملگر از تنظیم کوک ابزار موسیقی تقلید می‌کند و برای بهبود جواب‌ها و فرار از دام بهینگی

---

1. Harmony Memory Size
2. Harmony Memory Consideration Rate
3. Max iteration
4. Pitch Adjustment Rate
5. Band Witdh

محلی به‌کار می‌رود (گیم و کیم، ۲۰۰۱). به سخن دیگر، فضایی از جواب که با عملگرهای دیگر یافت نمی‌شود، کشف و جست‌وجو می‌شود (رحمتی و زندیه، ۱۳۹۲). اگر عدد تصادفی تولید شده در محدودهٔ میزان تنظیم کوک باشد، متغیر تصمیم جدید (x_i') بر اساس رابطهٔ ۱۳ تنظیم می‌شود:

$$(x_i') = (x_i') \pm rand() * bw \quad \text{رابطهٔ ۱۳)}$$

در این رابطه، متغیر bw پهنای باند است که برای بهبود عملکرد الگوریتم هارمونی استفاده می‌شود (جلیلی، ملک جعفریان و صفوی‌نژاد، ۱۳۹۲) و مقدار تغییر روی عناصر بردار هارمونی جدید را مشخص می‌کند (خلیلی عراقی و هاشمی، ۱۳۸۷).

گام ٤. به‌روزرسانی حافظه

پس از ایجاد یک بردار هارمونی جدید (x')، باید حافظهٔ الگوریتم به‌هنگام شود. در این گام بردار هارمونی جدید جایگزین بدترین هارمونی موجود در حافظه می‌شود (جلیلی و همکاران، ۱۳۹۲).

گام ۵. بررسی معیار توقف

در این مرحله شرط پایان اجرای الگوریتم بررسی می‌شود که در الگوریتم جست‌وجوی هارمونی حداکثر تعداد تکرار است. اگر شرط پایان برآورده نشود، بار دیگر گام‌های ۳ و ۴ تکرار می‌شوند.

رویکرد پارتو

مدل ریاضی پژوهش، مدل برنامه‌ریزی چندهدفهٔ غیرخطی عدد صحیح آمیخته است. ترکیب چند هدف با یکدیگر بر پیچیدگی مسئله می‌افزاید. رویکردهای زیادی برای رویایی با بهینه‌سازی چندهدفه ارائه شده است. در این پژوهش از رویکرد پارتو استفاده می‌شود (تقوی‌فرد، دهقانی و آقایی، ۱۳۹۴). جبههٔ پارتو چندین راه حل نامغلوب دارد که هدف اصلی آن یافتن عضوهایی از این مجموعه برای ارائهٔ گزینه‌های بیشتر به تصمیم‌گیرنده است. از این رو، برای به‌دست آوردن بهترین جواب‌ها باید آنها را بر اساس رتبه‌بندی نامغلوب مرتب کرد، بدین صورت که بر اساس تعداد مغلوب شدن آنها نسبت به سایر نقاط، به هر جواب یک رتبه اختصاص داده می‌شود (سیواسوبرامانی و ساراپ، ۲۰۱۱). در بیشتر موارد نقاطی یافت می‌شود که هیچ‌یک بر دیگری برتری کامل ندارد و نمی‌توان با مفهوم غلبه، دو به دو بین آنها مقایسه‌ای انجام داد. بنابراین، برای به‌دست آوردن بهترین جواب‌ها باید آنها را بر اساس یک معیار دیگر به نام فاصلهٔ ازدحامی مقایسه کرد (حیدری، ۱۳۹۲) . با توجه به این معیار، هر نقطه‌ای که فاصلهٔ ازدحامی بیشتری داشته باشد، یعنی محدودهٔ بیشتری از فضای جواب را پوشش می‌دهد و حذف آن به از دست

رفتن تنوع جواب در محدودهٔ گسترده‌ای از پاسخ‌ها منجر می‌شود. از این رو، نقـاطی از مجموعـهٔ جواب در جبه‌ای هستند که دارای فاصلهٔ ازدحامی کمتر است، به میزانی که جمعیت اولیـه ثابـت بماند باید حذف شود (تقوی فرد، منصوری و خوش‌نیت، ۱۳۸۶).

یافته‌های پژوهش

جامعهٔ آماری پژوهش سهام بورس و اوراق بهادار است. گردآوری داده‌ها در دو مرحله انجام شـده است. در مرحلهٔ نخست انتخاب و رتبه‌بندی سهام با استفاده از پرسشنامه و مصاحبه با کارشناسان شرکت‌های کارگزاری و سرمایه‌گذاران فعال در بازار بورس انجام شد که در جـدول‌هـای جـواب نشان داده شده است. در مرحلهٔ دوم پس از انتخاب سهام، قیمـت روزانـهٔ سـهام بـرای محاسـبهٔ ریسک و بازده در محدودهٔ زمانی ۶ فروردین ۱۳۹۱ تا ۳۱ دی ۱۳۹۴ از وبگـاه سـازمان بـورس و ارواق بهادار استخراج شد. میانگین بازده و ریسک سهام در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲. ریسک و بازده سهام

شماره	سهام	میانگین بازده	ریسک (نیم واریانس)
۱	وبملت	-۰/۰۰۰۰۸	۰/۰۰۱۰۵
۲	اخابر	-۰/۰۰۰۴۳	۰/۰۰۰۴۳
۳	رمپنا	-۰/۰۰۰۴۵۳	۰/۰۰۰۴۳۵
۴	وبصادر	-۰/۰۰۰۴۲	۰/۰۰۲۱۱
۵	ثنوسا	۰/۰۰۰۱۳۸	۰/۰۰۱۰۰
۶	وملت	۰/۰۰۰۲۹۳	۰/۰۰۰۴۸۲
۷	خودرو	-۰/۰۰۰۷۷	۰/۰۰۱۲۱۲
۸	ولساپا	-۰/۰۰۰۹۸	۰/۰۰۱۴۴
۹	فولاد	-۰/۰۰۰۶۸	۰/۰۰۰۷۳۳
۱۰	خبهمن	-۰/۰۰۰۵۲	۰/۰۰۰۷۵۵

در این مطالعه، میزان بودجهٔ کل برای تشکیل سبد سهام ده میلیـون تومـان در نظـر گرفتـه شده است. بر اساس اصل تنوع سبد سرمایه‌گذاری، تمرکز سرمایه‌گذاری بـر یـک سـهم خـاص (بیش از پنجاه درصد) مجاز نیست (ابزری و همکاران، ۱۳۹۲). به همین دلیل حد بـالای میـزان سرمایه‌گذاری در هر سهم، پنج میلیون تومان تعیین شده اسـت. بـا توجـه بـه نظـر کارشناسـان، حداقل میزان سرمایه‌گذاری در معاملات الکترونیکی یکصد هزار تومان است. بنابراین، حد پـایین

میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم یک میلیون تومان در نظر گرفته شده است. تعداد سهام انتخاب شده (اندازهٔ سبد سهام) پنج عدد در نظر گرفته شده است. هزینهٔ تناسبی در این پژوهش ۰/۰۰۴۸۶ تعیین شده که دربرگیرندهٔ هزینهٔ کارمزد خرید شرکت‌های کارگزاری و سایر هزینه‌های سازمان بورس و اوراق بهادار است. برای پارامترهای الگوریتم، اندازهٔ حافظهٔ هارمونی ۲۰۰، میزان در نظرگیری حافظه ۰/۵ و بیشینهٔ شمار تکرار ۲۰۰ در نظرگرفته شد.

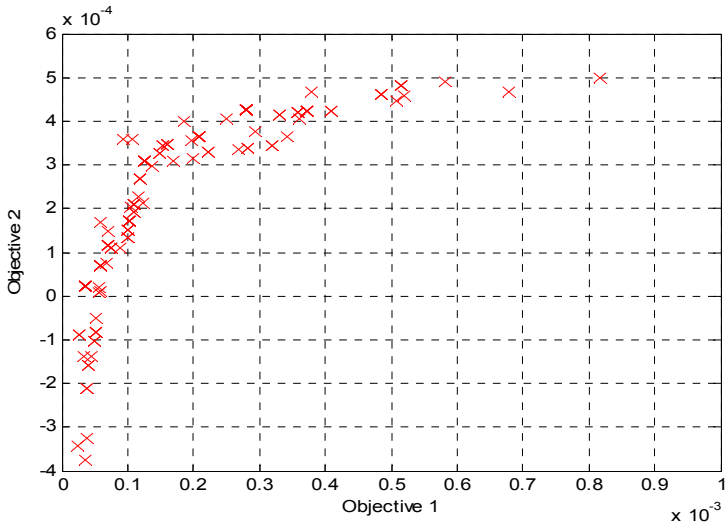
پس از کدینگ و اجرای الگوریتم در نرم‌افزار متلب، مجموعه جواب پارتو به‌دست آمد. شمار جواب‌ها در جبههٔ نخست پارتو ۶۱ بود. جواب‌ها در جبههٔ پارتو بر اساس رتبه و فاصلهٔ ازدحامی مرتب شدند. نخستین جواب در جبههٔ نخست پارتو در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳. جواب بهینهٔ نخست در مرز پارتو

رتبه	سهام	W_i	X_i	میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم
۱	وبملت	۰	۰	۰
۲	اخابر	۰/۳۵۵۱	۱۵۰۴۵	۳۵۵۰۵۳۲
۳	رمپنا	۰/۱۹۵۸	۲۸۹۷	۱۹۵۸۲۰۴
۴	وبصادر	۰/۱۸۴۵	۲۱۲۰۴	۱۸۴۴۷۸۳
۵	ثنوسا	۰	۰	۰
۶	وملت	۰	۰	۰
۷	خودرو	۰	۰	۰
۸	ولساپا	۰	۰	۰
۹	فولاد	۰/۱۷۵۱	۱۶۸۳۷	۱۷۵۱۰۹۵
۱۰	خبهمن	۰/۰۸۹۵	۵۲۹۸	۸۹۵۳۸۵
ریسک : ۰/۰۰۰۰۱			بازده :۰/۰۰۰۱۰	

همان‌گونه که در جدول نشان داده شده است، همهٔ محدودیت‌های مسئله برآورده شده و میزان ریسک و بازده سبد سرمایه نیز به‌دست آمده است. مرز کارای سبد سرمایه‌گذاری در شکل ۱ نشان داده شده است. همهٔ جواب‌های این مرز بهینه‌اند و سرمایه‌گذار با توجه به ترجیحات خود می‌تواند سبدهای دلخواه خود را به ازای سطح متفاوت ریسک و بازده انتخاب کند.

باید یادآور شد که با توجه به روند کاهشی قیمت سهام در محدودهٔ زمانی گردآوری داده‌های پژوهش، میانگین بازده سهام منفی است، به همین دلیل بازده سبد سرمایه‌گذاری به‌دست آمده نیز منفی شده است.



شکل ۱. مرز کارای سبد سرمایه‌گذاری

تجزیه و تحلیل مدل پژوهش

برای نشان دادن کارایی و قابلیت حل مدل با پارامترهای متفاوت، سناریوهـای متفـاوتی تعریـف شده است که به شرح جدول ۴ است.

جدول ٤. تعریف سناریو

ردیف	سناریو	شرح سناریو
۱	S_1	افزایش بودجه سرمایه‌گذار
۲	S_2	کاهش بودجه سرمایه‌گذار
۳	S_3	تغییر حد بالا و پایین میزان سرمایه‌گذاری در هرسهم
۴	S_4	افزایش اندازهٔ سبد سرمایه
۵	S_5	کاهش اندازهٔ سبد سرمایه

اجرای سناریو S_1

افزایش بودجهٔ سرمایه‌گذار، هنگامی که بودجهٔ سرمایه‌گذار به پانزده میلیون تومان افـزایش یابـد. نتایج به‌دست آمده در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۵. جواب بهینهٔ مسئله با اعمال سناریو S_1

رتبه	سهام	W_i	X_i	میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم
۱	وبملت	۰	۰	۰
۲	اخابر	۰	۰	۰
۳	رمپنا	۰/۲۷۶۷	۶۱۴۰	۴۱۵۰۶۰۰
۴	وبصادر	۰/۲۶۹۳	۴۶۴۳۳	۴۰۳۹۶۳۲
۵	ثنوسا	۰	۰	۰
۶	وملت	۰	۰	۰
۷	خودرو	۰/۲۱۲۵	۲۰۴۳۶	۳۱۸۸۰۹۳
۸	ولساپا	۰/۱۴۲۰	۱۲۱۶۷	۲۱۲۹۲۹۲
۹	فولاد	۰	۰	۰
۱۰	خبهمن	۰/۰۹۹۵	۸۸۳۱	۱۴۹۲۳۸۴
ریسک: ۰/۰۰۰۷۵				بازده : ۰/ ۰۰۱۳−

اجرای سناریو S_2

کاهش بودجهٔ سرمایه‌گذار، هنگامی که بودجهٔ سرمایه‌گذار به هشت میلیون تومان کـاهش یابـد. نتایج به‌دست آمده در جدول ۶ نشان داده شده است.

جدول ٦. جواب بهینهٔ مسئله با اعمال سناریو S_2

رتبه	سهام	W_i	X_i	میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم
۱	وبملت	۰	۰	۰
۲	اخابر	۰	۰	۰
۳	رمپنا	۰	۰	۰
۴	وبصادر	۰/۲۲۰۲	۲۰۲۴۷	۱۷۶۱۴۹۷
۵	ثنوسا	۰/۲۰۰۳	۱۰۱۴۴	۱۶۰۲۷۱۴
۶	وملت	۰/۱۹۶۰	۲۷۵۰۲	۱۵۶۷۶۲۱
۷	خودرو	۰	۰	۰
۸	ولساپا	۰	۰	۰
۹	فولاد	۰/۱۹۳۳	۱۴۸۶۹	۱۵۴۶۳۸۳
۱۰	خبهمن	۰/۱۹۰۲	۹۰۰۵	۱۵۲۱۷۸۶
ریسک: ۰/۰۰۱۷			بازده: ۰/۰۰۱۲ −	

اجرای سناریو S_3

تغییر حد بالا و پایین میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم، هنگامی که حد بالا و پایین سرمایه‌گذاری به یک میلیون و شش میلیون افزایش یافته است (جدول ۷).

جدول ۷. جواب بهینهٔ مسئله با اعمال سناریو S_3

رتبه	سهام	W_i	X_i	میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم
۱	وبملت	۰/۳۰۴۷	۱۵۶۰۱	۲۹۶۴۱۹۴
۲	اخابر	۰/۳۰۳۷	۱۲۵۱۶	۲۹۵۳۷۱۲
۳	رمپنا	۰/۱۹۸۳	۲۸۵۳	۱۹۲۸۷۲۲
۴	وبصادر	۰	۰	۰
۵	ثنوسا	۰/۱۱۸۶	۷۳۰۰	۱۱۵۳۳۷۴
۶	وملت	۰/۰۷۴۷	۱۷۵۴۴	۱۰۰۰۰۰۰
۷	خودرو	۰	۰	۰
۸	ولساپا	۰	۰	۰
۹	فولاد	۰	۰	۰
۱۰	خبهمن	۰	۰	۰
ریسک: ۰/۰۰۰۷۰				بازده: -۰/۰۰۰۴۶

اجرای سناریو S_4

افزایش اندازهٔ سبد سرمایه‌گذاری، هنگامی که شمار سهام انتخابی توسط سرمایه‌گذار به هفت عدد افزایش یابد. جدول ۸ نتایج انتخاب سبد هفت سهمی را نشان می‌دهد.

جدول ۸. جواب بهینهٔ مسئله با اعمال سناریو S_4

رتبه	سهام	W_i	X_i	میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم
۱	وبملت	۰/۱۹۲۲	۹۸۰۷	۱۸۶۳۲۴۳
۲	اخابر	۰/۱۸۴۱	۷۵۶۳	۱۷۸۴۸۹۱
۳	رمپنا	۰/۱۷۷۸	۲۵۵۰	۱۷۲۳۸۰۸
۴	وبصادر	۰/۱۳۰۶	۱۴۵۵۳	۱۲۶۶۱۴۲
۵	ثنوسا	۰	۰	۰
۶	وملت	۰/۱۲۷۲	۲۱۶۳۸	۱۲۳۳۳۴۳
۷	خودرو	۰	۰	۰
۸	ولساپا	۰	۰	۰
۹	فولاد	۰/۱۱۶۴	۱۰۸۵۲	۱۱۲۸۵۷۴
۱۰	خبهمن	۰/۰۷۱۸	۵۹۱۷	۱۰۰۰۰۰۰
ریسک: ۰/۰۰۱۴				بازده: -۰/۰۰۱۲

اجرای سناریو S_5

کاهش اندازهٔ سبد سرمایه‌گذاری، هنگامی که شمار سهام انتخابی از سوی سرمایه‌گذار به چهار عدد کاهش یابد. نتایج در جدول ۹ نشان داده شده است.

جدول ۹. جواب بهینهٔ مسئله با اعمال سناریو S_0

رتبه	سهام	W_i	X_i	میزان سرمایه‌گذاری شده در سهم
۱	وبملت	۰	۰	۰
۲	اخابر	۰	۰	۰
۳	رمپنا	۰	۰	۰
۴	وبصادر	۰	۰	۰
۵	ثنوسا	۰/۳۸۹۷	۲۴۶۶۶	۳۸۹۷۱۸۵
۶	وملت	۰/۳۸۷۱	۶۷۹۱۱	۳۸۷۰۹۴۷
۷	خودرو	۰	۰	۰
۸	ولساپا	۰/۲۲۳۲	۱۲۷۵۴	۲۲۳۱۸۶۸
۹	فولاد	۰	۰	۰
۱۰	خبهمن	۰	۰	۰
ریسک: ۰/۰۰۱۴			بازده: ۰/۰۰۱۲−	

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

پژوهش حاضر با هدف توسعه و گسترش مدل مارکویتز و در نظرگرفتن واقعیت‌های موجود در دنیای سرمایه‌گذاری و ترجیحات سرمایه‌گذاران، به‌منظور کاربردی ساختن و واقعی نمودن مدل وی انجام شده است. پس از شناسایی کاستی‌های مدل مارکویتز و بررسی تغییرات و گستردگی‌های صورت گرفته در این زمینه، مدل نوین برنامه‌ریزی غیرخطی چندهدفه عدد صحیح آمیخته ارائه شد. با افزوده‌شدن محدودیت‌ها به چارچوب استاندارد میانگین ـ واریانس مارکویتز، فضای جست‌وجوی مسئله بسیار بزرگ و ناپیوسته شده و استفاده از روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک ناممکن می‌شود. از این رو، استفاده از روش‌های فراابتکاری ضرورت می‌یابد. الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی هارمونی برای حل مدل پژوهش به‌کارگرفته شده است. به‌دلیل نامناسب‌بودن ساختار مسائل تک‌هدفه (کاهش کارایی و افزایش زمان محاسباتی) مدل‌سازی مسئله به‌صورت دو هدفه انجام شد.

گلمگانی و فاضل (۲۰۱۱) الگوریتم بهینه‌سازی آمیختهٔ بهبودیافتهٔ ازدحام ذرات را برای حل مدل تک‌هدفهٔ برنامه‌ریزی غیرخطی تک‌هدفهٔ عدد صحیح آمیخته به‌کار بردند. آنان همانند این پژوهش، سه محدودیت کاردینال، محدودیت بخش سرمایه‌گذاری و محدودیت حد بالا و پایین میزان

سرمایه‌گذاری را به مدل خویش افزودند، اما محدودیت آنتروپی و هزینهٔ معاملاتی را در نظر نگرفتند. معیار ریسک در پژوهش آنان واریانس بوده است.

سلیمانی و همکارانش (۲۰۰۹)، الگوریتم ژنتیک را برای بهینه‌سازی مسئلهٔ انتخاب سبد سرمایه‌گذاری به‌کار بردند. آنان سه محدودیت حداقل تعداد سهام، کاردینال و بخش سرمایه‌گذاری را به مدل پایهٔ مارکویتز اضافه کردند و سنجهٔ ریسک را واریانس در نظر گرفتند. همانندی پژوهش یاد شده با پژوهش حاضر، در سه محدودیت به‌کار برده شده است، اما سلیمانی و همکارانش به محدودیت آنتروپی و محدودیت حد بالا و پایین میزان سرمایه‌گذاری برای هر دارایی و هزینهٔ معاملاتی توجه نکرده‌اند.

آناگاستاپولس و کاتازاگلو (۲۰۰۱) الگوریتم جست‌وجوی سازگاری تصادفی شبکه‌ای واکنشی را برای بهینه‌سازی مسئله تک‌هدفه سبد سرمایه‌گذاری عدد صحیح آمیخته به‌کار بردند. آنان محدودیت حد بالا و پایین میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم و محدودیت کاردینال را به مدل استاندارد مارکویتز افزودند. همانندی پژوهش یاد شده با پژوهش کنونی در محدودیت‌های افزوده شده است و تفاوت دو پژوهش، معیار ریسک، مدل‌سازی مسئله و محدودیت‌های در نظر گرفته شده در پژوهش کنونی است.

در تلاشی دیگر، راعی، محمدی و علی بیگی (۱۳۸۹)، الگوریتم جست‌وجوی هارمونی را برای بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد میانگین ـ نیم‌واریانس به‌کار بردند و محدودیت کاردینال حد بالا و پایین سرمایه‌گذاری را به مدل تک‌هدفهٔ مارکویتز اضافه کردند. شباهت پژوهش راعی و همکارانش با پژوهش کنونی در محدودیت اضافه‌شده، الگوریتم به‌کارگرفته‌شده و معیار ریسک است. تفاوت دو پژوهش نیز در مدل‌سازی مسئله و محدودیت‌های در نظر گرفته شده است.

نوآوری این پژوهش، ارائهٔ مدلی فراگیر برای مسئلهٔ انتخاب سبد سرمایه‌گذاری است. در هیچ‌یک از پژوهش‌های پیشین، همهٔ محدودیت‌ها با هم مدل‌سازی نشده‌اند. در این پژوهش، برای نخستین‌بار محدودیت‌های مسئله در قالب یک مدل ریاضی چندهدفه فرموله شد. بر اساس آنچه نویسندگان این مقاله با بازخوانی پژوهش‌های پیشین دریافتند، در پژوهش‌های اندکی محدودیت آنتروپی (به شیوهٔ حد پایین یا بیشینه‌سازی آن) به‌کار برده شده است. در این پژوهش نخستین‌بار است که برای محدودیت آنتروپی، حد پایین و حد بالا تعریف‌شده تا سازگاری بیشتری با وضعیت واقعی داشته باشد. همچنین برای نخستین‌بار، مسئلهٔ چندهدفه بهینه‌سازی سبد سهام با به‌کارگیری الگوریتم جست‌وجوی هارمونی و با رویکرد پارتو، حل شده است. این روش حل، به تصمیم‌گیرنده امکان می‌دهد تا بر اساس ترجیحات خود سبد بهینه سرمایه‌گذاری را انتخاب کند.

پژوهشگران آتی می‌توانند سایر سنجه‌های ریسک را به کارگیرند و مرز کارای به‌دست آمده را با مرز کارای پژوهش کنونی مقایسه کنند. همچنین می‌توانند محدودیت آنتروپی را به تابع هدف تبدیل نمایند و با ارائهٔ مدل سه هدفهٔ کمینه‌سازی ریسک، بیشینه‌سازی بازده و بیشینه‌سازی آنتروپی، به مقایسه نتایج بپردازند. تبدیل مدل تک‌دوره‌ای پژوهش به مدل چنددوره‌ای و نیز مدل‌های چنددوره‌ای همراه با تغییر وضعیت تبدیل و توصیف حالات مختلف بازار با استفاده از زنجیرهٔ مارکوف، پیشنهادی دیگر برای پژوهشگران است.

References

Abzari, M., Dadashpor, A., Khalili, M., Jamshidi, H. (2015). A Single Period Multi Objective Mathematical Model for Portfolio. *Poduction and operations management*, 5(2), 75-92. (*in Persian*)

Abzari, M., Ketabi, S., Abbasi, A. (2005). Portfolio optimization through linear programming methods and proposing an applied model. *Journal Social Sciences and Humanities of Shiraz University, 2*(43), 1-17. (*in Persian*)

Abzari, M., Samadi, S., Teimury, H. (2007). Investigating the effective factors on risk and return of financial products investement. *Ravand*, 54,123-152. (*in Persian*)

Anagnostopoulos, K. P. & Chatzoglou, P. D. (2011). The mean–variance cardinality constrained portfolio optimization problem: An experimental evaluation of five multiobjective evolutionary algorithms. *Expert Systems with Applications*, 38(11), 14208–14217.

Arnott, R. & Wagner, W. (1990). The measurement and control of trading costs. *Financial Analysts*, 46(6), 73-80.

Azar, A., Ramooz, N., Atefatdoost, A.R. (2014). The Application of Non-inferior Set Estimation (NISE) method in optimum portfolio selection (Case Study: Tehran Security Exchange). *Journal of Financial Reaserch*, 14(2), 1-14. (*in Persian*)

Ballestero, E., Gunther, M., Plu-Santamaria, D., & Stummer, C. (2007). Portfolio selection under strict uncertainty: A multi-criteria methodology and its application to the Frankfurt and Vienna Stock Exchanges. *European Journal of Operational Research*, 181(3), 1476–1487.

Barzinpoor, F. Ebrahimi, S.B., Hasheminezhad, S.M., Nasr Esfahani, H. (2011). Comparing the accuracy of the model Meta heuristic and Econometric in forecasting of financial time series with long-term memory (Case Study,

Stock Index of Cement Industry in Iran). *Journal of Financial Research*, 13(31), 1-22. (*in Persian*)

Chiarawongse, A., Kiatsupaibul, S., Tirapat, S., & Van Roy, B. (2012). Portfolio selection with qualitative input. *Journal of Banking & Finance*, *36*(2), 489-496.

Efat Neghad, R., Zare Barg Abadi, A. (2013). Electricity planning with environmental restrictions of power system using harmony search Algorithm. *Journal of Energy Policy and Planning Research*, 1(3), 97-112. (*in Persian*)

Estrada, J. (2002). Systematic risk in emerging markets: the D-CAPM. *Emerging Markets Review*, 3(4), 365-379.

Gargaz, M., Abbasi, A., Moghadasi, M. (2010). Portfolio selection and optimization by using Genetic Algorithm based on different definitions of risk. *Journal of Industrial Management*, 5(11), 115-136. (*in Persian*)

Geem, Z. W., Kim, J. H., & Loganathan, G. V. (2001). A new heuristic optimization algorithm: harmony search. *Simulation*, 76(2), 60-68.

Golmakani, H. & Fazel, M. (2007). An interval portfolio selection problem based on regret function. *Operational Research*, 170(1), 253-264.

Heidari, S. (2013). *Flexible job shop scheduling by considering set up time and availability constrsints*. Tehran: Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering. (*in Persian*)

Jalili, F., Malek- Jafarian, M., Safavinejad, A. (2013). Introduction of Harmony Search Algorithm for Aerodynamic Shape Optimization Using the Navier-Stokes Equations, Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics, 24(2), 81-96. (*in Persian*).

Jana, P., Roy, T., & Mazumder, S. (2009). Multi-objective possibilistic model for portfolio selection with transaction cost. *Computational and Applied Mathematics*, 228(1), 188-196.

Janat Rostami, S., Kholghi, M., Bozorg Haddad, O. (2010). Management of reservoir operation system using improved Harmony Search Algorithm, *journal of water and soil science*, 20(3), 61-71. (*in Persian*)

Khalili Aragh, M., Hashemi, S. (2008). Estimating portfolio market risk based on Value at Risk (VaR). *Journal of Management Future Research*, 77, 67-80. (*in Persian*)

Khayamim, A., Mirzazade, A., Naderi, B. (2014). A fuzzy model for portfolio balancing considering transaction costs: A case study in Tehran Stock

Exchange. *Journal of operation research and its application*, 2(41), 75-93. (*in Persian*)

Kolm, P., Tutuncu, R. & Fabozzi, F. (2014). 60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 356-371.

Liu, Y. & Zhang, W. (2015). A multi-period fuzzy portfolio optimization model with minimum transaction lots. *Operational Research*, 242(3), 933-941.

Liu, Y., Zhang, W. & Zhang, P. (2013). Multi-period portfolio selection optimization model by using interval analysis. *Economic Modelling*, 33, 113–119.

Marasovic, B., & Babic, Z. (2011). Two-step multi-criteria model for selecting optimal portfolio. *Production Economics*, 134(1), 58–66.

Mitra, G., Kyriakis, T., Lucas, C. A. & Pirbhai, M. (2003). *A review of portfolio planning: Models and systems.* Available in: http://citeseerx.ist.psu.edu/ viewdoc/download?doi=10.1.1.109.1443&rep=rep1&type=pdf.

Moh'd Alia, O., & Mandava, R. (2011). The variants of the harmony search algorithm: an overview. *Artificial Intelligence Review*, *36*(1), 49-68.

Mushakhian, S., Najafi, A.A. (2015). Using multi objective particle swarm optimization (MOPSO) algorithms to solve amulti-period mean-semivariance-skeewness stochastic optimization model. *Financial engineering and securities managemen,* 23,133-147. (*in Persian*)

Nabavi Chashmi, A., Yousefi Karchangi, I. (2012). Determine optimal portfolio with using of fuzzy goal programming. *Financial engineering and securities managemen,* 9,107-134. (*in Persian*)

Najafi, A. & Mushakhian, S. (2015). Multi-stage stochastic mean–semivariance – CVaR portfolio optimization under transaction costs. *Applied Mathematics and Computation*, 256, 445-458.

Poorahmadi, Z., Najafi, A. (2015). Dynamic portfolio optimization with transaction cost. *Financial engineering and securities managemen*, 22, 127- 146. (*in Persian*)

Raei, R., Alibeigi, H. (2010). Portfolio optimization using particle swarm optimization method. *Journal of Financial Reaserch*, 12(29), 21-40. (*in Persian*)

Raei, R., Mohammadi, Sh., Alibeiki, H. (2011). Mean-Semivariance portfolio optimization using Harmony Search Method, *journal of Management Resesrch in Iran*, 15(3), 105-128. (*in Persian*)

Rahmati, H., Zandieh, M. (2012). Developing two multi-objective algorithms for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem considering total consumed power per month. *Journal of Industrial Management Studies*, 10(27), 118-143. (*in Persian*)

Sadati, M., Doniavi, A. & Samadi, A. (2014). A possibility theory for multi objective fuzzy random portfolio optimization. *Decision Science Letters*, 3(3), 305-318.

Sadjadi, J., Gharakhani, M., Safari, E. (2013). Robust Portfolio Optimization using CAPM Approach. *Journal of Production and Operations Management*, 4 (1), 61-68. (*in Persian*)

Sefiane, S. & Benbouziane, M. (2012). Portfolio Selection Using Genetic Algorithm. *Applied Finance & Banking*, 2(4), 143-154.

Singla, K., Ganguli, S. (2015). Performance Study of Harmony Search Algorithm for Some Test Functions, *International Journal of Technology Innovations and Research*, 16(1), 1-8.

Sivasubramani, S., & Swarup, K. (2011). Multi-objective harmony search algorithm for optimal power flow problem. *Electr. Power Energy Syst*, 33(3), 745–752.

Soleimani, H., Golmakani, H. R. & Salimi, M. H. (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5058–5063.

Taghavifard, M.T., Dehghani, M, H, Aghaei, M. (2015). The Model for lot Sizing problem with supplier selection and Solving by NSGA-II (Case Study: Morvarid Panberiz Company). *Management Reaserch in Iran,* 19(2), 65-89**.** (*in Persian*)

Taqavifard, M., Mansouri, M., Khosh-Tinat, M. (2008). A Meta-heuristic Algorithm for Portfolio Selection Problem under Cardinality and Bounding Constraints. *The Economic Reaserch*, 4, 49-69. (*in Persian*)

Vercher, E. & Bermudez, J. (2015). Portfolio optimization using a credibility mean-absolute semi-deviation model. *Expert Systems with Applications*, 42(20), 79–90.

Wu, H. & Chen, H. (2015). Nash equilibrium strategy for a multi-period mean–variance portfolio selection problem with regime switching. *Economic Modelling*, *46*, 79-90.

Zhang, P. & Zhang, W. (2014). Multiperiod mean absolute deviation fuzzy portfolio selection model with risk control and cardinality constraints. *Fuzzy Sets and Systems*, 255, 74-91.