Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153
Online ISSN: 2423-5377

Option Pricing Based on Modular Neural Network

Moslem Peymany Foroushani
Associate Prof., Department of Finance and Banking, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. E-mail: m.peymany@atu.ac.ir

Mohammad Ali Dehghan Dehnavi
Assistant Prof., Department of Finance and Banking, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. E-mail: dehghandehnavi@atu.ac.ir

Milad Kouhkan *
*Corresponding Author, MSc., Department of Financial Engineering and Risk Management, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. E-mail: milad_kouhkan@atu.ac.ir

Abstract

Objective

Hedging the risk caused by price volatility using options relies on an accurate and appropriate valuation of those options. Therefore, the purpose of this research is to value the options traded on the Tehran Stock Exchange using modular neural networks. The study will also compare the performance of these modular neural networks with the most renowned options valuation models, namely the Black-Scholes-Merton model and the multi-layer perceptron neural network model.

Methods

For this research, data on call options traded on the Tehran Stock Exchange from March 2018 to March 2022 were utilized. Initially, after removing outlier data, 80% of the dataset was designated as training data, while the remaining 20% was set aside as test data. To facilitate a comparison of results obtained from different models, these two subsets of data remained constant throughout the research. In this study, the theoretical prices generated by each model were compared with the market prices traded on the Tehran Stock Exchange using MSPE, RMSPE, and MAPE statistical criteria. To calculate the prediction error for the

Citation: Peymany Foroushani, Moslem, Dehghan Dehnavi, Mohammad Ali & Kouhkan, Milad (2024). Option Pricing Based on Modular Neural Network. *Financial Research Journal*, 26(4), 904-939. https://doi.org/10.22059/FRJ.2024.372265.1007573 (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2024, Vol. 26, No.4, pp. 904-939
Published by University of Tehran, Faculty of Management
https://doi.org/10.22059/FRJ.2024.372265.1007573
Article Type: Research Paper
© Authors
Received: February 13, 2024
Received in revised form: June 01, 2024
Accepted: June 30, 2024
Published online: December 30, 2024

Black-Scholes-Merton model, the theoretical price of options was first obtained using its pricing formula. Subsequently, the theoretical prices derived from the Black-Scholes-Merton equation were compared with their corresponding market prices. In the neural network models, option prices were predicted using Python and its machine learning algorithms. Finally, the predicted prices from the models were compared with the market prices of the same options. To assess the significant differences between each model and the others, the Paired Sample Test of the mean percentage of errors was employed.

Results

This research showed that, from the perspective of the RMSPE criterion, the developed neural network model with implied volatility has the lowest error and has the best performance in valuing call options across all monetary positions and periods compared to other investigated models. However, the performance of the developed multi-layer perceptron neural network model with implied volatility has been slightly better than that of its modular counterpart. Following this, the neural networks developed with historical volatility, the neural networks with discrete data, the Black-Scholes and Merton model, and the modular neural network model proposed by Gradoevich et al. (2009) have been the most accurate, respectively. From the perspective of the MAPE criterion, the developed neural network model with implied volatility has performed the best; however, among all the neural network models, the multi-layer perceptron neural network has outperformed the modular model.

Conclusion

Modular neural network models can outperform the Black-Scholes and Merton models. Incorporating implied volatility enhances the performance of neural networks in options valuation. However, when considering the RMSPE criterion, modular neural networks trained with historical volatility perform better than multi-layer perceptron neural networks. In contrast, for models using implied volatility, the modular neural network does not achieve better performance than the multi-layer perceptron neural network. Overall, neural networks utilizing implied volatility—whether in modular or multi-layer perceptron configurations—exhibit superior performance in long-term periods and in ITM (in-the-money) moneyness situations.

Keywords: Options, Root Mean Square Percentage Error, Modular Neural Network, Volatility, Machine Learning.

تحقیقات مالی
شاپا چاپی: ۱۰۲۴-۸۱۵۳
شاپا الکترونیکی: ۲۴۲۳-۵۲۷۷

ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله بر اساس شبکهٔ عصبی ماژولار

مسلم پیمانی فروشانی
دانشیار، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. رایانامه: m.peymany@atu.ac.ir

محمدعلی دهقان دهنوی
استادیار، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. رایانامه: dehghandehnavi@atu.ac.ir

میلاد کوه‌کن
* نویسنده مسئول، کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مالی و مدیریت ریسک، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. رایانامه: milad_kouhkan@atu.ac.ir

چکیده

هدف: پوشش ریسک ناشی از نوسان قیمت‌ها با استفاده از اوراق اختیارمعامله، به ارزش‌گذاری دقیق و مناسب برای اوراق اختیار معامله وابسته است. به همین دلیل، هدف از این پژوهش، ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله در بورس اوراق بهادار تهران با شبکه‌های عصبی ماژولار و مقایسهٔ عملکرد هر یک از این شبکه‌های عصبی ماژولار با معروف‌ترین مدل ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله، یعنی مدل بلک، شولز و مرتون و مدل شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه است.

روش: برای این پژوهش، از داده‌های اختیارمعامله خرید که از ابتدای سال ۱۳۹۷ تا انتهای سال ۱۴۰۱، در بورس اوراق بهادار تهران معامله شده‌اند، استفاده شده است. در ابتدا پس از حذف داده‌های پرت، ۸۰ درصد داده‌ها، به‌عنوان داده‌های آموزش و ۲۰ درصد باقی‌مانده، به‌عنوان داده‌های آزمون در نظر گرفته شدند. برای امکان مقایسه بین نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های مختلف، در طول پژوهش این دو بخش از داده‌ها ثابت بودند. در این پژوهش با استفاده از معیارهای آماری MSPE، RMSPE و MAPE، قیمت نظری به‌دست‌آمده از هر مدل با قیمت‌های معامله‌شده در بورس اوراق بهادار تهران مقایسه شد. برای محاسبهٔ خطای پیش‌بینی در مدل بلک، شولز و مرتون، ابتدا با استفاده از فرمول قیمت‌گذاری آن، قیمت تئوریک اوراق اختیار معامله به‌دست آمد؛ سپس قیمت‌های تئوریک به‌دست‌آمده از رابطهٔ بلک، شولز و مرتون با قیمت‌های بازاری آن‌ها مقایسه شد. در مدل‌های شبکهٔ عصبی نیز، ابتدا قیمت اوراق اختیار معامله با استفاده از پایتون و الگوریتم‌های یادگیری ماشین آن پیش‌بینی شد و در نهایت، قیمت پیش‌بینی‌شده توسط مدل‌ها و قیمت بازاری همان اختیار معامله مقایسه شد. در پایان، برای بررسی اختلاف معنادار هر مدل با سایر مدل‌ها، از آزمون مقایسهٔ زوجی میانگین درصد خطاها استفاده شد.

استناد: پیمانی فروشانی، مسلم؛ دهقان دهنوی، محمدعلی و کوه‌کن، میلاد (۱۴۰۳). ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله بر اساس شبکهٔ عصبی ماژولار. *تحقیقات مالی*، ۲۶(۴)، ۹۰۴- ۹۳۹.

تحقیقات مالی، ۱۴۰۳، دوره ۲۶، شماره ۴، صص. ۹۰۴- ۹۳۹
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
نوع مقاله: علمی پژوهشی
© نویسندگان
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۴
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۳/۰۳/۱۲
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۴/۱۰
تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۱۰/۱۰
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2024.372265.1007573

یافته‌ها: این پژوهش نشان داد که از منظر معیار RMSPE مدل شبکه‌های عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی، در ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله خرید در تمام موقعیت‌های پولی و دوره‌های زمانی نسبت به سایر مدل‌های بررسی‌شده، کمترین میزان خطا و بهترین عملکرد را داشته است؛ با این حال اندکی عملکرد مدل شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی، بهتر از حالت ماژولار آن بوده است. پس از آن، به‌ترتیب مدل شبکه‌های عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی، مدل شبکه‌های عصبی با داده‌های مجزا، مدل بلک، شولز و مرتون و مدل شبکهٔ عصبی ماژولار پیشنهادی گرادویویچ، گِنجای و کوکولج (۲۰۰۹) بیشترین دقت را داشته‌اند. از منظر معیار MAPE نیز، همچنان مدل‌های توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی بهترین عملکرد را داشته‌اند؛ ولی در تمام مدل‌های شبکهٔ عصبی، عملکرد شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه نسبت به حالت ماژولار بهتر بوده است.

نتیجه‌گیری: مدل‌های شبکهٔ عصبی ماژولار، نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون، می‌توانند عملکرد بهتری داشته باشند. نوسان‌های ضمنی می‌تواند سبب بهبود عملکرد شبکه‌های عصبی در ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله شود. از طرفی از منظر معیار RMSPE در مدل‌های شبکهٔ عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی، شبکهٔ عصبی ماژولار عملکرد بهتری نسبت به شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه خواهد داشت؛ ولی در مدل‌های شبکهٔ عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی، شبکهٔ عصبی ماژولار نمی‌تواند عملکرد بهتری نسبت به شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه به ثبت برساند. به‌طور کلی شبکه‌های عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی، چه در حالت ماژولار و چه در حالت پرسپترون چندلایه، در دوره‌های زمانی بلندمدت و همچنین در موقعیت‌های پولی ITM بهترین عملکرد را داشته‌اند.

کلیدواژه‌ها: اوراق اختیار معامله، جذر میانگین مربعات درصدی خطا، شبکهٔ عصبی ماژولار، نوسان، یادگیری ماشین.

مقدمه

با توجه به شرایط حاکم بر بازارها، نوسان‌ها[1] و عدم اطمینان از وضعیت آتی بازار، فعالان بازارهای سرمایه، همواره با ریسک‌هایی روبه‌رو هستند که می‌تواند سبب قرارگیری آن‌ها در معرض زیان شود. به همین منظور، مدام به‌دنبال راه‌کارهای مناسبی برای پوشش ریسک‌های ناشی از نوسان قیمت‌ها بوده‌اند تا ریسک‌های فعالان بازار سرمایه کنترل و مدیریت شوند. یکی از ابزارهای مهمی که در دنیا، برای این هدف ارائه شده، اوراق مشتقه[2] است و یکی از ابزارهای مشتقهٔ مهم در بازارهای مالی، قراردادهای اختیار معامله[3] است (امیری، ۱۳۹۹). اختیار معامله قراردادی است که در آن به دارندهٔ این اوراق، این حق داده می‌شود که معامله‌ای را با قیمت معین روی دارایی پایه در آینده انجام دهد. از انواع اختیار معامله می‌توان به اختیار خرید و اختیار فروش اشاره کرد که به‌ترتیب، حق خرید و حق فروش دارایی پایه با قیمت و سررسیدی مشخص در آینده را به دارندهٔ این اوراق می‌دهد. قیمت یک اختیار معامله، از دو بخش ارزش ذاتی و ارزش زمانی شکل گرفته است. به همین جهت یکی از پرسش‌های اصلی، ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله است (هال[4]، ۲۰۲۱).

در سال‌های گذشته، مطالعات زیادی در زمینهٔ ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله صورت گرفته است. در سال‌های ابتدایی دههٔ ۱۹۷۰، فیشر بلک[5]، رابرت مرتون[6] و میرون شولز[7]، روش نوآورانه‌ای را برای قیمت‌گذاری اختیار معامله‌ها ارائه دادند که امروزه با عنوان الگوی قیمت‌گذاری بلک، شولز و مرتون[8] معروف است. در این مدل پارامترهایی مانند قیمت توافقی، نوسان‌پذیری انتظاری، قیمت دارایی پایه، زمان تا سررسید و نرخ سود بدون ریسک اثرگذار هستند. برای مدل بلک، شولز و مرتون، می‌توان به مشکلاتی مانند عدم تطبیق با توزیع آماری دادهٔ قیمت سهام پایه، مفروضات مدل، عدم وجود هزینه‌های معاملاتی، فرض بازار کامل و امکان خرید هر میزان از سهام پایه با قیمت مشخص شده در بازار اشاره کرد (ابوالی و همکاران، ۱۳۹۸). فعالان بازارهای مالی، همواره تلاش‌های زیادی برای کاهش مفروضات غیرواقعی مدل بلک، شولز و مرتون داشته‌اند؛ با وجود این، فرض نوسان‌های ثابت دارایی پایه، یکی از فرض‌های مهمی است که بسیاری از مطالعاتی که این الگوی قیمت‌گذاری را بررسی کرده‌اند، گزارش شده است. برای مدل‌های پارامتریک[9]، نحوهٔ مدل‌سازی نوسان‌ها مانند فرایند تصادفی پیوسته یا فرایند انتشار پرش، نقش مهمی در موفقیت این مدل‌ها ایفا می‌کند؛ با این حال، به‌دلیل پیچیدگی ریاضی آن‌ها، درک و استفاده از این مدل‌ها توسط اکثر فعالان بازار محدود است.

پس از توسعهٔ بسیاری از نسخه‌های مختلف مدل قیمت‌گذاری بلک، شولز و مرتون که به مفروضات مختلف مدل می‌پردازد، استفاده و آزمایش شبکه‌های عصبی مصنوعی[10] در قیمت‌گذاری اختیار معامله‌ها که بر پایه مدل‌های

1. Volatility
2. Derivatives
3. Options
4. Hull
5. Fisher Black
6. Robert Merton
7. Myron Scholes
8. BSM
9. Parametric models
10. Artificial neural networks

ناپارامتریک[1] است، توجه بسیاری از محققان مالی را به‌عنوان یک مدل قیمت‌گذاری جایگزین به خود جلب کرده است که به فرضیه‌ای در مورد متغیرها و رابطهٔ آن‌ها نیازی ندارد. شبکه‌های عصبی یک روش یادگیری ماشینی[2] است که در ۲۰سال گذشته، به‌دلیل افزایش دسترسی به داده‌ها و پیشرفت‌های تکنولوژی از نظر سخت‌افزار و نرم‌افزار، به‌طور گسترده در بسیاری از رشته‌ها و صنایع استفاده شده است (ایلتوزر[3]، ۲۰۲۲). در یادگیری ماشین، مجموعه‌ای از داده‌ها به ماشین وارد می‌شود تا از این طریق با شناسایی و تجزیهٔ الگوهای موجود در بین داده‌ها، ماشین به یادگیری بپردازد و بر همین اساس، از مشاهدات و اطلاعاتی که خود به‌دست آورده، نتیجه‌گیری و تصمیم‌گیری داشته باشد. در کنار مزایای شبکهٔ عصبی، باید به این موضوع اشاره کرد که آموزش یک مدل شبکهٔ عصبی منفرد روی داده‌های ناهمگن (اختیار معامله‌هایی با موقعیت پولی[4] و زمان تا سررسید متفاوت) می‌تواند مشکل‌ساز باشد. برای نمونه، در بهینه‌سازی شبکه این امکان وجود دارد که نقاط مینیمم نسبی[5] را به‌عنوان مینیمم مطلق در نظر بگیرد و یا دچار سوگیری اخیر[6] شود که در این حالت داده‌های اخیر را به داده‌های تاریخی ترجیح می‌دهد. برای رفع این مشکل در این پژوهش، از شبکهٔ عصبی ماژولار[7] استفاده خواهد شد. در این شبکهٔ عصبی، مجموعه داده‌ها به چندین زیرمجموعه یا ماژول[8] تقسیم خواهد شد و شبکهٔ عصبی مرتبط به هر ماژول به‌طور مستقل آموزش داده می‌شود و از نتایج هر شبکه برای آموزش مدل نهایی استفاده خواهد شد. از طرفی با توجه به اهمیت نوسان‌ها به‌عنوان یک متغیر ورودی کلیدی، مطالعاتی قیمت‌گذاری اختیار معامله‌ها با شبکهٔ عصبی و تحت تخمین‌های مختلف نوسان مانند نوسان‌های ضمنی و نوسان‌های تاریخی را بررسی کرده‌اند (گرادویویچ، گِنجای و کوکولج[9]، ۲۰۰۹).

عدم اطمینان از وضعیت آینده و نوسان‌های حاضر در بازارهای مالی، سبب زیان‌های شدید به فعالان اقتصادی، خروج آن‌ها از بازار و حتی عدم رقابت سایرین در ورود به بازار شده است. به همین جهت انواع مشتقات مالی مانند اوراق اختیار معامله طراحی شده است تا پاسخ‌گویی به این نمونه از مسائل بازار باشد (کیمیاگری، حاجی‌زاده، دستخوان و رمضانی، ۱۳۹۶). اوراق اختیار معامله با دو ویژگی اهرم مالی و مدیریت ریسک سبب می‌شود تا یک وضعیت سرمایه‌گذاری را با پول کمتری مدیریت کرد و با کاهش ریسک، زیان معامله را به هزینهٔ خرید اختیارمعامله محدود کرد. افزون‌برآن، موقعیت فروش در قراردادهای اختیارمعامله سهام، این امکان را به سرمایه‌گذار می‌دهد تا درآمد خود را تنها محدود به سود سرمایه‌ای و سود تقسیمی نکند و بتواند با پوشش محدودیت‌های فروش استقراضی در بازار سرمایه ایران از کسب سود در بازار نزولی نیز بهره‌مند شود. از طرفی دیگر، شخص با استفاده از این اوراق می‌تواند بدون داشتن سهام پایه، از نوسان‌های قیمت آن منفعت به‌دست بیاورد (سمیعی ماچیانی، ۱۳۹۷). افزون‌بر موارد یاد شده، طی سال‌های اخیر

1. Non-parametric models
2. Machine learning
3. İltüzer
4. Moneyness
5. Local minima
6. Recency bias
7. Modular Neural Network (MNN)
8. Module
9. Gradojevic, Gençay & Kukolj

شاهد رشد معاملات قراردادهای اختیار معامله در بازار بورس اوراق بهادار تهران بوده‌ایم و توجه فعالان بازار سرمایه به این ابزارهای مالی بیش از پیش شده است؛ از این رو نیازمندی این بخش از بازار به روش‌های نوین ارزش‌گذاری که خطای کمتری داشته باشند و مفروضات غیرواقعی مدل‌های گذشته را پوشش بدهند، بیش از گذشته احساس می‌شود. علاوه‌براین موارد، در بحث اهمیت یادگیری ماشین نیز باید گفت که در صنعت مالی، موج جدیدی از یادگیری ماشین و علم داده وجود دارد که برنامه‌های کاربردی در این صنعت را در چند دهه آینده متحول خواهد کرد. یادگیری ماشین در امور مالی، اخیراً به‌دلیل در دسترس بودن حجم بالایی از داده‌ها و توان محاسباتی مقرون به صرفه‌تر، برجسته‌تر شده است (تاتسَت، پوری و لوکابا[1]، ۲۰۲۰). در همین راستا، پژوهش حاضر به‌دنبال مقایسهٔ عملکرد شبکهٔ عصبی ماژولار در ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله با مدل بلک، شولز و مرتون در بورس اوراق بهادار تهران است.

در ادامه، مبانی نظری و پیشینه پژوهش توضیح داده شده و سپس در بخش سوم، به معرفی روش تحقیق و داده‌های مورد مطالعه پرداخته شده است. به همین ترتیب در بخش چهارم، آمار توصیفی داده‌ها و یافته‌های پژوهش تحلیل و بررسی شده است. در پایان، به نتیجه‌گیری و بررسی محدودیت‌ها و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی پرداخته خواهد شد.

پیشینهٔ پژوهش

پس از ورود هر سرمایه‌گذار به بازار اوراق اختیار معامله، مهم‌ترین سؤالی که در پی یافتن پاسخ آن خواهد بود، چگونگی ارزش‌گذاری این اوراق است. در طول سالیان گذشته، مدل‌های گوناگونی برای تعیین قیمت اوراق اختیار معامله مطرح شده است که عبارت‌اند از: مدل بلک، شولز و مرتون، درخت دوجمله‌ای. از سایر مدل‌های تکمیلی نیز می‌توان به روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو، مدل انتشار پرش، روش تفاضلات متناهی و... اشاره کرد. از دیگر روش‌های ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله، می‌توان الگوریتم‌های یادگیری ماشین مانند شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه و شبکهٔ عصبی ماژولار را نام برد. یادگیری ماشین، امروزه در صنایع و کسب‌وکارهای زیادی استفاده می‌شود. با تأثیرهای مهم یادگیری ماشین در حوزهٔ دانش مالی، امروزه شاهد کم‌رنگ شدن ساختارهای سنتی در این حوزه هستیم.

پیشینهٔ نظری پژوهش

در ادامه ابتدا مدل بلک، شولز و مرتون به همراه مفاهیم مرتبط با نوسان‌های تاریخی و نوسان‌های ضمنی بیان می‌شود؛ سپس به معرفی یادگیری ماشین، شبکهٔ عصبی به‌عنوان درونی‌ترین لایه این علم شگفت‌انگیز و در نهایت شبکهٔ عصبی ماژولار پرداخته خواهد شد.

مدل بلک، شولز و مرتون

مدل معرفی شده توسط مایرون شولز، فیشر بلک و رابرت مرتون روی دنیای مالی تأثیر بسیار زیادی گذاشت؛ زیرا این

1. Tatsat, Puri & Lookabaugh

اولین بار بود که یک فرمول واضح، کمابیش ساده و با فرم بسته برای قیمت‌گذاری اختیار معامله ارائه شـده بـود (نیسـی، ملکی و رضاییان، ۱۳۹۵). رابطهٔ ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله برای دو نوع اختیار خرید و اختیار فروش بـه دو صـورت جداگانه مطرح است؛ ولی با توجه به اینکه ارزش و حجم معاملات اوراق اختیار فروش در ایران کم است، در ادامه تنها به ارزش‌گذاری اوراق اختیار خرید اروپایی پرداخته شده است. اگر C قیمت اختیار خرید اروپایی، K قیمت توافقی (اعمال)، S_t قیمت فعلی دارایی پایه (سهم)، r نرخ سود بدون ریسک مرکب پیوسته، σ نوسان‌هـای بـازدهی دارایـی پایـه و T زمـان باقی‌مانده تا سررسید باشد، رابطه به‌دست آمده توسط بلک، شولز و مرتون برای اوراق اختیار خرید اروپایی عبارت است از:

رابطهٔ ۱) $$c = S_t N(d_1) - ke^{-rT} N(d_2)$$

رابطهٔ ۲) $$d_1 = \frac{log\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$$

رابطهٔ ۳) $$d_2 = \frac{log\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

نرمال استاندارد $(N(0,1))$ و $N(d)$ ارزش این توزیع در نقاط d_1 و d_2 اسـت. پـارامتر مـؤثر دیگـر در ایـن رابطـه، نوسان‌های دارایی پایه است. به‌طور کلی، نوسان‌ها به دو صورت تاریخی و ضمنی مطرح می‌شود. انـدازه‌گیـری میـانگین جمع انحراف‌ها از میانگین بازده یک ابزار مالی در یک دوره زمانی معین «نوسان‌های تاریخی» نامیده می‌شود. رایج‌ترین راه برای محاسبهٔ نوسان‌های تاریخی، استفاده از انحراف معیار است. اگر S_i قیمت سـهام در پایـان دوره iام، u_i بـازدهی سهم در فاصله پایان دوره iام و یک دوره قبل‌تر از آن، $\bar{u}$ میانگین u_iها، τ طول دوره زمانی در سـال، S انحـراف معیـار u_iها و σ نوسان‌های تاریخی سالانه سهم باشند، محاسبهٔ تجربی نوسان‌های تاریخی سالانه سـهم بـا دوره‌هـای زمـانی ثابت (روزانه، هفتگی، ماهانه و...) به‌صورت زیر تعریف می‌شود (هال، ۲۰۲۱):

رابطهٔ ۴) $$u_i = ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \qquad i = 1, 2, \dots, n$$

رابطهٔ ۵) $$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2}$$

رابطهٔ ۶) $$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}}$$

در محاسبهٔ τ، می‌توان یک سال را معادل ۳۶۰ روز قرار داد یا اینکه تعداد روزهای معـاملاتی در سـال، یعنـی ۲۴۰ روز برای بازار بورس اوراق بهادار ایران، به‌عنوان مبنایی برای یک سال معاملاتی قرار داده شود.

برای محاسبهٔ نوسان، یک روش این است که معادله بلک، شولز و مرتون برابر با قیمت بازاری اختیار معامله قرار داده شود که به این روش محاسبه نوسان، نوسان ضمنی گفته می‌شود. برای بیان ساده‌تر می‌توان معادلات زیر را در نظر گرفت (وو[1]، ۲۰۱۹):

رابطهٔ ۷) قیمت تئوری اختیار معامله $BSM(S, K, t, r, \sigma)$

رابطهٔ ۸) $BSM(S, K, t, r, \sigma) = C_{\text{بازار}}$

از محدودیت‌های اصلی مدل بلک، شولز و مرتون می‌توان به فرض صفر بودن مالیات و هزینه‌های معاملاتی، فرض پیوسته و بدون پرش بودن فرایند حرکت قیمت دارایی پایه، در نظر نگرفتن اثر اهرمی[2] و خوشه‌ای[3]، پیروی حرکت سهم از توزیع لگ نرمال، نرخ سود بدون ریسک ثابت و نوسان‌های اشاره کرد (نیسی و پیمانی، ۱۳۹۸). با توجه به این محدودیت‌ها باید به‌دنبال راه‌کاری برای بهبود بخشیدن به این مدل بود تا آن را با واقعیت‌های بازار هماهنگ‌تر و سازگارتر کرد. با ظهور مفاهیم جدیدی مانند یادگیری ماشین، استفاده از الگوریتم‌های آن مانند شبکه‌های عصبی برای بهینه‌تر کردن قیمت‌گذاری اختیار معامله‌ها به سرعت در بین محققان رواج یافته است. یادگیری ماشین این امکان را می‌دهد تا فرضیه‌های غیرعملی مدل بلک، شولز و مرتون و کالیبراسیون ناکارآمد مدل‌های سنتی کنار گذاشته شده شوند و با مفروضات بسیار کمتر و به‌طور مؤثرتر به حل مسائل جزئی‌تر پرداخته شود. در ادامه نگاهی به یادگیری ماشین و الگوریتم شبکهٔ عصبی خواهیم داشت.

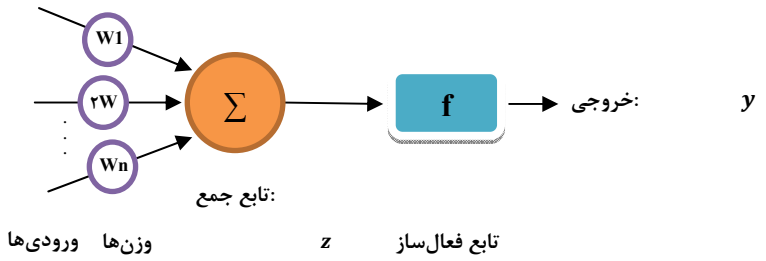
یادگیری ماشین و شبکهٔ عصبی

یادگیری ماشین، علم یا هنر برنامه‌نویسی کامپیوتر است که می‌تواند از داده‌هایی که در اختیار آن قرار داده می‌شود، یاد بگیرد. آرتور ساموئل[4] (۱۹۵۹) با یک تعریف کلی یادگیری ماشین را رشته علمی می‌داند که به رایانه‌ها توانایی یادگیری بدون برنامه‌ریزی صریح را می‌دهد (جرون[5]، ۲۰۲۲). به زبانی ساده‌تر در فرایند یادگیری ماشین ابتدا داده‌های ورودی که داده‌های آموزش[6] نامیده می‌شوند، به سیستم وارد شده و بر روی آن‌ها مدل‌سازی صورت می‌گیرد. سپس داده‌های جدید که داده‌های آزمون[7] نام دارند، با هدف پیش‌بینی، سنجش دقت و توسعه مدل به الگوریتم یادگیری ماشین وارد می‌شوند تا مدل با این به‌روزرسانی‌ها، به تکامل نهایی دست یابد (تاتست، پوری و لوکابا[8]، ۲۰۲۰).

1. Wu
2. Leverage effect
3. Volatility Clustering
4. Arthur Samuel
5. Géron
6. Traning Data
7. Test Data
8. Tatsat, Puri & Lookabaugh

یادگیری ماشین به چهار دسته تقسیم می‌شود: یادگیری نظارت‌شده[۱]، یادگیری نیمه‌نظارت‌شده[۲]، یادگیری نظارت‌نشده[۳] و یادگیری تقویتی[۴]. یادگیری نظارت شده زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که بخواهیم با داشتن نمونه‌ای از ورودی‌ها و خروجی‌ها، مدلی را طراحی کنیم که بتواند نتیجه خاصی را از یک ورودی معین پیش‌بینی کنیم (تئوبالد[۵]، ۲۰۱۷).

شبکهٔ عصبی را می‌توان مجموعه‌ای از گره‌های متصل به هم به نام نورون دانست که با الگوبرداری و الهام از مغز انسان، در پی شناسایی الگوها به‌کمک الگوریتم‌هایی منحصربه‌فرد است (فل[۶]، ۲۰۱۷). شبکهٔ عصبی را می‌توان جزئی از فرایند یادگیری ماشین دانست که با دریافت داده‌ها، آن‌ها را در درون لایه‌های پنهان خود تجزیه و تحلیل می‌کند تا در نهایت یک خروجی را به نمایش بگذارد. به‌طور کلی یک شبکهٔ عصبی از نورون‌ها، لایه‌ها و وزن‌ها تشکیل شده است. نورون‌ها اجزای محاسباتی یا واحدهای پردازش هستند که به‌صورت مدلی ساده شده از نورون بیولوژیکی[۷] تعریف می‌شوند. برای بررسی عملکرد یک نورون می‌توان شکل ۱ را در نظر گرفت. طبق این شکل، یک نورون ابتدا داده‌های ورودی را دریافت می‌کند و سپس با به‌کارگیری پارامترهای یادگیری، یک تابع جمع وزن‌دار ایجاد می‌کند تا در نهایت، برای محاسبه خروجی این تابع به‌عنوان یک ورودی به تابع فعال‌ساز وارد شود (تاتست و همکاران، ۲۰۲۰).



شکل ۱. ساختار نورون مصنوعی

یکی از رایج‌ترین انواع شبکه‌های عصبی از ساختار لایه‌ای از نورون‌ها استفاده کرده است. در این حالت، شبکهٔ عصبی دارای یک لایه ورودی[۸]، یک لایه خروجی[۹] و بر اساس میزان پیچیدگی مسئله، یک یا چندلایه پنهان[۱۰] دارد (فل، ۲۰۱۷). آخرین جزء از یک شبکهٔ عصبی، وزن نورون است که قدرت ارتباطی بین واحدها و میزان تأثیر متغیر

1. Supervised Learning
2. Semisupervised Learning
3. Unsupervised Learning
4. Reinforcement Learning
5. Theobald
6. Phil
7. Biological neuron
8. Input layer
9. Output layer
10. Hidden layer

ورودی روی خروجی را به نمایش می‌گذارد. هرچه وزن یک نورون بیشتر باشد، به این معناست که این نورون تأثیرگذاری بیشتری دارد. فرایند تنظیم کل وزن‌ها در شبکه را آموزش شبکهٔ عصبی می‌نامند. برای این بهینه‌سازی از رویکردهای تکراری به نام‌های پیش انتشار[1] و پس انتشار[2] استفاده می‌شود. در رویکرد پیش انتشار ابتدا مقادیر ورودی بدون هیچ گونه عملیاتی از لایه اول دریافت می‌شوند؛ سپس در لایه دوم، حاصل جمع وزنی داده‌های ورودی با انحراف که به نام بایاس[3] نیز معرفی می‌شود، جمع و به‌عنوان یک ورودی به تابع فعال‌ساز وارد می‌شود. این فرایند برای لایه‌های بعدی نیز تکرار می‌شود تا در نهایت یک خروجی از لایه آخر دریافت شود.

مرحله آموزش پس انتشار ممکن است در بعضی از انواع شبکه‌های عصبی دیده نشود. در این مرحله از آموزش، تفاضل خروجی به‌دست آمده از مرحله پیش انتشار با مقدار واقعی آن محاسبه می‌شود تا تابع زیان یا هزینه که نشان دهنده میزان خطای شبکه است، به‌دست آید. در ادامه با تشخیص میزان خطای شبکه، به ازای وزن‌ها و انحراف‌های تخمین زده شده، به عقب بازمی‌گردد و به‌کمک روش‌های بهینه‌سازی تابع زیان، این وزن‌ها و انحراف‌ها تغییر می‌یابد تا با کاهش میزان خطای شبکه، خروجی آن به مقدار واقعی نزدیک‌تر شود. این فرایند آنقدر تکرار می‌شود تا خروجی شبکه با خطای قابل قبولی، برای تمامی داده‌های آموزش به نزدیک‌ترین فاصله از مقدار واقعی خود دست یابد؛ در این حالت است که بیان می‌شود، شبکه آموزش دیده است (تاتست و همکاران، ۲۰۲۰).

شبکه‌های عصبی را با توجه به موقعیت نورون‌ها، نحوه ارتباط آن‌ها، نحوه تشکیل لایه‌ها و نوع آموزش شبکه به انواع مختلفی مانند شبکهٔ عصبی پیشخور تک لایه[4]، شبکهٔ پیشخور چندلایه[5]، شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه، شبکهٔ عصبی بازگشتی[6] و... تقسیم کرد. در سال ۱۹۸۶ میلادی روملهارت، هینتون و مک‌کللند یکی از رایج‌ترین روش‌های یادگیری ماشین به نام شبکه‌های عصبی پرسپترون چندلایه (MLP) را معرفی کردند (مارسلند[7]، ۲۰۱۵). این شبکه از یک لایه ورودی، یک لایه خروجی و حداقل یک لایه پنهان تشکیل می‌شود. در این شبکه هر لایه، به‌جز لایه خروجی، یک نورون انحراف به نام بایاس دارد که مقدار ورودی آن، یک در نظر گرفته می‌شود؛ از طرفی هر لایه به‌طور کامل به لایه بعدی متصل است. شبکهٔ عصبیMLP برای کاهش خطای شبکه با الگوریتم پس انتشار، نیازمند محاسبه گرادیان با روش مشتق زنجیره‌ای می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که در این نمونه از شبکهٔ عصبی به‌دلیل ماهیت آموزش آن، باید از توابع فعال‌ساز مشتق‌پذیر کلی استفاده کرد (جرون، ۲۰۲۲).

شبکهٔ عصبی ماژولار

ماژولار بودن در طبیعت مفهوم بسیار مهمی دارد. ماژولار به‌معنای تقسیم یک شیء پیچیده به اشیای ساده‌تر است که

1. Forward propagation
2. Backpropagation
3. Bias
4. Single-Layer Feedforward Network
5. Multiple-Layer Feedforward Network
6. Recurrent or Feedback Network
7. Marsland

این تقسیم‌بندی توسط ساختار یا عملکرد شی و بخش‌های فرعی آن مشخص می‌شود. ماژولار بودن در هرجایی مانند موجودات زنده یا حتی اشیای بی‌جان قابل مشاهده است. همانندسازی و تجزیه، دو مفهوم اصلی در ماژولار بودن هستند. این مفاهیم را می‌توان در اشیای عینی و همچنین در تفکر نیز مشاهده کرد و اغلب تمایز بین این دو، بسیار دشوار است. همانندسازی راهی برای استفادهٔ مجدد از دانش است. به عبارتی دیگر، با توسعه یک ماژول و اثبات مفید بودن آن، می‌توان آن را در تعداد بیشتری همانندسازی کرد. این اصل اغلب در موجودات زنده یافت می‌شود. برای نمونه، با مشاهده یک انسان می‌توان این موضوع را در مقیاس‌های مختلفی مشاهده کرد مانند دو پای مشابه، انگشتان، هزاران ماژول مو و میلیاردها سلول. در اشیا نیز می‌توان توسعه مدارهای مجتمع مبتنی بر تکرار واحدهای ساده برای ساخت یک ساختار پیچیده الکترونیکی را نام برد. حل یک مسئله پیچیده با تجزیه آن به کارهای ساده‌تر با مدیریت آسان‌تر و سپس جمع‌آوری مجدد راه‌حل از نتایج وظایف فرعی، نشانه رفتاری هوشمندانه است. ساخت نرم‌افزارهای بزرگ، ساخت ماشین یا حل یک معادله عموما با تجربه مسئله صورت می‌گیرد (اشمیت و بندر[1]، ۱۹۹۸).

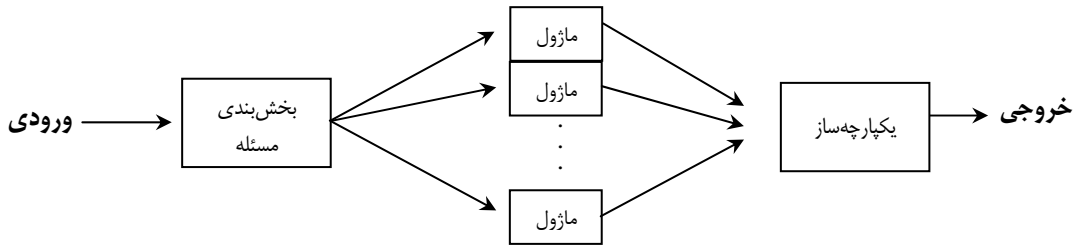
ساختارهای آناتومیک سیستم عصبی بر ویژگی ماژولار بودن مغز انسان در چندین سطح تأکید می‌کند. این اتصالات و ساختار ماژول‌ها و همچنین تعامل آن‌هاست که به رفتاری هوشمندانه منجر می‌شود (کلات[2]، ۲۰۱۵). یک کار شناختی می‌تواند شامل فرایندهای مختلفی باشد. اکثر وظایف شامل ترکیبی از پردازش سریالی و موازی است. برای نمونه انسان‌ها با اینکه توانایی انجام کارهای مختلف را به‌طور موازی دارند، برخی از این کارهای موازی ساده‌تر از بقیه هستند. اکثر مردم با راه رفتن و صحبت کردن به‌صورت موازی مشکلی ندارند؛ در حالی که گوش دادن به دو بلندگوی مختلف، به‌صورت هم‌زمان بسیار دشوار خواهد بود؛ به این معنا که وظایفی که می‌توانند در ماژول‌های مختلف پردازش شوند، امکان اجرای موازی آن‌ها فراهم می‌شود؛ در حالی که مدیریت هم‌زمان وظایفی که به واحد پردازش یکسانی نیاز دارند، دشوار است. در نمونه‌ای دیگر می‌توان به آسیب‌های مغزی اشاره کرد که در این موارد نواحی بدون آسیب همچنان به کار خود ادامه می‌دهند. این مشاهدات نشان می‌دهد که مغز دارای ساختاری بسیار ماژولار و موازی است (اشمیت و بندر، ۱۹۹۸).

شبکه‌های عصبی مصنوعی برای بیشتر مسائل، راه‌حل‌های مناسبی را ارائه می‌کنند؛ اما این مورد تا حد زیادی به پیچیدگی آن مسائل وابسته است. شبکه‌های عصبی مصنوعی به احتمال زیاد مسائل ساده را به راحتی و مطابق با نیازهای کاربر حل می‌کنند؛ اما این مورد در بسیاری از برنامه‌های زندگی واقعی صادق نیست و ممکن است به عملکرد بهتر شبکه نیاز باشد. بسیاری از اوقات داده‌ها بیش از حد بزرگ می‌شوند، در این حالت، مقدار زیادی از داده‌های آموزش برای آموزش به شبکهٔ عصبی مصنوعی وارد می‌شود و این نیاز به محاسبات را افزایش خواهد داد. این افزایش محاسبات ممکن است برای کاهش زمان یادگیری شبکه، تعداد دوره مورد نیاز برای یادگیری را کاهش دهد و این سبب می‌شود تا یک شبکه بهینه نشده به‌عنوان خروجی نهایی آموزش برگردانده شود. این یک محدودیت بزرگ در مجموعه داده‌های آموزشی بزرگ است و در چنین شرایطی کشف تمامی قوانین ممکن برای نگاشت ورودی‌ها به خروجی‌ها برای شبکهٔ

1. Schmidt & Bandar
2. Kalat

عصبی مصنوعی بسیار پر هزینه خواهد شد. از همین رو ساختارهای پیچیده‌تر برای شبکهٔ عصبی مصنوعی پیشنهاد می‌شود که یکی از آن‌ها شبکه‌های عصبی ماژولار است. این شبکه‌ها از بیش از یک شبکهٔ عصبی مصنوعی برای حل مسئله استفاده می‌کنند؛ در نتیجه این عملکرد جمعی شبکه‌های مختلف، محدودیت‌های غالب در استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی حذف خواهد شد (شوکلا، تیواری و کلا[1]، ۲۰۱۰).

شبکهٔ عصبی ماژولار از چندین شبکهٔ عصبی به نام ماژول شکل گرفته است که هر کدام از آن‌ها به‌صورت مستقل در یادگیری بخشی از مسئله سهیم‌اند. در پایان خروجی هر کدام از این شبکه‌های عصبی مستقل با یکدیگر یکپارچه شده تا خروجی نهایی برای مدل به‌دست آورده شود. مدل‌های ماژولار با تقسیم مسئله پیچیده به زیر بخش‌های ساده‌تر سبب یادگیری بهتر می‌شوند. افزون‌براین، با این مدل‌ها می‌توان چندین وظیفه مختلف را به‌صورت هم‌زمان پیش برد. در شبکهٔ عصبی ماژولار، پس از بخش‌بندی مسئله به واحدهای کوچک‌تر، هر ماژول در دامنه تعریف شده برای خودش به‌صورت مستقل آموزش داده می‌شود و این امکان وجود دارد که از شبکه‌های عصبی متفاوتی برای ماژول‌ها استفاده شود. در آخر برای دستیابی به شبکه ماژولار نهایی، یک سیستم تصمیم‌گیرنده یا یکپارچه‌ساز[2] با اجرای یک تابع اکثریت[3]، شبکهٔ عصبی دیگر یا یک سیستم خبره مبتنی بر قانون[4]، شبکهٔ عصبی یکپارچه نهایی را ایجاد می‌کند. این ساختار کلی برای شبکهٔ عصبی ماژولار را می‌توان در شکل ۲ مشاهده کرد.



شکل ۲. ساختار کلی شبکهٔ عصبی ماژولار

اولین گام اصلی در طراحی یک شبکهٔ عصبی ماژولار تقسیم مسئله به بخش‌های مختلف است. در گذشته بیان شد که پیچیدگی یکی از مشکلات عمده شبکهٔ عصبی مصنوعی است؛ بنابراین، ماژول‌ها یا شبکه‌های عصبی متعددی برای حل مشکل پیچیدگی لازم است. برای بخش‌بندی دو روش وجود دارد. در روش اول برای انواع ورودی‌ها، ماژول‌های مختلفی را در نظر می‌گیرند. با این روش هر ماژول پیچیدگی قابل قبولی خواهد داشت و از عهده حل مسئله برخواهد آمد. نمونه‌ای از این روش بخش‌بندی را می‌توان در طراحی شبکهٔ عصبی ماژولار برای تشخیص هویت افراد یافت. در این روش ورودی‌ها می‌تواند صدای افراد و تصویر چهرهٔ آن‌ها باشد که در این حالت برای هر نمونه از ورودی یعنی صدا

1. Shukla, Tiwari, Kala
2. Integrator
3. Majority function
4. Rule based expert system

یا تصویر، یک ماژول یا شبکهٔ عصبی مختص خودش طراحی خواهد شد. روش دوم بخش‌بندی مسئله این است که هیچ تقسیم وظیفه‌ای بین ماژول‌ها صورت نگیرد، بلکه هر کدام از آن‌ها به یک روش مسئله را حل خواهند کرد و سپس از نتایج ماژول‌های مختلف برای رسیدن به جواب بهینه استفاده خواهد شد (شوکلا و همکاران، ۲۰۱۰).

در شبکهٔ عصبی ماژولار، هر یک از ماژول‌ها یک شبکهٔ عصبی مصنوعی مستقل است که روش آموزش خاص و مستقل خود را طی می‌کند. حتی برای آزمایش یا اجرای شبکهٔ عصبی ماژولار نیز به هر یک از این شبکه‌ها مجموعه‌ای کاملا مستقل از ورودی‌ها داده خواهد شد و در آخر بر اساس الزامات مسئله و طراحی شبکهٔ عصبی ماژولار، از ساختارها یا مدل‌های مختلف شبکه‌های عصبی مصنوعی استفاده خواهد شد. سومین جزء از یک شبکهٔ عصبی ماژولار، یکپارچه‌ساز است. در این بخش بعد از دریافت خروجی ماژول‌های مختلف، براساس خروجی نهایی تصمیم‌گیری می‌شود. با این رویکرد، خروجی‌های مختلف برای رسیدن به یک خروجی واحد ترکیب می‌شوند. ترکیب خروجی ماژول‌ها به طراحی شبکهٔ عصبی ماژولار و نحوه بخش‌بندی مسئله وابسته است. اگر در مرحله بخش‌بندی مسئله به هر ماژول محدوده‌ای از ورودی‌ها تخصیص داده شود، تنها ماژول فراخوانی شده یک خروجی می‌دهد که این خروجی همان خروجی سیستم است؛ اما اگر با بخش‌بندی، ماژول‌های مختلف روی یک مسئله کار کنند، یکپارچه‌ساز با روش‌های مختلفی می‌تواند خروجی نهایی را محاسبه کند (شوکلا و همکاران، ۲۰۱۰). در ادامه به بررسی چند نمونه از انواع مختلف ساختار شبکه‌های عصبی ماژولار پرداخته خواهد شد.

اولین مدلی که به‌عنوان شبکه‌های عصبی ماژولار بررسی خواهد شد، رویکرد گروهی[1] آن است. در این رویکرد از چندین شبکهٔ عصبی مصنوعی برای حل یک مشکل استفاده می‌شود. در این حالت به هر شبکهٔ عصبی مصنوعی کل ورودی‌ها به‌صورت کامل داده می‌شود و هر شبکه بر پایه رویکرد خود مشکل مورد نظر را حل می‌کند. در پایان، همه شبکه‌های عصبی یا ماژول‌ها راه‌حلی را به یکپارچه‌ساز برمی‌گردانند تا خروجی نهایی محاسبه شود. این نمونه از ساختار ماژولار، بر پایه حل اضافی مشکل توسط انواع شبکه‌های عصبی مصنوعی یا ماژول‌هاست.

دومین رویکرد در طراحی مدل‌های شبکهٔ عصبی ماژولار، رویکرد ماژولار بودن در محاسبات[2] است. در این رویکرد برخلاف آنچه در رویکرد گروهی گفته شد، ماژول‌های مختلف برای حل یک مسئله با استفاده از روش خود ایجاد نمی‌شوند؛ بلکه هر ماژول وظیفه‌ای را به‌صورت مستقل انجام می‌دهد که در نهایت به حل کلی مسئله کمک می‌کند. به این ترتیب می‌توان یک مشکل بزرگ را به مجموعه‌ای از مسائل کوچک‌تر تبدیل کرد. یک شبکهٔ عصبی مصنوعی بزرگ، ممکن است نتواند مسائل بزرگ‌تری را حل کند؛ با این حال ممکن است برای حل مسائل کوچک‌تر مفید باشد. سپس راه حل‌های مختلف ممکن است با استفاده از سازوکارهای یکپارچه‌سازی یکپارچه شوند. بسیاری از برنامه‌های کاربردی زندگی واقعی که در سراسر جهان وجود دارد، مشکلاتی با پیچیدگی بسیار زیاد هستند و حل این نمونه از مسائل به نوعی ماژولار بودن نیاز دارد. انتظار حل کل مسئله با یک شبکهٔ عصبی مصنوعی بسیار بزرگ می‌تواند یک راه‌حل باشد؛ زیرا این شبکه قادر است که مسائل با درجه پیچیدگی به نسبت زیادی را مدل‌سازی و حل کند. با این حال یک

1. Ensemble
2. Modularity in Computation

شبکهٔ عصبی مصنوعی بزرگ، اتصالات متعددی دارد که به داده‌ها و محاسبات بالایی نیازمند است. علاوه‌براین، اغلب احتمال زیادی وجود دارد که شبکه با اندازه بزرگ، به‌صورت ضعیفی آموزش ببیند. مدیریت شبکه‌های کوچک‌تر بسیار ساده‌تر از مدیریت شبکه‌های بزرگ است. از این رو استفاده از شبکه‌های بسیار بزرگ برای حل یک مسئله می‌تواند آسان نباشد. در این قسمت بر ساختار ماژولار تأکید می‌شود. به عبارت دیگر، شبکه‌های عصبی مختلف با اندازه‌های کوچک‌تر، ممکن است بتوانند مستقل از یکدیگر کار کنند و بخشی از مسئله را حل کنند. این براساس طراحی شبکهٔ عصبی ماژولار است که تصمیم می‌گیرد که کدام شبکهٔ عصبی مصنوعی قرار است کدام بخش از مشکل را حل کند. از آنجا که شبکه‌های عصبی مصنوعی منفرد از نظر اندازه کوچک هستند، می‌توان آن‌ها را بر اساس وظیفه‌ای که انتظار می‌رود انجام دهند، به‌راحتی طراحی، آموزش و آزمایش کرد (شوکلا و همکاران، ۲۰۱۰).

سومین رویکردی که در طراحی شبکه‌های عصبی ماژولار بررسی خواهد شد، ماژولار بودن در فضای ورودی[1] است. در این روش کل فضای ورودی به ماژول‌ها تقسیم شده و به هر ماژول یک منطقه در کل فضای ورودی داده می‌شود. انتظار می‌رود که هر ماژول تنها ورودی‌هایی را که به منطقه آن می‌آیند، حل کند. به این ترتیب هر ماژول یا شبکهٔ عصبی مصنوعی دارای بخش اختصاصی از فضای ورودی است که با آن آموزش داده شده و مورد آزمون قرار می‌گیرد. در این حالت در حل مسئله به ورودی نگاه و مشخص می‌شود که کدام ماژول یا شبکهٔ عصبی مصنوعی قرار است مشکل را حل کند. این ماژول برای ورودی خاصی فراخوانی می‌شود که همه ماژول‌های دیگر برای آن ورودی خاموش یا غیرفعال هستند. این ماژول با استفاده از ابزارهای خود مشکل را حل می‌کند. در پایان، نتیجه نهایی به یکپارچه‌ساز اعلام می‌شود. از آنجا که برای هر ورودی یکپارچه‌ساز از یک ماژول پاسخ می‌گیرد، ممکن است به سادگی پاسخ ماژول به‌عنوان خروجی نهایی سیستم برگردانده شود یا اینکه از یک ماژول نهایی که با خروجی تمام ماژول‌های مرحله قبل آموزش دیده است، برای دریافت خروجی نهایی استفاده شود. تقسیم فضای ورودی ممکن است با استفاده از نقشه‌های خودسازمان‌دهی، الگوریتم‌های خوشه‌بندی، نظر محقق یا شبکه‌های عصبی دیگر در حالت نظارت شده یا بدون نظارت صورت بگیرد (شوکلا و همکاران، ۲۰۱۰).

پیشینهٔ تجربی

آلن تورینگ[2] در سال ۱۹۵۰ در مقالهٔ خود، پرسش عجیبی را با این عنوان مطرح کرد: «آیا ماشین فکر می‌کند؟». همین سؤال سرآغازی برای پژوهش‌های هوش مصنوعی شد. واژه یادگیری ماشین در سال ۱۹۵۹ توسط آرتور ساموئل[3] ابداع شد. ساموئل در تعریف خود از یادگیری ماشین، آن را حوزه‌ای از تحقیقات بیان می‌کرد که قابلیت یادگیری بدون برنامه‌ریزی را به کامپیوترها ارائه می‌کرد. در بحث کاربرد یادگیری ماشین برای ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله،

1. Modularity in Input Space
2. Alan Turing
3. Arthur Samuel

مالیاریس و سالچنبرگر[1] (۱۹۹۳) از نخستین افرادی بودند که به ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله با الگوریتم شبکهٔ عصبی پرداختند. آن‌ها به این نتیجه دست یافتند که ارزش‌گذاری اختیار معامله‌های در زیان با استفاده از الگوریتم شبکهٔ عصبی عملکرد بهتری نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون دارد. با وجود این، برای اختیار معامله‌های در سود نتیجه این گونه نبوده است.

هاتچینسون، لو و پوجیو[2] (۱۹۹۴) با استفاده از یادگیری ماشین، چند روش ناپارامتریک را برای تخمین قیمت اوراق مشتقه ارائه می‌دهند. آن‌ها بیان می‌کنند که این روش‌ها جایگزینی برای فرمول‌های قیمت‌گذاری سنتی مبتنی بر آربیتراژ نیستند؛ ولی زمانی که تغییرات قیمت دارایی پایه نامشخص است یا زمانی که شرایط بدون آربیتراژ نمی‌تواند وجود داشته باشد، این روش‌های مبتنی بر شبکه می‌توانند جایگزین‌های دقیق‌تر و کارآمدتری باشند. آمیلون[3] (۲۰۰۳) نیز در تحقیق خود عملکرد شبکهٔ عصبی و مدل بلک، شولز و مرتون را برای اختیار معامله‌های منتشر شده بر روی شاخص سهام سوئد مورد مقایسه قرار داد. در این پژوهش هر دو تخمین نوسان‌های ضمنی و تاریخی به‌عنوان ورودی نوسان برای مدل‌ها در نظر گرفته شد و شواهد عملکرد بهتر شبکهٔ عصبی ارائه شده با نوسان‌های ضمنی را نشان داد.

گرادویویچ و همکاران (۲۰۰۹) از یک مدل شبکهٔ عصبی ماژولار برای قیمت‌گذاری اختیار خریدهای اروپایی منتشر شده روی شاخص S&P500 استفاده کردند. آن‌ها دریافتند که ماژولار بودن سبب بهبود عملکرد مدل شبکهٔ عصبی پیش‌خور استاندارد نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون در قیمت‌گذاری اختیار معامله خواهد شد. در پژوهشی دیگر وانگ و همکاران (۲۰۱۲) بر روی اختیار معامله‌های شاخص بورس تایوان مطالعه کردند. آن‌ها در این مطالعه از شبکهٔ عصبی پس انتشار برای پیش‌بینی قیمت اختیار معامله تحت نوسان‌های مختلف مانند نوسان‌های تاریخی، نوسان‌های ضمنی، تابع نوسان قطعی، GARCH و GM-GARCH استفاده شد. آن‌ها در پایان به این نتیجه رسیدند که میزان در موقعیت پولی، نوع نوسان‌ها و تعداد نورون موجود در لایه پنهان، می‌تواند بر عملکرد پیش‌بینی شبکه تأثیرگذار باشد؛ از طرفی مدل‌های نوسان‌های ضمنی و قطعی بهترین عملکرد را در بین مدل‌ها دارند.

فدا[4] (۲۰۲۰) در پژوهشی دیگر تأثیر نوسان‌های پیش‌بینی شده با مدل GJR و نوسان‌های ضمنی را در کنار سایر ورودی‌های مشابه با مدل بلک، شولز و مرتون، به‌عنوان ورودی یک شبکهٔ عصبی مصنوعی مورد بررسی قرار داد. نتیجه این پژوهش نشان داد که شبکهٔ عصبی با ورودی نوسان‌های ضمنی به‌طور قابل توجهی بهتر از شبکهٔ عصبی با ورودی نوسان‌های GJR است. از طرفی دیگر یک شبکهٔ عصبی مصنوعی دوگانه با نوسان‌های ضمنی و نوسان‌های GJR به‌عنوان دو ورودی جداگانه، نسبت به شبکهٔ عصبی با ورودی نوسان‌های ضمنی عملکرد بهتری خواهد داشت. ایلتوزر (۲۰۲۲) نیز با مطالعه روی اختیار معامله‌های شاخص BIST30 به مقایسهٔ عملکرد شبکه‌های عصبی و مدل بلک، شولز و مرتون تحت نوسان‌های مختلف پرداخت. از آنجایی که نوسان‌ها، در قیمت‌گذاری اختیار معامله پارامتر کلیدی محسوب می‌شوند، او تأثیر هر یک از نوسان‌های ضمنی، نوسان‌های تاریخی، شاخص نوسان‌های ضمنی و GARCH را بر

1. Malliaris and Salchenberger
2. Hutchinson, Lo & Poggio
3. Amilon
4. Fadda

مدل‌های قیمت‌گذاری بررسی کرد. نتایج کلی این پژوهش نشان داد شبکه‌های عصبی دارای نوسان‌های ضمنی نسبت به سایر انواع نوسان‌ها در شبکهٔ عصبی یا مدل بلک،شولز و مرتون، عملکرد بهتری را ارائه می‌دهند.

در داخل ایران، پژوهش‌های محدودی در رابطه با اهمیت یادگیری ماشین و شبکهٔ عصبی در قیمت‌گذاری اختیار معامله‌ها وجود دارد و اغلب این پژوهش‌ها بر روی داده‌های غیرواقعی یا داده‌های خارجی انجام شده است. قندهاری (۱۳۹۱) در پژوهشی، چهار الگوی یادگیری ماشین شامل شبکهٔ عصبی، شبکهٔ عصبی فازی، شبکهٔ عصبی به همراه ماشین بردار پشتیبان و شبکهٔ عصبی فازی با الگوریتم آموزشی حرکت دسته ذرات و با استفاده از روش آنتروپی به جهت انتخاب بهترین ورودی‌ها را برای قیمت‌گذاری اختیار معامله در بازار اختیار معامله سیدنی استرالیا مورد بررسی قرار داد. نتایج پایانی این تحقیق نشان داد که الگوی شبکهٔ عصبی فازی با الگوریتم آموزشی حرکت دسته ذرات نسبت به سایر روش‌های پیشنهاد شده، سرعت بالاتر و تقریب قوی‌تری را در پیش‌بینی قیمت اختیار معامله دارا می‌باشد. کاشان پور (۱۳۹۲) در پژوهش خود یک مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله اروپایی تحت نوسانات و نرخ بهره تصادفی را ارائه می‌کند. مدل در نظر گرفته شده برای نوسان‌ها، مدل نوسان‌های تصادفی لوی و مدل در نظر گرفته شده برای نرخ بهره، مدل هال وایت بود. در این پژوهش نیز تنها یک مدل قیمت‌گذاری ارائه شده است و سنجشی بر روی داده‌های واقعی صورت نگرفته است.

در تحقیقی دیگر مهردوست و صابر (۱۳۹۲) با اضافه کردن جمله پرش به مدل تلاطم تصادفی هستون مضاعف، یک مدل جدید به نام مدل تلاطم تصادفی هستون مضاعف پرشی را ارائه کردند و با تغییراتی در این مدل جدید به یک فرمول برای قیمت‌گذاری اختیار معامله اروپایی دست یافتند. این مدل به‌دلیل داشتن جمله پرش در فرایند قیمت، می‌تواند در بازارهای مالی مورد استفاده قرار بگیرد، با این حال کیفیت عملکرد آن با داده‌های واقعی اثبات نشده است. کیمیاگری و همکاران (۱۳۹۶) در پژوهشی روی داده‌های اختیار معامله‌های شاخص S&P500، از سه مدل سری زمانی گارچ برای محاسبه نوسان‌ها به‌عنوان ورودی برای روش‌های مختلف قیمت‌گذاری اختیار معامله اروپایی استفاده کردند. آن‌ها نوسان‌های تصادفی را با سه مدل GARCH، EGARCH و GJR-GARCH محاسبه کردند و به‌عنوان ورودی مدل بلک، شولز و مرتون و مدل‌های شبکهٔ عصبی فازی و شبکهٔ عصبی مصنوعی در نظر گرفتند. نتیجه نهایی این پژوهش نشان داد که مدل‌های شبکهٔ عصبی مصنوعی و شبکهٔ عصبی فازی عملکرد بهتری نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون دارند.

جهانگیری (۱۳۹۷) در پژوهشی به بررسی تأثیر نرخ بهره بدون ریسک منفی در دقت پیش‌بینی نوسان‌های تصادفی و همچنین تأثیر آن بر قیمت‌گذاری اختیار معامله پرداخت. در این پژوهش، پویایی قیمت دارایی پایه را با عواملی مانند نوسان‌های تصادفی و نرخ بهره تصادفی مرتبط می‌داند. در پایان، با داده‌های غیرواقعی شاخص و اختیار معامله‌های فرض شده بر روی آن، یک مدل برای قیمت‌گذاری اختیار معامله ارائه می‌شود. سمیعی ماچیانی (۱۳۹۷) نیز در تحقیق خود با استفاده از مدل تلاطم تصادفی و مدل انتشار–پرش نمایی مضاعف، به قیمت‌گذاری اختیار معامله روی ارز پرداخته است. در این پژوهش نرخ سود بدون ریسک داخلی و خارجی از مدل CIR به‌دست آمده است. در این پژوهش، از هیچ داده

واقعی برای بررسی عملکرد مدل استفاده نشده است و تنها هدف از آن، ارائه یک راه‌حل عددی برای قیمت‌گذاری اختیار معامله خرید بوده است. در پژوهشی دیگر رمضانی (۱۳۹۸)، قیمت‌گذاری اختیار معامله را با استفاده از یکی از الگوریتم‌های الهام گرفته شده از طبیعت، یعنی الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات انجام داده است. او در این تحقیق با استفاده از داده‌های غیرواقعی به این نتیجه رسیده است که این الگوریتم نسبت به روش بلک، شولز و مرتون عملکرد مناسبی در قیمت‌گذاری اختیار معامله دارد.

ملک محمدی (۱۳۹۹) در پژوهشی در بازار بورس اوراق بهادار تهران، عملکرد مدل بلک، شولز و مرتون را در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله با مدل تلاطم تصادفی هستون و مدل دارای انتشار پرش مرتون مورد مقایسه قرار می‌دهد. این پژوهش، به این نتیجه دست می‌یابد که مدل بلک، شولز و مرتون به نسبت، عملکرد بهتری را نسبت به دو مدل دیگر دارد. مردم خواه (۱۴۰۱) نیز در تحقیقی به بررسی عملکرد مدل‌های غیرپارامتری مانند شبکه‌های عصبی، ماشین بردار پشتیبان، جنگل تصادفی، الگوریتم ماشین تقویت گرادیان سبک و الگوریتم تقویت گرادیان شدید برای قیمت‌گذاری اختیار معامله پرداخت. او تحقیق خود را روی داده‌های اختیار معامله سهام چند شرکت آمریکایی انجام داد و به این نتیجه دست یافت که الگوریتم‌های یادگیری ماشین با اختلاف شدیدی از روش‌های کلاسیک قیمت‌گذاری اختیار معامله، عملکرد بهتری خواهند داشت. سعدایی جهرمی (۱۴۰۱) در پژوهشی دیگر به ارزش‌گذاری اختیار معامله با استفاده از یادگیری ماشین در بازار بورس اوراق بهادار تهران پرداخته است. او در این پژوهش از الگوریتم‌های یادگیری ماشین مانند شبکهٔ عصبی، رگرسیون بردار پشتیبان و LightGBM برای پیش‌بینی قیمت اختیار معامله استفاده کرده است. این پژوهش در نهایت به این نتیجه دست یافت که خطای پیش‌بینی در روش‌های یادگیری ماشین نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون کمتر است و در این بین شبکهٔ عصبی کمترین میزان خطا را در پیش‌بینی قیمت اختیار معامله دارد.

با مرور پژوهش‌های صورت گرفته در داخل و خارج از کشور می‌توان به این نکته پی برد که در تحقیقات داخلی، مطالعات کمی بر روی موضوع مورد نظر صورت گرفته و کمتر مورد توجه بوده است. همچنین پژوهش‌های داخلی بیشتر بر روی داده‌های غیرواقعی صورت گرفته است. تنها پژوهشگرانی که تا به امروز در داخل کشور برای مقایسه مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله از داده‌های واقعی استفاده کرده‌اند، ملک محمدی (۱۳۹۹) و سعدایی جهرمی (۱۴۰۱) هستند که در پژوهش حاضر سعی می‌شود جنبه‌های دیگر این مطالعات و جنبه‌های دیگر استفاده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین در زمینه ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در ایران مانند شبکه‌های عصبی ماژولار و بررسی تأثیر وجود نوسان‌های تاریخی و نوسان‌های ضمنی به‌عنوان ورودی‌های مجزا به شبکه‌های عصبی پوشش داده شود و دانش این حوزه برای استفاده‌های کاربردی در بورس اوراق بهادار تهران گسترش یابد.

روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش از منظر هدف و ماهیت و روش تحقیق به‌ترتیب در طبقه پژوهش‌های کاربردی و توصیفی قرار گرفته است. از نظر ماهیت داده، کنترل متغیرها و بعد زمانی نیز می‌توان آن را به‌ترتیب جزء پژوهش‌های کمی، غیرآزمایشی و

گذشته‌نگر دانست. مراحل اجرایی پژوهش شامل مطالعات کتابخانه‌ای، جمع آوری داده‌ها، آموزش مدل‌های شبکهٔ عصبی ماژولار و شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه و در نهایت آزمون و محاسبه دقت هر مدل برای مقایسه با مدل بلک، شولز و مرتون است.

برای محاسبهٔ خطای پیش‌بینی مدل در مدل بلک، شولز و مرتون، ابتدا با استفاده از فرمول قیمت‌گذاری آن، قیمت تئوریک اوراق اختیار معامله به‌دست می‌آید و سپس قیمت‌های تئوریک به‌دست آمده از رابطه بلک، شولز و مرتون با قیمت‌های بازاری آن‌ها مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در مدل‌های شبکهٔ عصبی نیز ابتدا قیمت اوراق اختیار معامله با استفاده از پایتون و الگوریتم‌های یادگیری ماشین آن پیش‌بینی می‌شود و در نهایت قیمت پیش‌بینی شده توسط مدل‌ها و قیمت بازاری همان اختیار معامله مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در این پژوهش برای ارزیابی و مقایسه مدل‌ها در کمترین خطای پیش‌بینی و بیش‌ترین دقت، از معیار آماری جذر میانگین مربعات درصدی خطا استفاده می‌شود. در ادامه به تفصیل به چگونگی انجام این محاسبات پرداخته شده است.

برای انجام این پژوهش لازم است تا در ابتدا پارامترهای مورد نیاز برای استفاده در مدل بلک، شولز و مرتون و مدل شبکهٔ عصبی ماژولار و مدل شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه به‌دست آورده شوند. برای همین منظور روش کار در این سه مدل به‌صورت جداگانه مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

مدل بلک، شولز و مرتون

این مدل پنج پارامتر ورودی دارد: قیمت حال حاضر سهام، قیمت اعمال، تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید، نرخ سود بدون ریسک و نوسان دارایی پایه. از بین این پارامترها، سه مورد اول به‌راحتی قابل دسترس است. با توجه به ضمانت وزارت امور اقتصاد و دارایی و تعهد خزانه‌داری کل کشور مبنی بر پرداخت مبلغ اسمی اسناد خزانه اسلامی برای محاسبه نرخ سود بدون ریسک از این اوراق استفاده شده است. علاوه‌براین دولت برای این اوراق اولویتی هم‌ردیف با حقوق و مزایای کارکنان خود داده است و به‌عنوان بدهی ممتاز دولت در نظر گرفته می‌شود. به همین جهت برای استخراج سری زمانی نرخ سود بدون ریسک، داده‌های قیمت روزانه اسناد خزانه اسلامی (اخزا) در رابطه زیر قرار می‌گیرد تا نرخ سود سالانه آن‌ها محاسبه شود.

$$r_t = \left(\frac{1000000}{P}\right)^{\frac{365}{t}} - 1$$ رابطهٔ ۹)

در این رابطه، r_t نرخ بازده تا سررسید (گسسته)، t تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید و P قیمت پایانی اسناد خزانه اسلامی است. در بازار فرابورس ایران، در هر روز چند اوراق اسناد خزانه اسلامی با سررسیدهای متفاوت مورد معامله قرار می‌گیرد، به همین دلیل برای یافتن یک نرخ سود بدون ریسک سالانه معیار برای هر روز معاملاتی، پس از حذف داده‌های پرت از میانگین نرخ بازدهی تمام اسناد خزانه اسلامی در هر روز استفاده می‌شود (پیمانی و هوشنگی، ۱۳۹۶). دیگر پارامتر ورودی مورد نیاز برای مدل بلک، شولز و مرتون، نوسان دارایی پایه است. در این پژوهش از دو نمونه نوسان، شامل نوسان‌های تاریخی و نوسان‌های ضمنی استفاده می‌شود.

نوسان‌های تاریخی: برای محاسبه نوسان‌های تاریخی، ابتدا با استفاده از داده‌های قیمت روزانه دارایی پایه، بازدهی لگاریتمی روزانه آن مطابق با رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$u_i = ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$ رابطهٔ ۱۰)

در مورد تعداد روزهای انتخابی برای محاسبه نوسان، قانون یکسانی وجود ندارد، اما در بیشتر پژوهش‌ها داده‌های قیمت ۲۰ تا ۱۸۰ روز گذشته به‌عنوان مبنای محاسبه نوسان قرار داده می‌شود و در این پژوهش نیز از داده‌های قیمت ۹۰ روز گذشته برای محاسبه نوسان در هر روز استفاده شده است. برای محاسبه نوسان‌های n روزه، ابتدا مطابق رابطه زیر، انحراف معیار روزانه با بازدهی‌های روزانه n روز گذشته محاسبه شده و سپس به انحراف معیار سالانه تبدیل می‌شود.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2}$$ رابطهٔ ۱۱)

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}}$$ رابطهٔ ۱۲)

در رابطه بالا، τ طول دوره زمانی در سال است که در این پژوهش $\tau = \frac{1}{240}$ مبنای محاسبات بوده است.

نوسان‌های ضمنی: در این روش، در هر روز برای اختیار معامله بی تفاوت بر روی هر دارایی پایه، معادله بلک، شولز و مرتون را برابر با قیمت بازاری آن قرار داده و عدد به‌دست آمده برای نوسان ضمنی، به‌عنوان نوسان همان روز دارایی پایه برای قیمت‌گذاری سایر اختیار معامله‌های آن قرار داده خواهد شد. در جست‌وجوی اختیار معامله بی‌تفاوت، اگر قیمت اعمالی برابر با قیمت بازاری دارایی پایه وجود نداشت، نزدیک‌ترین قیمت اعمال به قیمت بازار مبنای تخمین نوسان ضمنی است.

یکی از مؤثرترین و معروف‌ترین الگوریتم‌های محاسبه نوسان‌های ضمنی، روش نیوتن ـ رافسون[1] است. نیوتن ـ رافسون، یک روش عددی و تقریبی برای حل معادلات است. به‌دلیل ماهیت تکراری این روش، کاربرد آن در یافتن ریشه صفر معادلات به‌وسیله رایانه‌ها بسیار ساده است و همین سبب علاقه‌مندی بسیاری از محققان به این روش بوده است. در این روش در پی یافتن جواب تقریبی برای $f(\sigma) = 0$ می‌باشیم که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(\sigma) = BSM(\sigma) - C_{\text{بازار}}$$ رابطهٔ ۱۳)

حل این معادله به روش نیوتن ـ رافسون با یک مقدار اولیه برای انحراف معیار شروع می‌شود و در ادامه اگر شرط $f'(\sigma) \neq 0$ برقرار باشد، رابطه زیر تا رسیدن به تقریب بهینه مورد نظر تکرار خواهد شد (وو، ۲۰۱۹):

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n - \frac{f(\sigma_n)}{f'(\sigma_n)}$$ رابطهٔ ۱۴)

برای توقف محاسبات در این روش، می‌توان از تعداد تکرار مشخص یا تعداد رقم اعشار تقریب به‌دست آمده و یا ترکیبی از هر دو استفاده کرد؛ در این پژوهش نیز از ترکیبی از هر دو روش توقف استفاده شده است.

1. Newton-Raphson Method

با در اختیار داشتن تمام ورودی‌های لازم برای مدل بلک، شولز و مرتون، قیمت تئوریک اختیار معامله با این مدل محاسبه می‌شود و با مقایسه آن با قیمت بازاری اختیار معامله، میزان خطای مدل بلک، شولز و مرتون به‌دست می‌آید. برای برآورد میزان خطای مدل بلک، شولز و مرتون و مقایسه عملکرد مدل‌ها با یکدیگر، از سه معیار آماری به نام‌های میانگین مربعات درصدی خطا (MSPE)[1]، جذر میانگین مربعات درصدی خطا (RMSPE)[2] و میانگین قدرمطلق درصد خطا (MAPE)[3] استفاده شده است. این معیارها، ابزار آماری برای سنجش دقت پیش‌بینی انجام شده توسط مدل هستند. این معیارها با مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر واقعی با یکدیگر، میزان خطای دو مجموعه داده را مورد ارزیابی قرار می‌دهد؛ از آنجا که در این معیارها اثر مقادیر مثبت و منفی نمی‌توانند یکدیگر را خنثی کنند و از طرفی در معیارهای MSPE و RMSPE جریمه بیشتری برای خطاهای بزرگ در نظر گرفته می‌شود، می‌توان بیان کرد که این معیارها روش خوبی برای مقایسه مدل‌های پیش‌بینی کننده هستند (آذر و کریمی، ۱۳۸۸). در استفاده از این ابزارها، هر چه میزان معیار خطا کمتر باشد، می‌توان بیان کرد که پیش‌بینی مدل بهتر بوده است. این معیارها را به‌صورت زیر می‌توان محاسبه کرد:

رابطهٔ ۱۵)
$$MSPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{C_i^{Predicted\ price} - C_i^{Market\ price}}{C_i^{Market\ price}}\right)^2$$

رابطهٔ ۱۶)
$$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{C_i^{Predicted\ price} - C_i^{Market\ price}}{C_i^{Market\ price}}\right)^2}$$

رابطهٔ ۱۷)
$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{C_i^{Predicted\ price} - C_i^{Market\ price}}{C_i^{Market\ price}}\right|$$

در این رابطه‌ها $C_i^{Market\ price}$ قیمت بازار مشاهده iام، $C_i^{Predicted\ price}$ قیمت به‌دست آمده توسط هر مدل برای مشاهده iام و n تعداد کل مشاهدات می‌باشد (زیادی، صلواتی و هروی، ۱۴۰۲).

مدل شبکهٔ عصبی ماژولار (MNN)

در شکل ۳ ساختار کلی شبکهٔ عصبی ماژولار تخمینی در این پژوهش به نمایش گذاشته شده است. بر مبنای پژوهش گرادویویچ و همکاران (۲۰۰۹)، داده‌های ورودی به این شبکه شامل تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید (T) و موقعیت پولی ($\frac{S_t}{K}$) است. خروجی شبکه نیز به‌صورت نسبت قیمت حال حاضر اختیار معامله به قیمت اعمال ($\frac{C_t}{K}$) تعریف می‌شود. برای تعریف هر زیرمجموعه یا ماژول در ساختار شبکهٔ عصبی ماژولار، دو ورودی تعریف شده به‌صورت زیر دسته‌بندی خواهند شد:

1. Mean Square Percentage Error
2. Root Mean Square Percentage Error
3. Mean Absolute Percentage Error

- موقعیت پولی:

۱. در سود (ITM)[1]، زمانی که در اختیار خرید $\frac{S_t}{K} >$ ۱/۰۵ باشد.

۲. بی‌تفاوت (ATM)[2]، زمانی که در اختیار خرید ۱/۰۵ $> \frac{S_t}{K} >$ ۰/۹۵ باشد.

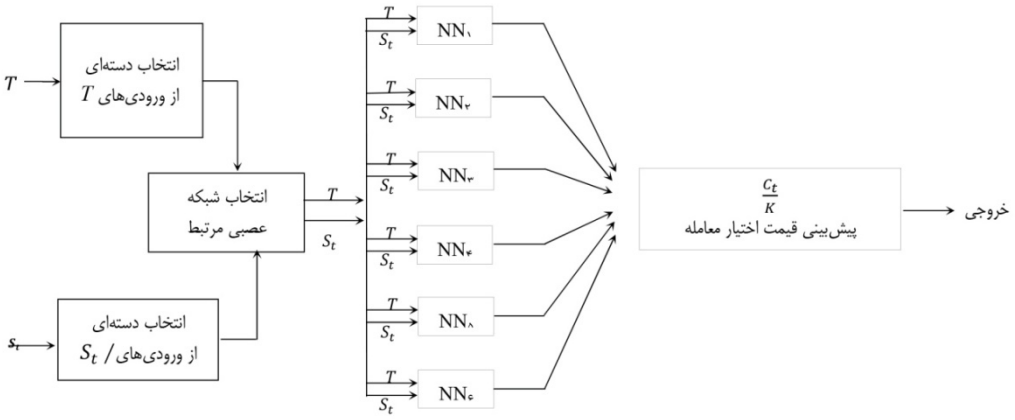
۳. در زیان (OTM)[3]، زمانی که در اختیار خرید $\frac{S_t}{K} <$ ۰/۹۵ باشد.

- تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید:

۱. کوتاه مدت (ST)[4]، تعداد روز باقی‌مانده تا سررسید کمتر یا برابر ۶۰ روز باشد.

۲. بلند مدت (LT)[5]، تعداد روز باقی‌مانده تا سررسید بیشتر از ۶۰ روز باشد.

پس از گروه‌بندی داده‌ها، ابتدا در هر گروه چندین مرتبه داده‌ها به هم ریخته شده و سپس دو زیرمجموعه مجزای درون نمونه‌ای و خارج از نمونه‌ای از بین آن‌ها مشخص شده است که در اصطلاحات یادگیری ماشین، به‌ترتیب به نام‌های مجموعه آموزش و مجموعه آزمون شناخته می‌شوند. در این تقسیم‌بندی، ۸۰ درصد داده‌ها درمجموعه آموزش و ۲۰ درصد باقی مانده در مجموعه آزمون برای بررسی نهایی مدل قرار گرفته می‌شوند. همچنین در طی فرایند آموزش مدل، از ۲۰ درصد داده‌های آموزش به‌عنوان داده‌های اعتبارسنجی برای ارزیابی مدل قبل از آزمون بر روی داده‌های دیده نشده استفاده می‌شود. اکنون با توجه به‌دسته‌بندی فوق، شش ماژول برای شبکهٔ عصبی ماژولار در نظر گرفته و برای یادگیری هر ماژول، به‌صورت مستقل از الگوریتم شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه (MLP) استفاده شده است. در پایان برای آموزش شبکهٔ عصبی ماژولار، خروجی هر شبکه مستقل به‌عنوان تنها ورودی یک شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه در نظر گرفته شد تا به یک شبکهٔ عصبی نهایی برای محاسبه قیمت اختیار معامله دست یافته شود.



شکل ۳. ساختار شبکهٔ عصبی ماژولار

1. In-the-Money (ITM)
2. At-the-Money (ATM)
3. Out-of-the-Money (OTM)
4. Short Term (ST)
5. Long Term (LT)

در ادامه پس از دستیابی به این شبکه، برای بررسی تأثیر ورودی‌های شبکه ارائه شده در پژوهش گرادویویچ و همکاران (۲۰۰۹)، یک شبکهٔ عصبی ماژولار دیگر بر پایه ورودی‌های مجزا ارائه خواهد شد. به این ترتیب ورودی این شبکه شامل تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید، قیمت اعمال و قیمت حال حاضر دارایی پایه و خروجی آن شامل قیمت حال حاضر اختیارمعامله خواهد بود.

برای آموزش هر شبکه نیاز است که در هر دسته ابتدا بر روی داده‌های ورودی آموزش، نرمال‌سازی صورت گرفته و سپس از نتایج حاصل از آن برای نرمال‌سازی داده‌های ورودی آزمون استفاده شده است. در ادامه برای آموزش شبکهٔ عصبی باید هایپرپارامترهای شبکه تنظیم شوند. هایپرپارامترها برخلاف پارامترها در طول آموزش مدل یاد گرفته نمی‌شوند؛ بلکه قبل از فرایند آموزش باید آن‌ها را مشخص کرد. تعیین بهترین ترکیب برای هایپرپارامترهای مختلف در یک الگوریتم ممکن نیست؛ ولی می‌توان با آزمون و خطا تا حد زیادی به مقادیر بهینه آن‌ها دست یافت.

هایپرپارامترهای موجود در این پژوهش شامل تعداد لایه پنهان، تعداد نورون هر لایه، دوره[1]، اندازه بسته[2]، تابع فعال‌سازی، تابع زیان، بهینه‌ساز، نرخ یادگیری، تنظیم‌کننده[3] و حذف تصادفی[4] است. دوره، یک دور حرکت رفت و برگشت در شبکه برای به‌روزرسانی وزن‌ها می‌باشد. اندازه بسته، تعداد داده‌های آموزش برای هر دور آموزش شبکه را نشان می‌دهد. برای نمونه اگر مقدار این هایپرپارامتر n باشد، به این معناست که مجموعه داده آموزش به نمونه‌هایی nتایی تقسیم خواهد شد و در یک دوره از آموزش برای تخمین گرادیان خطا قبل از به‌روزرسانی وزن‌ها استفاده خواهد شد. هایپرپارامتر بعدی، تابع فعال‌سازی است؛ برای انتخاب آن هیچ قانون ثابتی وجود نداشته و تنها به ویژگی‌های مسئله بستگی خواهد داشت. با توجه به نوع پژوهش حال حاضر، شناخته شده بودن و غیرمنفی بودن تابع فعال‌ساز relu که آن را برای مبحث ارزش‌گذاری مناسب می‌کند، در این پژوهش نیز از این تابع استفاده شده است. هایپرپارامتر بعدی تابع زیان است. این تابع، معیاری برای سنجش عملکرد یک شبکهٔ عصبی می‌باشد. این تابع میزان خطای شبکه برای داده‌های آموزش را نشان می‌دهد تا با کمک آن، شبکه یاد بگیرد که چه مقدار وزن‌ها و انحراف‌ها را باید به‌روزرسانی کند. در این پژوهش از تابع زیان میانگین مربعات درصدی خطا استفاده شده است. بهینه‌ساز، دیگر هایپرپارامتری است که با به‌روزرسانی وزن پارامترها در پی حداقل کردن تابع زیان است. در این پژوهش از یکی از معروف‌ترین بهینه‌سازها یعنی بهینه‌ساز adam می‌شود.

نرخ یادگیری نیز هایپرپارامتری است که اندازه گام پارامتر گرادیان کاهشی را مشخص می‌کند. میزان تأثیر این نرخ را می‌توان از مقدار انتخابی برای آن بررسی کرد. مقادیر بزرگ‌تر با توجه به تغییرات بزرگ‌تری که در هر به‌روزرسانی در وزن‌ها ایجاد می‌کنند، به تغییرات سریع و تعداد دوره‌های آموزشی کمتر منجر خواهد شد؛ ولی مقادیر خیلی بزرگ نیز می‌تواند سبب هم‌گرایی سریع شبکه به یک راه‌حل غیربهینه شود. از طرفی دیگر، مقادیر کوچک‌تر به تعداد دوره‌های آموزشی بیشتری نیاز خواهند داشت و مقادیر بسیار کوچک نیز باعث گیر کردن فرایند خواهد شد. در این پژوهش برای

1. Epoch
2. Batch size
3. Regularizer
4. Dropout

این پارامتر ابتدا مقدار ۰/۰۰۱ در نظر گرفته شده است و پس از تنظیم سایر هایپرپارامترها در صورت نیاز مورد تغییر واقع شده است.

هایپرپارامترهای Regularizer و Dropout از جمله هایپرپارامترهایی هستند که برای جلوگیری از بیش‌برازش مدل مورد استفاده قرار می‌گیرند. در فرایند تنظیم‌کردن مدل، برای کاهش شباهت مدل به داده‌های آموزش، یک جمله خطا به تابع زیان مدل اضافه خواهد کرد. فرایند حذف تصادفی نیز که با نام Dropout شناخته می‌شود، به این معناست که در طی فرایند آموزش، به‌صورت تصادفی از تعدادی از نورون‌ها صرف نظر می‌شود. صرف نظر کردن از نورون‌ها یعنی در مسیر رفت یا برگشت، آن نورون‌های خاص در نظر گرفته نمی‌شوند. این هایپرپارامتر به‌صورت یک عدد اعشاری بین صفر تا یک تعریف می‌شود و در بین لایه‌های پنهان قرار خواهد گرفت. در این پژوهش ابتدا سایر هایپرپارامترها مشخص شده و سپس هنگام آموزش مدل نهایی با هایپرپارامترهای مناسب، در صورت مشاهده بیش برازش از این دو هایپرپارامتر برای رفع بیش برازش استفاده خواهد شد.

اکنون با مشخص شدن بعضی از هایپرپارامترها نیاز است تا سایر آن‌ها نیز با آزمون و خطا مشخص شوند. در این پژوهش پس چندین مرتبه آزمون ابتدایی بر روی هایپرپارامترهای گوناگون، شبکه از هایپرپارامترها تعریف شدند. سپس با انتخاب تصادفی زیرمجموعه‌ای از حالات ممکن از این شبکه، با استفاده از روش اعتبار سنجی متقاطع هر حالت را سه دفعه با مجموعه داده‌های مختلف آموزش داده و میانگین خطای به‌دست آمده با معیار میانگین مربعات درصدی خطا، به‌عنوان خطای مرتبط با آن زیرمجموعه از هایپرپارامترها قرار داده شده است. در پایان از میان نمونه‌های انتخاب شده از این مجموعه هایپرپارامترها، ترکیبی از هایپرپارامترها که کمترین میزان خطا را داشته است انتخاب می‌شود.

در ادامه با داشتن ترکیب مناسب برای هایپرپارامترهای هر ماژول در شبکهٔ عصبی ماژولار، باید ابتدا هر ماژول را آموزش داد. در طی آموزش شبکهٔ عصبی تمام وزن‌های شبکه تنظیم خواهند شد. این تنظیم یا بهینه‌سازی وزن‌ها به کمک یک رویکرد تکرارشونده حرکت رو به جلو و بازگشت به عقب صورت خواهد گرفت. این تکرار، مبنای یادگیری در تمام شبکه‌های عصبی می‌باشد و به این صورت انجام می‌گیرد که داده‌های یک مجموعه داده به الگوریتم وارد می شود و الگوریتم با آزمون و خطا بر روی وزن‌ها و انحراف‌ها و کم و زیاد کردن آن‌ها، تفاوت‌ها را در داده‌های آموزش تشخیص می‌دهد و سعی در بهینه کردن شبکه دارد.

در این پژوهش برای بهینه کردن وزن‌ها از یکی از شناخته‌شده‌ترین و پرکاربردترین روش‌ها برای تکرار در شبکه‌های عصبی یعنی روش backpropagation استفاده شده است. مطابق با این روش، در هر تکرار دو مرحله شامل حرکت رو به جلو[1] و حرکت رو به عقب[2] وجود دارد. ابتدا در حرکت رو به جلو، ورودی‌ها در وزن‌ها ضرب می‌شود و پس از جمع آن‌ها با انحراف و عبور نتیجه به‌دست آمده از یک تابع فعال‌سازی به یک خروجی خواهد رسید. در این مرحله تابع زیان با مقایسه خروجی به‌دست آمده با خروجی واقعی، مقدار خطای حرکت رو به جلو را مشخص می‌کند. اکنون با دریافت مقدار خطای مدل در همان تکرار، طی یک حرکت رو به عقب سعی می‌شود با تغییر وزن‌ها و انحراف‌ها،

1. Feed forward
2. Feed back

نزدیک‌ترین نتیجه به خروجی واقعی به‌دست بیاید. این فرایند چندین مرتبه تکرار می‌شود تا خروجی شبکه برای همهٔ داده‌های آموزش به نزدیک‌ترین خروجی واقعی خود دست یابد و به این ترتیب فرایند یادگیری در شبکه تکمیل می‌شود.

هدف از آموزش شبکه این است که خطاها را تا جایی که شبکه درگیر بیش‌برازش نشود، کاهش داد؛ این عبارت بیانگر بهینه کردن تابع زیان است. برای این بهینه‌سازی از روش گرادیان کاهشی استفاده شده است. هدف روش گرادیان کاهشی یافتن گرادیان تابع زیان است. در این روش مقدار خطا از نقطه فعلی گام‌به‌گام به اندازه مشتق تابع زیان در خلاف جهت شیب حرکت می‌کند و این فرایند آنقدر تکرار می‌شود تا به کم‌ترین مقدار برای خطا دست یافته شود.

اکنون با آموزش هر ماژول، داده‌ها را به هر ماژول وارد می‌کنیم تا خروجی مرتبط با آن‌ها به‌دست بیاید. در گام بعدی خروجی این داده‌ها در همان ترکیب ابتدایی آموزش و آزمون در همه ماژول‌ها یک‌جا می‌شود و به‌عنوان ورودی یک شبکهٔ عصبی نهایی تعریف خواهد شد. بدین ترتیب ورودی شبکهٔ عصبی نهایی همان خروجی ماژول‌ها بوده است و خروجی شبکهٔ عصبی نهایی نیز همان خروجی مورد نظر شبکه است. برای آموزش این شبکه نیز همان مراحل قبل تکرار خواهد شد.

مدل شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته (EMNN)

برای درک بیشتر ویژگی‌های قیمت‌گذاری با مدل شبکهٔ عصبی ماژولار و مقایسه نوسان‌های مختلف ورودی به آن، مدل ارائه شده در بخش قبل گسترش داده شد. برای این منظور، در کنار ورودی‌های بیان شده در بخش قبل، نرخ سود بدون ریسک و نوسان‌ها نیز به مدل افزوده شد. به این صورت که یک مدلMNN با نوسان‌های تاریخی و مدل دیگری با نوسان‌های ضمنی آموزش داده شدند.

مدل شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه

در پایان برای مدل‌های شبکهٔ عصبی ماژولار با داده‌های مجزا و شبکه‌های عصبی ماژولار توسعه‌یافته، با همان داده‌های آموزش قبلی بدون در نظر گرفتن موقعیت پولی و دوره زمانی اوراق اختیار معامله به آموزش شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه پرداخته شد تا عملکرد شبکه‌های عصبی ماژولار در مقابل با شبکه‌های عصبی پرسپترون چندلایه که هیچگونه دسته‌بندی در داده‌های آموزش آن وجود ندارد مورد مقایسه قرار گیرد.

داده‌های مورد مطالعه

اولین گام در انجام این پژوهش گردآوری داده‌های روزانه اختیارمعامله است. به همین منظور با توجه به رشد معاملات اوراق اختیارمعامله در بورس اوراق بهادار تهران از ابتدای سال ۱۳۹۷، در این پژوهش نیز از اختیارمعامله خرید سهم‌هایی که از ابتدای سال ۱۳۹۷ تا پایان سال ۱۴۰۱ در بورس اوراق بهادار تهران مورد معامله قرار گرفته‌اند استفاده شد. پس از دریافت این داده‌ها برای افزایش قابلیت اتکا به آن‌ها نیاز است تا چند نمونه فیلتر بر روی آن‌ها صورت بگیرد تا داده‌های پرت حذف شود. به همین منظور، در ابتدا از بین تمام اختیار معامله‌های موجود در بازار بورس اوراق بهادار تهران، آن‌هایی را که در هر سه ماه حداقل یک بار مورد معامله قرار گرفته بودند، غربال شد. پس از استخراج این داده‌ها، نیاز بود تا

داده‌هایی را انتخاب کرد که از عمق معاملاتی لازم برخوردار باشند؛ برای این فیلتر چهار شرط به‌صورت هم‌زمان برقرار شد. در مرحله اول، اختیار معامله‌هایی انتخاب شدند که تعداد روزهای دوره معاملاتی آن‌ها حداقل برابر با ۵۰ روز باشد. در مرحله دوم، نسبت تعداد روزهایی که نماد مورد معامله قرار گرفته به تعداد روزهای کل دوره معاملاتی آن، به گونه ای بررسی شد که حداقل برابر با ۰/۶ باشد. در مرحله سوم، اختیار معامله‌هایی که ۵ روز تا سررسید آن‌ها باقی مانده و در مرحله آخر، اختیار معامله‌هایی که قیمت کمتر از ۱۰ ریال را دارند، حذف شدند. نتیجهٔ به‌دست آمده بعد از اعمال این فیلتر ۷۹۱۷ داده روزانه می‌باشد که البته در این میان برای بعضی از سهم‌ها به‌دلیل تعداد داده قیمتی کم، امکان محاسبه نوسان‌های ۹۰ روزه وجود نداشت؛ به همین جهت تعداد داده نهایی ۷۸۵۱ داده روزانه که شامل ۱۷ نماد و ۱۰۵ ورقه اختیار معامله است که به تفکیک موقعیت پولی و دوره زمانی در جدول ۱ گزارش شده است.

جدول ۱. تفکیک اطلاعات داده‌ها

دوره زمانی	موقعیت پولی	تعداد داده روزانه	تعداد نماد	تعداد تاریخ سررسید	تعداد قیمت اعمال
کوتاه مدت	ATM	۷۰۸	۱۴	۴۱	۳۰
	ITM	۱۶۸۰	۱۶	۴۳	۳۴
	OTM	۱۰۰۶	۱۴	۳۸	۳۱
	All ST	۳۳۹۴	۱۷	۴۸	۴۶
بلند مدت	ATM	۹۴۱	۱۵	۴۳	۳۹
	ITM	۲۰۱۹	۱۵	۴۲	۴۰
	OTM	۱۴۹۷	۱۵	۴۱	۳۹
	All LT	۴۴۵۷	۱۷	۴۸	۵۲
کل دوره	ATM	۱۶۴۹	۱۶	۴۷	۴۲
	ITM	۳۶۹۹	۱۶	۴۵	۴۴
	OTM	۲۵۰۳	۱۶	۴۵	۴۱
	All	**۷۸۵۱**	**۱۷**	**٤٨**	**۵۳**

یافته‌های پژوهش

در جدول ۲ آمار توصیفی داده‌های مورد استفاده در این پژوهش شامل قیمت دارایی پایه، زمان باقی مانده تا سررسید، نرخ سود بدون ریسک، قیمت اعمال و قیمت بازاری اختیار معامله به نمایش گذاشته شده است. مطابق با اطلاعات موجود در این جدول، قیمت دارایی پایه این اوراق در بیشترین مقدار خود برابر با ۱۴۷۷۷۰ ریال و در کمترین مقدار خود برابر با ۳۹۸ ریال بوده است. قیمت اعمال دارایی پایه به‌صورت میانگین ۶۲۸۴ ریال است که در بیشترین مقدار خود، قیمت ۸۰۰۰۰ ریال را نیز داشته است. میانگین قیمت بازار اختیار معامله در کل داده‌ها برابر با ۱۲۱۴ ریال است که در کمترین مقدار خود، ۱۰ ریال و در بیشترین مقدار خود، ۶۶۴۵۴ ریال را تجربه کرده است. میانگین نرخ سود بدون ریسک که از نرخ بازده تا سررسید اسناد خزانه اسلامی دریافت شده است برابر با ۲۲ درصد است. متوسط انحراف معیار سالانه بازدهی تمام دارایی‌های پایه نیز ۴۸ درصد بوده است و در آخر، کمترین و بیشترین مدت زمان باقی مانده تا سررسید در

میان این اوراق به‌ترتیب برابر با ۶ و ۲۸۸ روز است و از طرفی دیگر میانگین آن در اختیار معامله‌های مورد مطالعه، ۷۵ روز بوده است.

جدول ۲. آمار توصیفی داده‌های مورد استفاده

پارامترها	میانگین	انحراف معیار	کمینه	چارک اول	میانه	چارک سوم	بیشینه
قیمت دارایی پایه(S) (ریال)	۶۵۰۱	۱۱۹۹۲	۳۹۸	۱۹۶۰	۲۵۷۰	۷۰۹۰	۱۴۷۷۷۰
زمان باقی مانده تا سررسید (T) (سال)	۰/۲۰۴۳	۰/۱۲۳۳	۰/۰۱۶۴	۰/۱۰۶۸	۰/۱۹۱۸	۰/۲۸۴۹	۰/۷۸۹۰
نرخ سود بدون ریسک	۰/۲۲۰۱	۰/۰۲۴۷	۰/۱۴۴۶	۰/۱۹۸۷	۰/۲۲۲۳	۰/۲۳۱۰	۰/۲۸۲۱
انحراف معیار سالانه بازدهی	۰/۴۸	۰/۱۷	۰/۰۸	۰/۳۸	۰/۴۴	۰/۵۷	۱/۳۸
قیمت اعمال (K) (ریال)	۶۲۸۴	۱۰۴۸۵	۵۰۰	۱۹۰۰	۲۵۰۰	۷۰۰۰	۸۰۰۰۰
قیمت بازار اختیار معامله (C) (ریال)	۱۲۱۴	۳۲۸۶	۱۰	۱۷۲	۴۳۳	۱۰۳۷	۶۶۴۵۴

پس از آموزش هر شبکهٔ عصبی ماژولار و شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه، عملکرد آن‌ها بر روی داده‌های آزمون با کمک معیارهای خطا اندازه‌گیری شد که نتایج آن در جدول ۳ به نمایش گذاشته شده است.

جدول ۳. جدول خطای مدل‌های ارزش‌گذاری اختیارمعامله

مدل‌ها	MSPE	RMSPE	MAPE
مدل بلک، شولز و مرتون	۰/۱۸۹۳۶۹	۰/۴۳۵۱۶۶	۰/۲۸۷۴۹۳
شبکهٔ عصبی ماژولار پیشنهادی گرادویویچ، گِنجای و کوکولج	۰/۲۰۸۴۴۰	۰/۴۵۶۵۵۳	۰/۳۰۱۴۳۱
شبکهٔ عصبی ماژولار با داده‌های مجزا	۰/۱۰۶۸۳۴	۰/۳۲۶۸۵۵	۰/۲۳۳۱۵۸
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه با داده‌های مجزا	۰/۱۱۰۶۰۰	۰/۳۳۲۵۶۷	۰/۲۰۶۰۶۶
شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی	۰/۰۸۶۹۲۷	۰/۲۹۴۸۳۴	۰/۱۹۶۲۹۷
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی	۰/۰۸۷۸۴۷	۰/۲۹۶۳۹۱	۰/۱۷۳۹۵۴
شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی	۰/۰۵۱۹۵۲	۰/۲۲۷۹۳۱	۰/۱۴۷۱۷۸
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی	۰/۰۴۰۱۳۴	۰/۲۰۰۳۳۵	۰/۱۱۰۸۷۸

همان‌گونه که در جدول ۳ نشان داده شده است، مدل شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی با ۲۲/۷۹ درصد خطا با معیار RMSPE، کمترین میزان خطا و بهترین عملکرد را بین مدل‌های شبکه‌عصبی ماژولار در ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله داشته است. با وجود این، بهترین عملکرد در بین تمام مدل‌ها مربوط به شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی با ۲۰/۰۳ درصد خطا بوده است که بهبود اندکی را در مقایسه با حالت ماژولار خود داشته است. این برتری مدل شبکهٔ عصبی ساده در مقایسه با حالت ماژولار در شبکه‌های عصبی با داده‌های مجزا و توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی دیده نمی‌شود؛ بلکه در این موارد شبکهٔ عصبی ماژولار اندکی عملکرد

بهتر را به ثبت رسانده است. به‌طور کلی برتری مدل‌های شبکهٔ عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی نسبت به شبکه‌های عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی و سایر مدل‌ها به‌صورت مشهودی دیده می‌شود. به‌طوری که می‌تواند نزدیک به ۵۰ درصد بهبود در عملکرد مدل بلک، شولز و مرتون داشته باشد. از منظر معیار MAPE همچنان مدل‌های توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی بهترین عملکرد را داشته‌اند ولی در تمام مدل‌های شبکهٔ عصبی، شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه عملکرد بهتری را نسبت به حالت ماژولار داشته است. در ادامه با توجه به اهمیت در نظر گرفتن جریمه بیشتر برای خطاهای بزرگ‌تر در این پژوهش در جدول ۴ خطاهای هر یک از مدل‌ها بر پایهٔ موقعیت پولی و دوره زمانی آن‌ها از نظر معیار RMSPE نشان داده شده است.

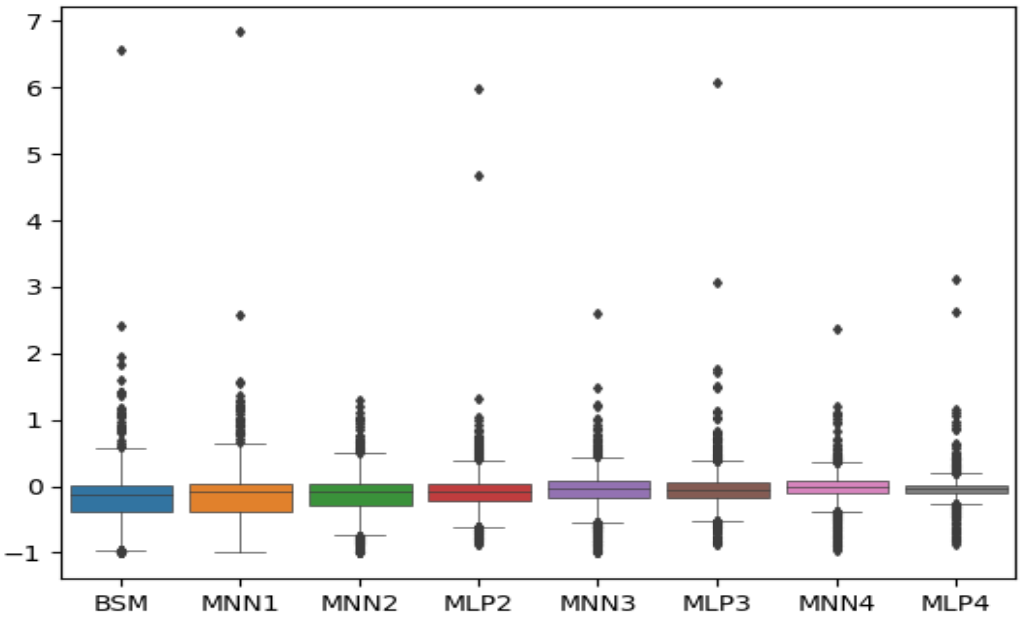
جدول ٤. مقدار خطای هر مدل بر پایه موقعیت پولی و دوره قرارداد با معیار RMSPE

دوره زمانی	موقعیت پولی	مدل بلک، شولز و مرتون	شبکهٔ عصبی ماژولار پیشنهادی	شبکهٔ عصبی با داده‌های مجزا		شبکهٔ عصبی توسعه‌یافته با			
						نوسان‌های تاریخی		نوسان‌های ضمنی	
				ماژولار	پرسپترون چندلایه	ماژولار	پرسپترون چندلایه	ماژولار	پرسپترون چندلایه
بلند مدت	ATM	۰/۵۵۲۱	۰/۵۹۵۴	۰/۳۹۱۲	۰/۴۳۴۱	۰/۳۳۶۱	۰/۳۰۱۸	۰/۲۵۱۵	۰/۲۴۴۶
	ITM	۰/۱۷۸۶	۰/۱۶۰۸	۰/۱۵۷۵	۰/۱۸۴۳	۰/۱۱۶۳	۰/۱۷۵۶	۰/۰۹۸۰	۰/۱۱۸۶
	OTM	۰/۵۸۰۰	۰/۶۱۸۳	۰/۲۹۴۰	۰/۲۸۵۸	۰/۲۱۴۴	۰/۲۱۲۰	۰/۱۹۳۴	۰/۱۶۴۶
	All	۰/۴۳۸۱	۰/۴۶۳۹	۰/۲۶۹۵	۰/۲۸۷۶	۰/۲۱۳۲	۰/۲۱۹۸	۰/۱۷۴۱	۰/۱۶۷۷
کوتاه مدت	ATM	۰/۳۴۸۱	۰/۴۵۸۸	۰/۳۸۵۳	۰/۳۱۷۳	۰/۴۰۶۴	۰/۳۰۷۱	۰/۳۴۱۰	۰/۲۰۳۶
	ITM	۰/۱۹۰۷	۰/۱۹۲۱	۰/۱۹۳۲	۰/۲۰۶۶	۰/۱۷۴۷	۰/۲۲۹۲	۰/۱۶۶۴	۰/۲۰۷۸
	OTM	۰/۶۹۳۱	۰/۶۸۰۱	۰/۵۸۶۸	۰/۵۹۴۹	۰/۵۵۵۹	۰/۵۶۲۸	۰/۳۷۷۹	۰/۲۹۵۴
	All	۰/۴۳۱۳	۰/۴۴۶۸	۰/۳۸۹۵	۰/۳۸۳۷	۰/۳۷۶۰	۰/۳۷۳۸	۰/۲۸۳۵	۰/۲۳۶۴
کل دوره	ATM	۰/۴۷۵۴	۰/۵۴۱۰	۰/۳۸۸۷	۰/۳۸۸۳	۰/۳۶۷۹	۰/۳۰۴۱	۰/۲۹۳۳	۰/۲۲۷۹
	ITM	۰/۱۸۴۲	۰/۱۷۵۷	۰/۱۷۴۶	۰/۱۹۴۷	۰/۱۴۵۷	۰/۲۰۱۷	۰/۱۳۳۵	۰/۱۶۵۲
	OTM	۰/۶۲۸۰	۰/۶۴۳۹	۰/۴۳۶۱	۰/۴۳۷۳	۰/۳۸۹۶	۰/۳۹۲۸	۰/۲۸۲۵	۰/۲۲۶۵
	All	۰/۴۳۵۲	۰/۴۵۶۶	۰/۳۲۶۹	۰/۳۳۲۶	۰/۲۹۴۸	۰/۲۹۶۴	۰/۲۲۷۹	۰/۲۰۰۳

در جدول ۴ مشاهده می‌شود که مدل‌های شبکهٔ عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی در تمام دوره‌های زمانی و موقعیت‌های پولی و یا ترکیبی از آن‌ها، همواره بهترین عملکرد را در بین سایر مدل‌های مورد بررسی به ثبت رسانده است. با وجود این، اندکی عملکرد مدل شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی بهتر از حالت ماژولار آن بوده است. این برتری را می‌توان در موقعیت‌های پولی ATM و OTM نیز مشاهده کرد ولی در موقعیت پولی ITM شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی با ۱۳/۳۵ درصد بهترین عملکرد را به ثبت رسانده است.

بهترین عملکرد در بین تمام دوره‌های زمانی و موقعیت‌های پولی مربوط به شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی در ارزش‌گذاری اوراق اختیارخرید با مدت زمان باقی‌مانده تا سررسید بیشتر از ۶۰ روز و موقعیت پولی ITM بوده است که ۹/۸ درصد خطا داشته است. این جدول همچنین نمایانگر این موضوع است که به‌طور کلی شبکه‌های عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی در دوره‌های زمانی بلند مدت و همچنین در موقعیت‌های پولی ITM بهترین عملکرد را داشته‌اند.

از دیگر راه‌های تجزیه و تحلیل نتایج به‌دست آمده، استفاده از نمودارهای جعبه‌ای است که در آمار توصیفی به‌عنوان یک روش استاندارد برای نمایش توزیع داده شناخته می‌شود. این نمودار در عین سادگی اطلاعات جامعی از شاخص‌های آماری مختلف شامل چارک اول، میانه، چارک سوم، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار را دربرمی‌گیرد. همچنین با این نمودار می‌توان داده‌های پرت را مشخص و آن‌ها را به نمایش گذاشت. در ادامه نمودار جعبه‌ای هر یک از مدل‌ها نشان داده شده است. در این نمودار MNN1 تا MNN4 به‌ترتیب معرف شبکهٔ عصبی ماژولار پیشنهادی گرادویویچ، گِنجای و کوکولج، شبکهٔ عصبی ماژولار با داده‌های مجزا، شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی و شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی و MLP1 تا MLP4 به‌ترتیب معرف شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه با داده‌های مجزا، شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی و شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی است.



شکل ٤. نمودار جعبه‌ای خطای مدل‌های ارزش‌گذاری اختیارمعامله

همان طور که شکل ۴ مشاهده می‌شود، بدنهٔ نمودار در مدل شبکه‌های عصبی توسعه‌یافته کوچک‌تر شده و در مدل شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی به کمترین بازه خود رسیده است که نشان از این دارد که اکثر داده‌ها دارای خطایی در بازه‌ای محدود بوده‌اند ولی در دو مدل ابتدایی یعنی مدل بلک، شولز و مرتون و مدل شبکهٔ عصبی ماژولار پیشنهادی گرادویویچ، گِنجای و کوکولج با بزرگ‌تر شدن بدنه نمودار، خطاها در بازهٔ بزرگ‌تری قرار گرفته است. از طرفی دیگر می‌توان مشاهده کرد که مدل‌های شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه نسبت به حالت ماژولار دارای بدنهٔ نمودار کوچک‌تری بوده‌اند ولی داده‌های پرت در این مدل‌ها بازه خطای بیشتری را داشته است. با این توضیحات برتری مدل‌های شبکهٔ عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی در بین سایر مدل‌ها با این نمودار نیز تأیید می‌شود و همچنین برتری شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی نسبت به حالت ماژولار آن در کسب بازه خطای محدود برای اکثر داده‌ها را نیز نشان می‌دهد.

برای مدل‌هایی که کمترین میزان خطا را به ثبت رسانده‌اند باید از یک معیار آماری دیگر استفاده شود تا تفاوت معنادار هر مدل با سایر مدل‌ها مورد تأیید واقع شود (آسیما و عباس‌زاده اصل، ۱۳۹۸). به همین جهت در این پژوهش از آزمون آماری مقایسه زوجی میانگین‌ها برای بررسی تفاوت معنادار هر مدل با سایر مدل‌ها استفاده شد. ابتدا در جدول ۵ آماره‌های آزمون مقایسه زوجی میانگین درصد خطای هر مدل با مدل بلک، شولز و مرتون با فرض برابر بودن میانگین هر دو مدل ارائه شده است.

جدول ۵. آزمون مقایسه زوجی میانگین درصد خطای هر مدل با مدل بلک، شولز و مرتون

مدل‌ها	آماره t	احتمال
شبکهٔ عصبی ماژولار پیشنهادی گرادویویچ، گِنجای و کوکولج	-۲/۱۰۱۹	۰/۰۳۵۷
شبکهٔ عصبی ماژولار با داده‌های مجزا	-۵/۸۹۱۹	۰/۰۰۰۰
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه با داده‌های مجزا	-۸/۵۴۸۸	۰/۰۰۰۰
شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی	-۱۱/۱۰۸۵	۰/۰۰۰۰
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی	-۱۳/۱۹۲۵	۰/۰۰۰۰
شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی	-۱۵/۰۹۰۳	۰/۰۰۰۰
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی	-۱۴/۰۶۸۴	۰/۰۰۰۰

با توجه به نتایج جدول ۵ می‌توان نتیجه گرفت که در سطح اطمینان ۹۵ درصد، میانگین درصد خطای تمام مدل‌های ارائه شده تفاوت معناداری با مدل بلک، شولز و مرتون داشته‌اند. در ادامه در جدول ۶ آماره‌های این آزمون برای مقایسه زوجی میانگین درصد خطای هر مدل با مدل قبل از خود به‌ترتیب میزان خطای هر مدل با توجه به معیار RMSPE ارائه شده است تا تفاوت معنادار میانگین درصد خطای هر مدل با مدل قبلی خود هم‌زمان با بهبود در خطای مدل مورد بررسی قرار گیرد.

جدول ٦. آزمون مقایسه زوجی میانگین درصد خطای مدل‌ها به‌ترتیب میزان خطای هر مدل با معیار RMSPE

مدل‌ها	آماره t	احتمال
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه با داده‌های مجزا / مدل بلک، شولز و مرتون	-۵/۸۹۱۹	۰/۰۰۰۰
شبکهٔ عصبی ماژولار با داده‌های مجزا / شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه با داده‌های مجزا	۳/۶۳۳۴	۰/۰۰۰۲
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی / شبکهٔ عصبی ماژولار با داده‌های مجزا	-۹/۴۹۱۰	۰/۰۰۰۰
شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی // شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی	۳/۳۳۸۶	۰/۰۰۰۸
شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی / شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی	-۸/۱۶۵۶	۰/۰۰۰۰
شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی/ شبکهٔ عصبی ماژولار توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی	۲/۱۰۰۱	۰/۰۳۵۸

همان گونه که در جدول ۶ مشاهده می‌شود، در سطح اطمینان ۹۵ درصد در تمام مدل‌ها، هم‌زمان با بهبود خطای مدل، تفاوت معناداری در میانگین درصد خطای مدل با مدل قبلی مشاهده می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش عملکرد شبکه‌های عصبی ماژولار در ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله، در بورس اوراق بهادار تهران بررسی و نتایج حاصل از آن با مدل بلک، شولز و مرتون و مدل‌های شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه مقایسه شد. در ابتدا، هر یک از شبکه‌های عصبی ماژولار و شبکه‌های عصبی پرسپترون چندلایه آموزش داده شد؛ سپس قیمت نظری اوراق اختیارمعامله با استفاده از این مدل‌ها برای داده‌های آزمون محاسبه شد. پس از محاسبهٔ ارزش برآورد شده برای هر اختیارمعامله، با استفاده از معیارهای آماری MSPE، RMSPE و MAPE خطای هر مدل در مقایسه با قیمت‌های حال حاضر این اوراق در بازار محاسبه شد.

یافته‌های حاصل از مقایسهٔ زوجی میانگین درصد خطای مدل‌ها، نشان داد که تمام مدل‌ها در سطح اطمینان ۹۵درصد تفاوت معناداری در میانگین درصد خطای خود با سایر مدل‌ها و مدل بلک، شولز و مرتون دارند. از طرفی، یافته‌های حاصل از معیار خطای مدل‌ها نشان داد که مدل‌های شبکهٔ عصبی می‌توانند نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون عملکرد بهتری داشته باشند. در این میان، از منظر معیارهای MSPE و RMSPE، مدل‌های شبکهٔ عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی، در تمام موقعیت‌های پولی و دوره‌های زمانی، نسبت به سایر مدل‌های مورد بررسی، بهترین عملکرد و کمترین میزان خطا را داشته است و از بین مدل‌های توسعه‌یافته نیز، مدل شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی با اندکی بهبود عملکرد بهتری را نسبت حالت ماژولار خود به ثبت رسانده است. پس از آن به‌ترتیب مدل شبکه‌های عصبی توسعه‌یافته با نوسان‌های تاریخی، مدل شبکه‌های عصبی با داده‌های مجزا، مدل بلک، شولز و مرتون و مدل شبکهٔ عصبی ماژولار پیشنهادی گرادویویچ، گِنجای و کوکولج قرار می‌گیرد. از منظر معیار MAPE نیز همچنان مدل‌های توسعه‌یافته با نوسان‌های ضمنی، بهترین عملکرد را داشته‌اند؛ ولی در تمام مدل‌های شبکهٔ عصبی،

شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه عملکرد بهتری را نسبت به حالت ماژولار داشته است.

مقایسهٔ نتایج این مطالعه با پژوهش‌های گذشته، از تشابه عمومی بین آن‌ها حکایت دارد. در زمینهٔ اهمیت حضور نوسان‌های مختلف در ارزش‌گذاری اختیارمعامله می‌توان ایلتوزر (۲۰۲۲) را نام برد که با مطالعه روی اختیار معامله‌های شاخص BIST30، به مقایسهٔ عملکرد شبکه‌های عصبی و مدل بلک، شولز و مرتون تحت نوسان‌های مختلف پرداخت. از آنجایی که نوسان‌ها در قیمت‌گذاری اختیار معامله پارامتر کلیدی هستند، او تأثیر هر یک از نوسان‌های ضمنی، نوسان‌های تاریخی، شاخص نوسان‌های ضمنی و GARCH را بر مدل‌های قیمت‌گذاری بررسی کرد. نتایج کلی این پژوهش نشان داد که شبکه‌های عصبی دارای نوسان‌های ضمنی، نسبت به سایر انواع نوسان‌ها در شبکهٔ عصبی یا مدل بلک، شولز و مرتون، عملکرد بهتری را ارائه می‌دهند. فدا (۲۰۲۰) نیز در پژوهشی دیگر تأثیر نوسان‌های پیش‌بینی شده با مدل GJR و نوسان‌های ضمنی را در کنار سایر ورودی‌های مشابه با مدل بلک، شولز و مرتون، به‌عنوان ورودی یک شبکهٔ عصبی مصنوعی بررسی کرد و نشان داد که شبکهٔ عصبی با ورودی نوسان‌های ضمنی، به‌طور قابل توجهی بهتر از شبکهٔ عصبی با ورودی نوسان‌های GJR است. در زمینهٔ شبکه‌های عصبی ماژولار نیز گرادویویچ، گِنجای و کوکولج (۲۰۰۹) از یک مدل شبکهٔ عصبی ماژولار، برای قیمت‌گذاری اختیار خریدهای اروپایی منتشر شده روی شاخص S&P500 استفاده کردند. آن‌ها دریافتند که ماژولار بودن، سبب بهبود عملکرد مدل شبکهٔ عصبی پیش‌خور استاندارد نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون در قیمت‌گذاری اختیار معامله خواهد شد.

پیشنهادها و محدودیت‌ها

در هر پژوهش ممکن است محقق با محدودیت‌هایی مواجه شود که روی نتایج پژوهش تأثیر بگذارد. بعضی از محدودیت‌های پژوهش حاضر در زیر ارائه شده است:

- اولین محدودیت که در تحقیقات مشابه نیز وجود داشته و از مهم‌ترین محدودیت‌های این پژوهش بوده است، مبحث کم‌عمق بودن بازار مشتقات در ایران است. بازار اختیارمعامله روی سهام در ایران بازاری نوپاست که معاملات در آن از سال ۱۳۹۵ آغاز شده است. با وجود این، معاملات در این بازار از سال ۱۳۹۷ شروع به رشد کرد و به همین جهت، انتخاب بازه زمانی در این تحقیق، به سال‌های ۱۳۹۷ تا پایان سال ۱۴۰۱ محدود بود.
- پراکندگی اطلاعات و نبود پایگاه اطلاعاتی جامع برای استخراج داده‌های اختیارمعامله، از دیگر محدودیت‌های این پژوهش بود.
- پس از استخراج داده‌ها در این بازه زمانی محدود، بسیاری از نمادهای اختیار معامله، به‌دلیل قیمت توافقی نامناسب، دارای روزهای معاملاتی صفر یا کمتر از ۵ روز بودند که برای افزایش قابلیت اتکا به داده‌ها، آن دسته از داده‌ها حذف شدند.

با توجه به استفادهٔ محدود از علم یادگیری ماشین در ارزش‌گذاری اوراق اختیارمعامله در ایران، به پژوهشگران آتی پیشنهاد می‌شود که از مدل‌های دیگری مانند شبکه‌های عصبی دروازه‌دار در تحقیقات خود استفاده کنند. از طرفی بررسی تأثیر مدل‌های ارزش‌گذاری با یادگیری ماشین، روی روش‌های مختلف پوشش ریسک با آن‌ها نیز از دیگر موضوعاتی

است که علاقه‌مندان در این زمینه می‌توانند به آن توجه داشته باشند. در پایان پیشنهاد می‌شود که پژوهشگران در پژوهش‌های آتی، تأثیر شرایط صعودی و نزولی بازار بر عملکرد شبکه‌های عصبی، در ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله را بسنجند.

منابع

آذر، عادل و کریمی، سیروس (۱۳۸۸). *پیش‌بینی بازده سهام با استفاده از نسبت‌های حسابداری با رویکرد شبکه‌های عصبی*. *تحقیقات مالی*، ۱۱(۲۸)، ۳-۲۰.

آسیما، مهدی و علی عباس‌زاده اصل، امیر (۱۳۹۸). ارائه مدل ترکیبی برآورد بازده مورد انتظار با استفاده از الگوریتم ژنتیک. *تحقیقات مالی*، ۲۱(۱)، ۱۰۱- ۱۲۰.

ابوالی، مهدی؛ خلیلی عراقی، مریم؛ حسن آبادی، حسن و یعقوب نژاد، احمد (۱۳۹۸). قیمت‌گذاری اختیار معامله با روش تحلیلیِ جدید برای معادله بلک شولز. *راهبرد مدیریت مالی*، ۷(۳)، ۱۳۵- ۱۵۵.

امیری، مهدیه (۱۳۹۹). قیمت‌گذاری قراردادهای اختیارمعامله با روش‌های بلک- شولز،بونس و دو جمله ای (مطالعه موردی: قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران). *فصلنامه بورس اوراق بهادار*، ۱۳(۵۰)، ۱۴۱- ۱۷۰.

پیمانی فروشانی، مسلم و هوشنگی، زهره (۱۳۹۶). تخمین و مقایسه مدل‌های تعادلی نرخ سود کوتاه‌مدت اسناد خزانه اسلامی. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۸(۳۳)، ۸۹- ۱۱۱.

جهانگیری، اسحق (۱۳۹۷). *قیمت‌گذاری مشتقات مالی با استفاده از تلاطم تصادفی*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه صنعتی شریف.

رمضانی، علی (۱۳۹۸). *قیمت‌گذاری مشتقات مالی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (با تأکید بر اختیار معامله آمریکایی و اروپایی)*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه دامغان.

زیادی، حسین؛ صلواتی، عرفان و لطفی هروی، محمد مهدی (۱۴۰۲). پیش‌بینی قیمت مسکن با استفاده از الگوریتم هوش مصنوعی *LSTM* . *تحقیقات مالی*، ۲۵(۴)، ۵۵۷- ۵۷۶.

سعدایی جهرمی، سپیده (۱۴۰۱). *ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله با استفاده از یادگیری ماشین*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علامه طباطبائی.

سمیعی ماچیانی، رقیه (۱۳۹۷). *قیمت‌گذاری اختیار معامله تحت مدل هستون-CIR با پرش نمایی مضاعف*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه گیلان.

قندهاری، مریم (۱۳۹۱). *پیش‌بینی قیمت اختیار معاملات با استفاده از سیستم‌های عصبی فازی*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علوم اقتصادی.

کاشان‌پور، رضا (۱۳۹۲). *قیمت‌گذاری اختیار اروپایی در مدل تلاطم تصادفی لوی با نرخ بهره تصادفی*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. علامه طباطبائی.

کیمیاگری، علی محمد؛ حاجی زاده، احسان؛ دستخوان، حسین و رمضانی، مجید (۱۳۹۶). ارائه یک مدل ترکیبی جدید به‌منظور قیمت‌گذاری اختیار معامله، *نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید*، ۲۸(۱)، ۸۷-۹۹.

مردم خواه، رقیه (۱۴۰۱). *قیمت‌گذاری اختیار معاملات با استفاده از یادگیری ماشین*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه تبریز.

ملک محمدی، سارا (۱۳۹۹). *مقایسه عملکرد مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علامه طباطبائی.

مهردوست، فرشید و صابر، نغمه (۱۳۹۲). قیمت‌گذاری اختیار معامله تحت مدل هستون مضاعف با پرش. *فصلنامه مدل‌سازی پیشرفته ریاضی*، ۳(۲)، ۴۵-۶۰.

نیسی، عبدالساده و پیمانی فروشانی، مسلم (۱۳۹۸). *مدل‌سازی مالی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB*. تهران: انتشارات دانشگاه علامه طباطبائی.

نیسی، عبدالساده؛ ملکی، بهروزو رضائیان، روزبه (۱۳۹۵). تخمین پارامترهای مدل قیمت‌گذاری اختیارمعامله اروپایی تحت دارایی پایه با تلاطم تصادفی با کمک رهیافت تابع زیان. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۷(۲۸)، ۹۱-۱۱۵.

References

Abvali, M., Khaliliaraghi, M., Hasanabadi, H. & Yaghoobnezhad, A. (2019). *Optional trading pricing with a new analytic method for the Black Scholes equation. Journal of Financial Management Strategy*, 7(3), 135-155. (*in Persian*)

Amilon, H. (2003). *A neural network versus Black–Scholes: a comparison of pricing and hedging performances. Journal of Forecasting*, 22(4), 317-335.

Amiri, M. (2020). *Option pricing under Black–Scholes, Boness and Binomial tree models-evidence from the gold coin option contracts in Iran mercantile exchange. Quarterly Journal of Securities Exchange*, 13(50), 141-170. (*in Persian*)

Asima, M. & Ali Abbaszadeh Asl, A. (2019). *Developing a Hybrid Model to Estimate Expected Return Based on Genetic Algorithm,* 21(1), 101-120. (*in Persian*)

Azar, A. & Karimi, S. (2010). *Neural Network Forecasts of Stock Return Using Accounting Ratios. Financial Research Journal*, 11(28), 3-20. (*in Persian*)

Black, F. & Scholes, M. (1973). *The pricing of options and corporate liabilities. Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.

Fadda, S. (2020). *Pricing options with dual volatility input to modular neural networks. Borsa Istanbul Review*, 20(3), 269-278.

Géron, A. (2022). *Hands-on machine learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow*. O'Reilly Media, Inc.

Ghandehari, M. (2011). *Option price Prediction using Fuzzy Neural Systems*. University of Economic Sciences, Iran. (*in Persian*)

Gradojevic, N., Gençay, R. & Kukolj, D. (2009). *Option pricing with modular neural networks. IEEE transactions on neural networks*, 20(4), 626-637.

Hull, J. C. (2021). *Option, Futures, and Other Derivatives* (11th ed.). New York: Pearson.

Hutchinson, J. M., Lo, A. W. & Poggio, T. (1994). A nonparametric approach to pricing and hedging derivative securities via learning networks. *The journal of Finance*, *49*(3), 851-889.

İltüzer, Z. (2022). Option pricing with neural networks vs. Black-Scholes under different volatility forecasting approaches for BIST 30 index options. *Borsa Istanbul Review*, 22(4), 725-742.

Jahangiri, I. (2017). *Financial Derivatives Pricing using Stochastic Volatility.* Sharif University of Technology, Iran. (*in Persian*)

Kalat, J. W. (2015). *Biological psychology*. Cengage Learning.

Kashanpour, R. (2012). *European Option pricing in Levy Stochastic Turbulence model with Stochastic Interest Rate*. Allameh Tabataba'i University, Iran. (*in Persian*)

Kimiagari, A. M., Hajizadeh, E., Dastkhan, H. & Ramezani, M. (2017). Development a New Hybrid Modeling Approach for European Option. *International Journal of Industrial Engineering & Production Management*, 28(1), 87-99. (*in Persian*)

Malek Mohammadi, S. (2019). *Comparing the performance of options pricing models in Tehran Stock Exchange*. Allameh Tabataba'i University, Iran. (*in Persian*)

Malliaris, M. & Salchenberger, L. (1993). A neural network model for estimating option prices. *Applied Intelligence*, 3(3), 193-206.

Mardomkhah, R. (2022). *Option pricing using machine learning*. Tabriz University, Iran. (*in Persian*)

Marsland, S. (2015). *Machine learning: an algorithmic perspective.* Chapman and Hall/CRC.

Mehrdoust, F. & Saber, N. (2013). The option pricing under double Heston model with jumps. *Journal of Advanced Mathematical Modeling*, 3(2), 45-60. (*in Persian*)

Neisy, A. & Peymani Foroushani, M. (2018). *Financial modeling using MATLAB software.* Tehran: Allameh Tabatabai University. (*in Persian*)

Neisy, A., Maleki, B. & Rezaeian, R. (2017). The Parameters Estimation of European Option pricing model under Underlying Asset with Stochastic Volatility by Loss Function Method. *Journal of Financial Engineering and Securities Management*, 7(28), 91-115. (*in Persian*)

Peymany, M. & Hooshangi, Z. (2017). *Estimation and Comparison of ShortTerm Interest Rate Equilibrium Models Using Islamic Treasury Bills. Financial Engineering and Portfolio Management*, 8(33), 89-111. (*in Persian*)

Phil, K. (2017). *Matlab deep learning with machine learning, neural networks and artificial intelligence.* Apress, New York.

Ramezani, A. (2018). *Financial derivatives pricing using particle swarm optimization algorithm (with emphasis on American and European options).* Damghan University, Iran. (*in Persian*)

Raschka, S. & Mirjalili, V. (2019). *Machine Learning and Deep Learning with Python, scikit-learn and TensorFlow.* UK: Packt Publishing.

Saadaei Jahormi, S. (2022). *Option pricing using machine learning*. Allameh Tabataba'i University, Iran. (*in Persian*)

Samii Machiani, R. (2017). *Option pricing under Heston-CIR model with Double Exponential Jump*. Gilan University. Iran. (*in Persian*)

Schmidt, A. L. B. R. E. C. H. T. & Bandar, Z. U. H. A. I. R. (1998, March). Modularity-a concept for new neural network architectures. *In Proc. IASTED International Conf. Computer Systems and Applications* (pp. 26-29).

Shukla, A., Tiwari, R. & Kala, R. (2010). *Towards hybrid and adaptive computing: A perspective* (Vol. 307). Springer Science & Business Media.

Tatsat, H., Puri, S. & Lookabaugh, B. (2020). *Machine Learning and Data Science Blueprints for Finance.* O'Reilly Media.

Theobald, O. (2017). *Machine learning for absolute beginners: a plain English introduction* (Vol. 157). Scatterplot press.

Turing, A. M. (2012). *Computing machinery and intelligence (1950). The Essential Turing: the Ideas That Gave Birth to the Computer Age*, 433-464.

Wang, C. P., Lin, S. H., Huang, H. H. & Wu, P. C. (2012). Using neural network for forecasting TXO price under different volatility models. *Expert Systems with Applications*, *39*(5), 5025-5032.

Wu, H. F. (2019). *From constant to stochastic volatility: Black-Scholes versus Heston option pricing models.*

Ziyadi, H., Salavati, E. & Lotfi Heravi, M.M. (2023*). Housing Price Forecasting Using AI (LSTM), Financial Research Journal*, *25*(4), 557-576. doi: 10.22059/frj.2023.349924.1007398 (*in Persian*)