



## Robust Portfolio Optimization by Applying Multi-objective and Omega-conditional Value at Risk Models Based on the Minimax Regret Criterion

Saeed Shirkavand\*

\*Corresponding Author, Assistant Prof., Department of Financial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: shirkavand@ut.ac.ir

Hamidreza Fadaei 

Ph.D. Candidate, Department of Financial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: hr.fadaei@ut.ac.ir

### Abstract

**Objective:** To produce a proper reaction when confronted with market uncertainties (booms and busts), before making any investment decisions, investors and financial institutions tend to obtain some level of assurance about the market's future and also the market's probable feedback on their performance in the future. This study seeks to identify optimized robust portfolios with the best performance in the face of market uncertainties than can minimize the investors' regret about their portfolio selection.

**Methods:** To create optimal portfolios, in the study, scenarios pertaining to various market situations based on daily returns of the Tehran Stock Exchange Price Index (TEDPIX) were designed, and the particle swarm optimization algorithm and minimax regret criterion were applied. This study also explored the application of multivariate objective functions and the Omega Conditional Value at Risk ratio as the fitting functions in particle mass optimization. To calculate optimal portfolios, the data from 50 companies on Tehran Stock Exchange (TSE) from 2009 to 2016 were analyzed. Also, the data from the year 2017 were evaluated as out of sample data.

**Results:** Research findings indicated optimized robust portfolios in monthly periods had higher information ratios and lower tracking errors than the benchmark portfolios.

**Conclusion:** Making market scenarios and applying the minimax regret criterion improves the performance of optimized robust portfolios. Additionally, compared with the semi-variance benchmark model, applying the multi-objective function and Omega-Conditional Value at Risk ratio in portfolio optimization leads to improve performance of the robust portfolios.

**Keywords:** Robust Portfolio, Minimax Regret, Multi-objective Optimization, Omega ratio, Conditional value at risk.

**Citation:** Shirkavand, Saeed & Fadaei, Hamidreza (2022). Robust Portfolio Optimization by Applying Multi-objective and Omega-conditional Value at Risk Models Based on the Mini-max Regret Criterion. *Financial Research Journal*, 24(1), 1-17. <https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.287379.1006913> (in Persian)

---

Financial Research Journal, 2022, Vol. 24, No.1, pp. 1-17  
Published by University of Tehran, Faculty of Management  
doi: <https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.287379.1006913>  
Article Type: Research Paper  
© Authors

Received: August 20, 2020  
Received in revised form: December 08, 2020  
Accepted: October 31, 2021  
Published online: June 20, 2022



## بهینه‌سازی سبد سهام استوار با به‌کارگیری مدل‌های چند متغیره و امگا- ارزش در

### معرض ریسک شرطی بر پایه ملاک حداقل حداکثر پشیمانی

سعید شیرکوند\*

\* نویسنده مسئول، استادیار، گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: shirkavnd@ut.ac.ir

حمیدرضا فدائی

دانشجوی دکتری، گروه مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: hr.fadaei@ut.ac.ir

#### چکیده

**هدف:** سرمایه‌گذاران و نهادهای مالی، تمایل دارند که در انتخاب سرمایه‌گذاری، از آینده و همچنین، نحوه عملکرد خود اطمینان نسبی داشته باشند؛ به نحوی که در موقعیت‌های عدم قطعیت (رونق و رکود بازارها) عملکردهای مناسبی انجام دهند. این پژوهش به دنبال یافتن سبد سهام بهینه - استواری است که در شرایط مختلف بازار، بهترین عملکرد را داشته باشد و پشیمانی سرمایه‌گذار از انتخاب سبد سهام را به حداقل رساند.

**روش:** به منظور به‌دست‌آوردن سبد سهام بهینه، از سناریوبندی وضعیت‌های مختلف بازار، بر اساس بازده روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و به‌کارگیری الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات و ملاک حداقل حداکثر پشیمانی استفاده شده است. همچنین در این پژوهش، توابع هدف چندمتغیره و امگا - ارزش در معرض ریسک شرطی، به‌عنوان توابع برازش در بهینه‌سازی توده ذرات به‌کار گرفته شده است. از داده‌های ۵۰ شرکت بورسی، طی سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۵، برای محاسبه سبدهای سهام بهینه و داده‌های سال ۱۳۹۶ به‌عنوان خارج از نمونه، برای آزمون سبدهای سهام به‌دست‌آمده استفاده شده است.

**یافته‌ها:** نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که در بازه ماهانه، سبدهای سهام بهینه استوار در مقایسه با سبد سهام معیار، نسبت اطلاعاتی بیشتر و خطای ردیابی کمتری دارند.

**نتیجه‌گیری:** سناریوبندی بازار و به‌کارگیری ملاک حداقل حداکثر پشیمانی، عملکرد سبدهای سهام بهینه استوار را بهبود می‌دهد. همچنین، نتیجه مقایسه مدل معیار میانگین نیم‌واریانس با تابع چندمتغیره و ضریب امگا - ارزش در معرض ریسک شرطی برای بهینه‌سازی سبد سهام، نشان داد که تابع چندمتغیره و ضریب امگا - ارزش در معرض ریسک شرطی به بهبود بیشتری در عملکرد سبدهای سهام استوار منجر می‌شود.

**کلیدواژه‌ها:** سبد سهام استوار، حداقل حداکثر پشیمانی، بهینه‌سازی چندمتغیره، نسبت امگا، ارزش در معرض ریسک شرطی

**استناد:** شیرکوند، سعید و فدائی، حمیدرضا (۱۴۰۱). بهینه‌سازی سبد سهام استوار با به‌کارگیری مدل‌های چند متغیره و امگا- ارزش در معرض ریسک شرطی بر پایه ملاک حداقل حداکثر پشیمانی. *تحقیقات مالی*، ۲۴(۱)، ۱-۱۷.

## مقدمه

در دهه‌های اخیر، بحران‌های مالی و رونق اقتصادی، مدیران شرکت‌های سرمایه‌گذاری و سهام‌داران را به یافتن سبدهای سهام بهینه‌ای نموده‌اند که در شرایط مختلف بازار (شرایط صعودی یا نزولی) عملکرد مناسبی با در نظر گرفتن میزان بازده و ریسک داشته باشند. این مسئله باعث شده است که مبحث مدیریت ریسک و بازده و بهینه‌سازی سبد سهام در سال‌های اخیر، از اهمیت چشمگیری برخوردار شود. از دیدگاه مالی شرکتی، مدیریت ریسک و ایجاد سبد سهام بهینه می‌تواند به نحو اثربخشی در افزایش ارزش شرکت نقش بازی کند (مکنیل، فرای و امبرتس<sup>۱</sup>، ۲۰۰۵). مفهوم استواری در جهت حفاظت از سبد سهام در مقابل عدم قطعیت‌ها خلق شده و مفهومی اساسی است که در تصمیم‌گیری‌های مالی، به‌خصوص زمانی که عدم قطعیت وجود دارد، به‌کار برده می‌شود.

ابزارهای مدرن ریاضی در توسعه مدل‌های بهینه‌سازی استوار تأثیر بسزایی داشته‌اند؛ به‌نحوی که به‌کمک آنها می‌توان با توجه به عدم قطعیت داده‌ها سبد سهامی را تشکیل داد که بهترین بازده را در سطح معینی از ریسک داشته باشد. استواری در تصمیم‌گیری‌های مالی به‌خصوص زمانی که بازارهای مالی دچار تغییرات عمده می‌شوند مفهومی بااهمیت و فزاینده است (برتسیماس، براون و کارامانیس<sup>۲</sup>، ۲۰۱۱). بنابراین مدل‌سازی فرایندها به‌منظور به حداقل رساندن عدم اطمینان‌ها در مواجهه با مسائل بهینه‌سازی سبد سهام همواره ضروری است.

ملاک حداقل حداکثر پشیمانی<sup>۳</sup> یکی از محبوب‌ترین و متداول‌ترین ملاک‌ها در علم تصمیم‌گیری زمانی که سناریوهای متفاوتی موجود است، است. در واقع هدف آن است تا راه‌حلی بیابیم تا در بدترین حالت، شبیه‌ترین نتیجه به شرایط بهینه را به دست آوریم. پشیمانی انحراف هر راه‌حل از بهترین راه‌حل ممکن در هر سناریو در نظر گرفته می‌شود (کسیدوناس، ماورتاس، هسپیس و زوپونیدیس<sup>۴</sup>، ۲۰۱۷).

در این پژوهش حداکثر پشیمانی را برای هر راه‌حل در تمامی حالت‌ها یافته و سپس با مقایسه پشیمانی‌ها راه‌حلی با حداقل پشیمانی بیابیم. هدف اصلی این پژوهش دستیابی به راه‌حل بهینه استوار با به‌کارگیری مفهوم بهینه‌سازی استوار و مدل‌سازی چند متغیره است و از مفهوم پشیمانی برای مشخص کردن راه‌حل‌های استوار در مسائل بهینه‌سازی استفاده شده است. فرضیه‌های پژوهش به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

۱. مدل سبد سهام بهینه - استوار چند متغیره می‌تواند نسبت به سبد سهام بهینه مدل معیار، عملکرد بهتری از منظر پشیمانی داشته باشد.

۲. مدل سبد سهام بهینه - استوار امگا - ارزش در معرض ریسک شرطی (Omega-CVaR)<sup>۵</sup> می‌تواند نسبت به سبد سهام بهینه مدل معیار، عملکرد بهتری از منظر پشیمانی داشته باشد.

1. McNeil, Frey & Embrechts

2. Bertsimas, Brown & Caramanis

3. Minimax Regret (MMR)

4. Xidonas, Mavrotas, Hassapis & Zopounidis

5. Conditional Value at Risk

## پیشینه پژوهش

نظریه سبد سهام مدرن<sup>۱</sup> بر این پایه استوار است که سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز هستند، به این معنی که با در نظر گرفتن دو سبد سهام که بازده مورد انتظار آن‌ها یکی است، سرمایه‌گذاران سبد سهامی که ریسک کمتری دارد را انتخاب می‌کنند. از آنجایی که مشخصه ریسک و بازده تصادفی بودن آن‌ها است، باید به یاد داشته باشیم که داده‌های مسئله می‌تواند با توصیف مجموعه‌ای از حالات و سناریوها ارائه شوند. مالوی، وندربی و زنیوس<sup>۲</sup> (۱۹۹۵) اولین افرادی بودند که بر مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی که در آن ارزش داده‌ها به صورت مجموعه‌ای از سناریوها می‌باشند مطالعه کردند و مفهوم و مدل راه‌حل‌های استوار را ارائه دادند.

بهینه‌سازی استوار به عنوان جایگزینی برای برنامه‌ریزی تصادفی<sup>۳</sup> برای مدل‌سازی مسائل تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد. در بهینه‌سازی استوار به دنبال یافتن تصمیم بهینه در تمام سناریوها با تکیه بر محدودیت‌های سناریوی بدترین حالت بهینه هستیم (برتسیماس و پاچامانوا<sup>۴</sup>، ۲۰۰۸). رویکرد سناریوی بدترین حالت از طریق بهینه‌سازی چند متغیره توسط فلیچ و ورنر<sup>۵</sup> (۲۰۱۴) انجام شده است. آن‌ها از طرح بهینه‌سازی چند متغیره کلاسیک استفاده کردند و بهینه‌سازی را بر مسئله عددسازی<sup>۶</sup> انجام دادند.

در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام استوار توتونکو و کوینگ<sup>۷</sup> (۲۰۰۴) بازده و ریسک دارایی‌ها را از طریق مجموعه‌های عدم اطمینان پیوسته توضیح دادند و یک برنامه تخصیص دارایی به صورت استوار را طراحی کردند که با استفاده از الگوریتم نقطه زینی<sup>۸</sup> قابل حل بود. در زمینه ریسک، هوا، کیم و کیم<sup>۹</sup> (۲۰۱۲) پیشنهاد می‌کنند که ارزیابی کوواریانس استوار در فرایند بهینه‌سازی سبد سهام ادغام شود تا بتوان کوواریانس را به وجود آورد که نسبت به مسائل بیرونی استوار و غیر حساس باشد. به منظور مقابله با نوسانات بیرونی و آزمون استرس با در نظر گرفتن عدم اطمینان در داده‌های ورودی، یک مطالعه بر استواری سبد سهام بهینه تحت محدودیت‌های تسلط تصادفی<sup>۱۰</sup> توسط دوپاکوا و کوپا<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۴) انجام شده است. کیم، کیم و فابوتسی<sup>۱۲</sup> (۲۰۱۵) همچنین توسعه‌ای در بهینه‌سازی بدترین وضع استوار<sup>۱۳</sup> انجام داده‌اند که شامل مسائل ارزش در معرض خطر<sup>۱۴</sup> و ارزش در معرض خطر مشروط است. کیم، کیم، مالوی و فابوتسی<sup>۱۵</sup> (۲۰۱۵) عملکرد بهینه استوار را با تمرکز بر بازده‌ها در بدترین شرایط بازار مورد بررسی قرار داده‌اند.

1. Modern Portfolio Theory
2. Mulvey, Vanderbei & Zenious
3. Stochastic Programming
4. Bertsimas & Pachamanova
5. Fliege & Werner
6. Scalarized Problem
7. Tutuncu & Koenig
8. Saddle-Point
9. Huo, Kim & Kim
10. Stochastic Dominance
11. Dupacova & Kopa
12. Kim, Kim & Fabozzi
13. Robust Worst-Case Optimization
14. Value at Risk (VaR)
15. Kim, Kim, Mulvey & Fabozzi

فلاح‌پور و تندنویس (۱۳۹۳) نیز رویکرد دیگری در باب بهینه‌سازی استوار و تشکیل پرتفوی بهینه سهام را بررسی کردند. این دو محقق در پژوهش دیگری، به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت ضریب همبستگی بین دارایی‌ها به‌عنوان ورودی مدل، که دربرگیرنده خطای پیش‌بینی است، از رویکرد بهینه‌سازی استوار بهره بردند (فلاح‌پور و تندنویس، ۱۳۹۴). نتایج آزمون خارج از نمونه نشان داد که در نظر گرفتن این عدم قطعیت با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار، عملکرد مدل را بر مبنای معیارهای نسبت اطلاعاتی و خطای ردیابی بهبود می‌بخشد. همچنین ابریشمی و یوسفی زنوز (۱۳۹۳) اقدام به ارائه مدلی برای بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس روش بهینه‌سازی استوار نمودند. نتایج به‌دست‌آمده حاکی از عملکرد مناسب مدل بهینه‌سازی استوار در مقایسه با مدل‌های معیار بوده است.

در بهینه‌سازی ریاضی، الگوریتم‌های فرا ابتکاری<sup>۱</sup> یک روش سطح بالاتری نسبت به الگوریتم‌های ابتکاری<sup>۲</sup> هستند که برای یافتن، تولید یا انتخاب پاسخ بهینه از جست‌وجوی جزئی برای حل الگوریتم استفاده می‌کنند و می‌تواند یک راه‌حل به اندازه کافی خوب برای یک مسئله بهینه‌سازی، به‌ویژه با اطلاعات ناکافی، ناقص یا محدود را ارائه دهد (بیانکی، دوریگو، کامباردلا و گوتیار<sup>۳</sup>، ۲۰۰۹). این روش بهینه‌سازی در ابتدا برای مسائل بهینه‌سازی مستمر و تکامل شبکه‌های عصبی مصنوعی<sup>۴</sup> طراحی شد و عملکرد قابل توجهی از لحاظ کارایی محاسباتی نشان داد. مطالعات انجام‌شده نشان داده‌اند که روش بهینه‌سازی توده ذرات سریع و دقیق عمل می‌کند.

انواع متفاوتی از روش بهینه‌سازی توده ذرات وجود دارد که کاربردهای گسترده‌ای دارند. کندی و ابرهارت<sup>۵</sup> (۱۹۹۷) یک نسخه دودویی<sup>۶</sup> گسسته از الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات را توصیف می‌کنند. یوشیدا، کاواتا و فوکویاما<sup>۷</sup> (۲۰۰۱) یک نسخه اصلاح‌شده از الگوریتم پیوسته را توصیف می‌کند که قادر است هر دو متغیر گسسته و پیوسته را برای مسائل مختلف کنترل کند. ابرهارت و شی<sup>۸</sup> (۲۰۰۱) در مورد تحولات و کاربرد روش‌های مختلف الگوریتم بررسی جامعی را انجام و نشان داده‌اند الگوریتم توده ذرات در مقایسه با الگوریتم‌های دیگر از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشند. کلرک و کندی<sup>۹</sup> (۲۰۰۲) روش بهینه‌سازی توده ذرات اصلی را با اضافه کردن یک تابع که حاوی ضریب تصادفی وزن برای کنترل پارامترها است افزایش دادند.

پارسوپولوس و وراهاتیس<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۲) پژوهش اولیه در مورد پتانسیل روش بهینه‌سازی توده ذرات برای تولید یک جبهه پارتو با استفاده از یک سیستم اصلاح‌شده بر مبنای الگوریتم ژنتیک را ارائه کردند. این رویکرد، از چندین توده در بررسی‌های خود استفاده می‌کند به‌نحوی که هر کدام از توابع را هدف قرار داده و بهترین ذره از هر توده به‌عنوان بهترین

1. Meta-heuristic Algorithm
2. Heuristic Algorithm
3. Bianchi, Dorigo, Gambardella & Gutjahr
4. Artificial Neural Networks
5. Kennedy & Eberhart
6. Binary
7. Yoshida, Kawata & Fukuyama
8. Eberhart & Shi
9. Clerc & Kennedy
10. Parsopoulos & Vrahatis

در مقیاس کل برای دیگران استفاده می‌شود. کار بعدی آن‌ها نشان داد که این رویکرد می‌تواند از طریق همبستگی بیشتر بهبود یابد، اگرچه عملکرد با تعداد زیادی از توده‌ها به علت سربارهای ارتباطی تخریب شده است.

بحری ثالث، پاک مرام و ولی زاده (۱۳۹۷) با استفاده از الگوریتم توده ذرات اقدام به بهینه‌سازی سبد سهام نموده‌اند. آن‌ها دریافته‌اند که الگوریتم توده ذرات با کمترین خطا به بهترین نتیجه رسیده است و نسبت به الگوریتم‌های دیگر عملکرد بهتری داشته است. جمشیدی، عینی و خالوزاده (۱۳۹۵) نیز اقدام به بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از سه الگوریتم فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و ازدحام ذرات نمودند. وی با استفاده از ارزش در معرض ریسک مشروط، به‌عنوان سنج ریسک دریافته‌اند که الگوریتم توده ذرات، نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارای تابع هزینه کمتری است. در نتیجه مقدار ارزش سبد سهام بالاتر در مقابل ریسک کمتر حاصل می‌شود.

ملاک حداقل حداکثر پشیمانی در بسیاری از مطالعات مورد استفاده قرار گرفته است به‌نحوی که کنده و لیل<sup>۱</sup> (۲۰۱۷) به بررسی ملاک فوق پرداخته‌اند و مدل بهینه‌سازی جدیدی بر مبنای حداقل حداکثر پشیمانی به منظور بهینه‌سازی سیستم سرمایه‌گذاری بر اساس ساختار هزینه‌ها ارائه نمودند. در بهینه‌سازی سبد سهام از روش حداقل حداکثر پشیمانی نیز استفاده شده است به‌نحوی که کسیدوناس، ماورتاس، هسپیس و زوپونیدیس<sup>۲</sup> (۲۰۱۷) در پژوهش خود اقدام به بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش فوق‌الذکر نمودند. آن‌ها با به‌کارگیری بهینه‌سازی چند متغیره اقدام به بهینه‌سازی خود را انجام داده و در نهایت دریافته‌اند که منطقه مرز کارایی با استفاده از روش حداقل حداکثر پشیمانی در بهینه‌سازی چند متغیره نسبت به سایر روش‌ها استوارتر است.

## روش‌شناسی پژوهش

در این پژوهش در ابتدا با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی میانگین  $K^3$  بازده‌های روزانه بازار (شاخص کل بازار) اقدام به تعیین ۵ سناریو برای بازار می‌نماییم. بدین صورت ۵ سناریو مختلف به ترتیب از خیلی بد، بد، ثابت، خوب تا خیلی خوب برای شرایط بازار بر اساس بازده‌های روزانه شاخص کل در نظر گرفته می‌شود و برای هر سناریو توزیع بازده روزانه هر سهم محاسبه می‌شود. سپس، بر اساس توزیع‌های محاسبه‌شده برای سهام و استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات اقدام به کشف سبد سهام بهینه در هر سناریو می‌شود. در این بهینه‌سازی از توابع هدف چند متغیره و  $\Omega$ -CVaR به‌عنوان توابع برآزش و از مدل میانگین نیم واریانس به‌عنوان مدل معیار استفاده خواهد شد.

در مرحله بعد تابع هدف هر سبد سهام بهینه در سناریوهای مختلف بر اساس داده‌های آموزش محاسبه می‌شود و با استفاده از رویکرد حداقل حداکثر پشیمانی، سبد سهام استوار به دست خواهد آمد. برای محاسبه پشیمانی در ابتدا بهترین تابع هدف در ۵ سناریو محاسبه می‌شود و مقدار پشیمانی برای هر سناریو برابر با مابه‌التفاوت تابع هدف در هر سناریو با بهترین تابع هدف است. در نهایت با استفاده از داده‌های آزمایش، مدل مذکور آزمون می‌شود و با استفاده از شاخص‌های

1. Conde & Leal  
2. Xidonas, Mavrotas, Hassapis & Zopounidis  
3. K-Means Clustering

ارزیابی، عملکرد سبد سهام با مدل معیار مقایسه می‌شود. در ادامه مدل‌ها و رویکردهای مورد استفاده در پژوهش به صورت مختصر ارائه خواهد شد.

### روش خوشه‌بندی میانگین K

خوشه‌بندی یکی از شاخه‌های یادگیری بی‌نظارت است و فرایندی است که در طی آن، نمونه‌ها به دسته‌هایی که اعضای آن مشابه یکدیگر می‌باشند تقسیم می‌شود و به این دسته‌ها خوشه گفته می‌شود؛ بنابراین خوشه مجموعه‌ای از اشیاست که در آن، اشیا با یکدیگر مشابه‌اند؛ اما با اشیا موجود در خوشه‌های دیگر مشابه نیستند. الگوریتم پایه‌ای خوشه‌بندی میانگین K به صورت زیر است:

۱. K نقطه را به عنوان مراکز ثقل اولیه انتخاب می‌شود.
۲. تکرار مراحل زیر تا زمانی که دیگر تغییری در خوشه‌ها ایجاد نشود:  
الف) با قرار دادن هر نقطه به نزدیک‌ترین مرکز آن، K خوشه به دست می‌آید.  
ب) مرکز ثقل برای هر خوشه دوباره محاسبه می‌شود.

### الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات یا کوچ پرندگان (PSO)<sup>۱</sup>

الگوریتم توده ذرات، یک الگوریتم جست‌وجوی اجتماعی است که در ابتدا توسط کندی و ابره‌ارت<sup>۲</sup> (۱۹۹۵) و شی و ابره‌ارت<sup>۳</sup> (۱۹۹۸) ارائه شد که بر طبق رفتار اجتماعی دسته‌های پرندگان مدل شده است. در الگوریتم توده ذرات، ذرات<sup>۴</sup> در فضای جست‌وجو جاری می‌شوند. تغییر مکان ذرات در فضای جست‌وجو تحت تأثیر تجربه و دانش خودشان و همسایگان‌شان است. بنابراین موقعیت دیگر توده<sup>۵</sup> ذرات بر چگونگی جست‌وجوی یک ذره اثر می‌گذارد. نتیجه مدل‌سازی این رفتار اجتماعی فرایند جست‌وجویی است که ذرات به سمت نواحی موفق میل می‌کنند.

این فرایند با یک گروه ذرات تصادفی (راه‌حل)، N آغاز می‌شود. ذره i ام توسط موقعیت خود به عنوان یک نقطه در یک فضای S بعدی (S تعداد متغیرها است) نشان داده شده است. همان‌طور که قبلاً ذکر شد در طول فرایند، هر ذره i، سه مقدار را ارزیابی می‌کند: موقعیت فعلی خود ( $X_i$ )؛ بهترین موقعیت که در چرخه‌های قبلی رسیده است ( $P_i$ ) شتاب پرواز ( $V_i$ ). این سه ارزش به شرح زیر ارائه شده است:

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{is}) \quad \text{موقعیت جاری}$$

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{is}) \quad \text{بهترین موقعیت قبلی}$$

$$V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{is}) \quad \text{شتاب پرواز}$$

1. Partical Swarm Optimization  
2. Kennedy & Eberhart  
3. Shi & Eberhart  
4. Particle  
5. Swarm



در هر فاصله زمانی (چرخه)، موقعیت ( $P_g$ ) از بهترین ذره ( $g$ ) به عنوان بهترین تناسب تمام ذرات محاسبه می‌شود. بر این اساس، هر ذره سرعت  $V_i$  را برای به دست آوردن بهترین ذره  $g$  به صورت زیر به روز می‌کند:

$$New V_i = \omega \times current V_i + c_1 \times rand() \times (P_i - X_i) + c_2 \times Rand() \times (P_g - X_i) \quad (1) \text{ رابطه}$$

با استفاده از شتاب جدید  $V_i$ ، موقعیت به روز شده ذره به صورت زیر درمی‌آید:

$$New position X_i = current position X_i + New V_i \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$V_{max} \geq V_i \geq -V_{max}$$

جایی که  $c_1$  و  $c_2$  دو عدد ثابت مثبت به نام عوامل یادگیری ( $c_1 = c_2 = 2$ ) هستند  $rand()$  و  $Rand()$  دو تابع تصادفی در محدوده  $[1, 0]$  هستند،  $V_{max}$  یک حد بالایی در حداکثر تغییر سرعت ذرات است. عملگر  $\omega$  نقش توازن بین جست‌وجوی جهانی<sup>۱</sup> و جست‌وجوی محلی<sup>۲</sup> را ایفا می‌کند.

### تابع برازندگی Omega-CVaR

نسبت امگا معیاری است که توسط کیتینگ و شدویک<sup>۳</sup> (۲۰۰۲) ارائه شد و همه ویژگی‌های توزیعی سری‌های زمانی بازده را در بر می‌گیرد. این نسبت یک تابع از بازده است و نیازی به فرض پارامتری برای توزیع ندارد. به طور دقیق‌تر، این نسبت بازده‌ها را پایین‌تر و بالاتر از یک آستانه زیان در نظر می‌گیرد. نسبت فوق از مجموع احتمالات سودها و زیان‌های موزون شده که ویژگی‌های ریسک و بازده توزیع را به صورت کامل توضیح می‌دهد است. تعریف دقیق ریاضی تابع به صورت زیر است:

$$\Omega(r) = \frac{I_2(r)}{I_1(r)} \quad (3) \text{ رابطه}$$

خواهیم داشت:

$$I_2(r) = \int_{\gamma}^b (1 - F(r)) dr \quad (4) \text{ رابطه}$$

$$I_1(r) = \int_a^{\gamma} F(r) dr$$

$F$  یک تابع توزیع تجمعی برای بازده در دوره زمانی  $[a, b]$  است و  $\gamma$  آستانه بازده هدف است. برای هر سرمایه‌گذار، بازده زیر آستانه مشخص به عنوان زیان در نظر گرفته می‌شود و بازده بالاتر از آستانه به عنوان سود منظور می‌شود. به صورت ساده‌تر می‌توان نسبت امگا را به صورت زیر نوشت:

1. Global Search
2. Local Search
3. Keating & Shadwick

$$\Omega(r) = \frac{E[\max(r - \gamma, 0)]}{E[\max(\gamma - r, 0)]} = \frac{E(r - \gamma)^+}{E(\gamma - r)^+} \quad \text{رابطه ۵}$$

$\gamma$  بازده هدف و  $r$  بردار بازده‌ها است. در نهایت به منظور محاسبه Omega-CVaR از ارزش در معرض خطر شرطی  $CVaR_\alpha$  به عنوان آستانه استفاده می‌شود. برای متغیر پیوسته  $X$ ، ارزش در معرض خطر شرطی برابر است با زیان مورد انتظار، با این شرط که زیان‌ها در سطح اطمینان معین از VaR بیشتر گردد. (شارما، اوتس و مهرا، ۲۰۱۷).

$$CVaR_\alpha(X) = E[X|X \geq VaR_\alpha(X)] \quad \text{رابطه ۶}$$

در این پژوهش از روش غیر پارامتری<sup>۲</sup> (شبیه‌سازی تاریخی) برای محاسبه مقدار CVaR استفاده شده است.

### مدل برازندگی چند متغیره

در این پژوهش، علاوه بر تابع Omega-CVaR از مدل چند متغیره نیز جهت بهبودسازی سبد سهام استفاده شده است. تصور کنید مسئله‌ای با  $p$  تابع هدف در دست داریم،

$$\max(f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \quad s.t. \quad x \in F \quad \text{رابطه ۷}$$

با وزن دهی به توابع هدف خواهیم داشت:

$$z = \max \sum_{p=1}^P w_p \times f_p(x) \quad s.t. \quad x \in F \quad \text{رابطه ۸}$$

برای مسئله بهبودسازی سبد سهام، از  $z$  تابع هدف استفاده می‌شود: انحراف میانگین مطلق<sup>۳</sup>، به عنوان محاسبه ریسکی که قرار است به حداقل برسد و بازده سبد سهام مورد انتظار، به عنوان هدفی که قرار است به حداکثر برسد.

$$\min z_1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^N x_i (R_{it} - \bar{R}_i) \right| \quad \text{رابطه ۹}$$

$$\max z_2 = \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$R_{it}$  بازده  $i$  ام دارایی در طول دوره تاریخی  $t$  ام است.  $\bar{R}_i = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i$

در این پژوهش از مدل میانگین نیم واریانس به عنوان مدل معیار<sup>۴</sup> استفاده شده است. مدل نیم واریانس در رابطه ۱۱ ارائه می‌شود:

1. Sharma, Utz & Mehra
2. Nonparametric Method
3. The Mean Absolute Function(MAD)
4. Benchmark

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j S_{ij} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$S_{ij} = (1/T) \cdot \sum_{t=1}^T [\text{Min}(r_{it} - mu, 0) \cdot \text{Min}(r_{jt} - mu, 0)]$$

محدودیت‌های مدل شامل:

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = 1$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$0 \leq \omega_i \leq 1$$

### ملاک حداقل حداکثر پشیمانی

ملاک حداقل حداکثر پشیمانی رویکردی است که به دنبال حداقل نمودن بدترین حالت پشیمانی است. پشیمانی به تفاوت بین بازده هر اقدام انجام شده برای یک وضعیت و بهترین نتیجه ممکن برای آن وضعیت اطلاق می‌شود. فرض کنید که یک مجموعه S از سناریوها برای پارامترهای تابع هدف داریم (S شامل تعدادی محدود از حالات |S|، بدین معنا که تابع‌های هدف منطبق با آن به صورت  $F^S(x)$  تفسیر می‌شوند. راه‌حل حداقل حداکثر پشیمانی در ارتباط با پشیمانی نسبی از طریق معادله زیر محاسبه می‌شود (کولیس و یو، ۱۹۹۷: ۲۵۳):

$$MMR = \min(y) \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

s. t.

$$f^s(x) \geq (1 - y)z^s$$

$$s \in S \quad x \in F$$

درحالی که  $Z^s$  ارزش بهینه مثبت برای حالت S و y متغیری است که حداقل حداکثر پشیمانی نسبی را نشان می‌دهد. هر چه حداقل حداکثر پشیمانی کوچک‌تر باشد، راه‌حل بهینه مرتبط با آن استوارتر است.

### داده‌های مورد استفاده

جامعه آماری پژوهش کلیه شرکت برتر پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران است. نمونه پژوهش ۵۰ شرکت پذیرفته شده در بین سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۶ است. ۵۰ سهم مذکور به نحوی انتخاب شده است که در هر یک از سال‌های مورد بررسی دارای شاخص نقد شوندگی بالا باشند و نماد این سهام در طول زمان مذکور توقف طولانی مدت نداشته باشند. از داده‌های سال‌های ۱۳۸۸ الی ۱۳۹۵ به عنوان داده برای تشکیل سبد سهام بهینه استفاده شده است و از داده‌های سال ۱۳۹۶ برای آزمون خارج از نمونه مدل استفاده می‌شود تا معیار مناسبی برای مقایسه

مدل‌های مختلف به دست آید. به منظور محاسبه سبدهای سهام بهینه و آزمون آن‌ها، به ترتیب از نرم‌افزارهای متلب (نسخه ۲۰۱۶ب) و اسپاس (نسخه ۲۳) استفاده شده است.

### معيار ارزیابی عملکرد

پس از اجرا کردن مدل، از شاخص نسبت اطلاعاتی<sup>۱</sup> به عنوان شاخص ارزیابی عملکرد سبد سهام استفاده خواهد شد. در صورت نرمال بودن نسبت اطلاعاتی در دوره‌های مورد بررسی با استفاده از آزمون مقایسات زوجی<sup>۲</sup> به مقایسه بین رویکردهای مختلف پیاده‌سازی مدل پرداخته می‌شود. در صورت نرمال نبودن شاخص ارزیابی عملکرد از آزمون ویلکاکسون<sup>۳</sup> جهت مقایسه شاخص‌های ارزیابی عملکرد استفاده خواهد شد. این نسبت با تقسیم بازده مورد انتظار فعال بر خطای ردیابی<sup>۴</sup> تعریف می‌شود. بازده فعال، تفاوت بین بازده سبد سهام و بازده شاخص انتخاب شده است و خطای ردیابی انحراف استاندارد بازده فعال است.

$$IR^t = \frac{E(r_p^t - r_m^t)}{TE^t} \quad \text{رابطه ۱۳}$$

$r_p^t$  برابر با بازدهی سبد سهام و  $r_m^t$  بازدهی بازار در دوره  $t$  است و  $TE$  بیانگر خطای ردیابی است.

### یافته‌های پژوهش

در پژوهش حاضر در ابتدا با استفاده لگاریتم طبیعی بازده روزانه شاخص کل و با به کارگیری الگوریتم خوشه‌بندی میانگین  $K$  اقدام به دسته‌بندی بازار بر اساس بازده شد. در جدول ۱ هر یک از سناریوها و مقادیر بازده در هر یک از آن‌ها ارائه شده است.

جدول ۱. بازده روزانه بازار در سناریوهای مختلف

بازده روزانه بازار		وضعیت بازار	شماره سناریو
بیشترین	کمترین		
-۰/۰۰۸۲۵	-۰/۰۵۵۱۳	خیلی بد	۱
-۰/۰۰۱۱۸	-۰/۰۰۸۱۷	بد	۲
۰/۰۰۴۷۲	-۰/۰۰۱۱۴	ثابت	۳
۰/۰۱۳۶۲	۰/۰۰۴۷۶	خوب	۴
۰/۰۵۴۰۲	۰/۰۱۳۹۸	خیلی خوب	۵

در ادامه لگاریتم طبیعی بازده روزانه سهام شرکت‌های نمونه در دوره مورد بررسی محاسبه شد. بازده روزانه هر سهم با توجه به وضعیت بازار در آن روز بر اساس تقسیم‌بندی به عمل آمده (الگوریتم میانگین  $K$ ) به سناریوی مدنظر تخصیص

1. Informaion Ratio
2. Paired-Sample T test
3. Wilcoxon Test
4. Tracking Error

داده می‌شود. برای مثال، در سناریوی ۱ فقط بازده‌های روزانه سهام برای روزهایی در نظر گرفته می‌شود که بازار در شرایط خیلی بد قرار داشته است. در محاسبه الگوریتم توده ذرات اندازه جمعیت ۲۰۰ و تعداد تکرار ۵۰۰ در نظر گرفته شده است. همچنین به منظور محاسبه  $w$  در هر تکرار از رابطه (۱۴) در الگوریتم استفاده شده است:

$$w = w_{max} - (k * (w_{max} - w_{min}) / \text{max iteration}) \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

$k$  برابر با تکرار  $k$  ام الگوریتم است و  $w_{max}$  و  $w_{min}$  به ترتیب برابر  $۰/۹$  و  $۰/۵$  است.

در بهینه‌سازی سبد سهام از دو تابع برازش استفاده شده است. اولین تابع برازش تابع چند متغیره میانگین و انحراف میانگین مطلق است. با توجه به اینکه تابع فوق‌الذکر چند متغیره است به هر یک از دو تابع هدف وزن داده می‌شود.  $((۱ و ۰)$ ،  $(۰/۹ و ۰/۱)$ ،  $(۰/۸ و ۰/۲)$ ،  $(۰/۹ و ۰/۱)$ ، ...،  $(۰/۸ و ۰/۲)$ ،  $(۰/۹ و ۰/۱)$ ) به نحوی که مجموع هر یک از ۱۱ ترکیب وزنی برابر با یک شود. در مدل چند متغیره  $w_1$  وزن مربوط به انحراف میانگین مطلق و  $w_2$  وزن مربوط به بازده هست. در جدول ۲ ریسک، بازده، تعداد سهام موجود در هر سبد سهام و سبد سهام استوار ارائه شده است. سبد سهام استوار با به‌کارگیری ملاک حداقل حداکثر پشیمانی تابع هدف از بین سبدهای سهام بهینه سناریوها در هر ترکیب وزنی به‌دست آمده است.

جدول ۲. نتایج الگوریتم با به‌کارگیری تابع چند متغیره

وزن $w_1$ در تابع هدف	سبد سهام استوار	ریسک	بازده	تعداد سهام در سبد سهام
۰	۵	۰/۰۱۹۹	۰/۰۰۴۷	۱۲
۰/۱	۵	۰/۰۲۱۷	۰/۰۰۴۸	۹
۰/۲	۵	۰/۰۲۳۲	۰/۰۰۵۲	۸
۰/۳	۵	۰/۰۱۵۹	۰/۰۰۳۵	۱۱
۰/۴	۵	۰/۰۱۳۳	۰/۰۰۳۰	۱۵
۰/۵	۵	۰/۰۱۵۲	۰/۰۰۱۸	۱۰
۰/۶	۲	۰/۰۱۰۹	۰/۰۰۱۴	۱۷
۰/۷	۳	۰/۰۱۰۹	۰/۰۰۰۵	۸
۰/۸	۴	۰/۰۱۱۶	۰/۰۰۰۱	۱۵
۰/۹	۲	۰/۰۱۰۳	۰/۰۰۱۰	۱۳
۱/۰	۵	۰/۰۰۹۹	-۰/۰۰۰۳	۱۰

همان‌طور که در جدول ۲ مشخص است با افزایش مقدار وزن تابع انحراف میانگین مطلق، ریسک و بازده روزانه سبدهای سهام بهینه به‌دست‌آمده کاهش یافته است. نتایج به‌دست‌آمده حاکی از آن است که در هفت ترکیب وزنی سبد سهام شماره ۵ که بر اساس داده‌های سناریو خیلی خوب بازار محاسبه شده است به‌عنوان سبد سهام استوار شناسایی شده است و در دو ترکیب وزنی سبد سهام شماره ۲ که بر اساس داده‌های سناریوی بد بازار بهینه شده است سبد سهام استوار است. تنها در دو مجموعه وزنی سبدهای سهامی که بر اساس شرایط بازار ثابت و خوب به‌دست‌آمده‌اند بهینه شده است.

هیچ یک از سبدهای سهام بهینه در شرایط بازار خیلی بد با استفاده از ملاک حداقل حداکثر پیشیمانی به عنوان سبد سهام استوار انتخاب نشده‌اند.

جدول ۳ نتایج به دست آمده از الگوریتم توده ذرات با به کارگیری مدل Omega-CVaR (در سطوح اطمینان  $\alpha$  برابر با ۵ و ۱۰ درصد) و میانگین نیم واریانس به عنوان توابع برازش در سناریوهای مختلف را ارائه می‌دهد.

جدول ۳. نتایج به کارگیری مدل Omega-CVaR و میانگین نیم واریانس

تعداد سهام در سبد سهام	بازده	ریسک	سبد سهام استوار	تابع هدف
۱۳	۰/۰۰۱۵	۰/۰۱۳۸	۴	$\alpha = 5\%$
۱۲	۰/۰۰۱۵	۰/۰۱۲۰	۲	$\alpha = 10\%$
۱۵	-۰/۰۰۰۸	۰/۰۰۹۸	۱	میانگین، نیم واریانس

بر اساس نتایج به دست آمده از الگوریتم با تابع برازش Omega-CVaR در سطح اطمینان ۵ درصد، سبد سهام شماره ۲ که بر اساس داده‌های بازار در شرایط بد و در سطح اطمینان ۱۰ درصد سبد سهام شماره ۵ که بر اساس داده‌های بازار خیلی خوب است به عنوان سبد سهام استوار به دست آمده است. از داده‌های مدل میانگین نیم واریانس به عنوان شاخص به منظور مقایسه خروجی سبدهای سهام استفاده شده است. در جدول ۴ نتایج الگوریتم‌های مختلف بدون سناریوبندی بازار ارائه شده است. بر اساس نتایج به دست آمده با افزایش میزان  $w_1$  که بیانگر وزن انحراف میانگین مطلق در مدل چند متغیره است میزان بازده سبدهای سهام در دوره مورد بررسی کاهش یافته است. همچنین با کاهش سطح اطمینان در تابع Omega-CVaR عملکرد سبد سهام بهینه بهبود چشمگیری داشته است.

جدول ۴. نتایج الگوریتم‌های مختلف بدون در نظر گرفتن سناریوها

تعداد سهام در سبد سهام	بازده	ریسک	تابع هدف
۱۵	۰/۰۰۱۴	۰/۰۱۳۸	$w_1=0$
۱۳	۰/۰۰۱۴	۰/۰۱۳۶	$w_1=0/1$
۱۵	۰/۰۰۱۲	۰/۰۱۱۷	$w_1=0/2$
۱۵	۰/۰۰۰۹	۰/۰۱۱۳	$w_1=0/3$
۱۶	۰/۰۰۰۹	۰/۰۱۰۶	$w_1=0/4$
۱۲	۰/۰۰۰۹	۰/۰۱۱۳	$w_1=0/5$
۱۱	۰/۰۰۰۸	۰/۰۱۲۴	$w_1=0/6$
۲۰	۰/۰۰۰۸	۰/۰۱۰۶	$w_1=0/7$
۱۶	۰/۰۰۰۷	۰/۰۱۰۸	$w_1=0/8$
۱۰	۰/۰۰۰۶	۰/۰۱۲۹	$w_1=0/9$
۸	۰/۰۰۰۶	۰/۰۱۲۵	$w_1=1/0$
۱۴	۰/۰۰۰۹	۰/۰۱۲۶	$\alpha = 5\%$
۱۸	۰/۰۰۰۷	۰/۰۱۲۵	$\alpha = 10\%$
۲۶	۰/۰۰۰۷	۰/۰۱۰۱	میانگین نیم واریانس

در ادامه به منظور بررسی و ارزیابی سبدهای سهام به دست آمده، وزن های استخراج شده برای سهام که از محاسبه هر یک از الگوریتم ها به دست آمده است برای آزمون خارج از نمونه (بازه زمانی ۱۳۹۶/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۶/۱۲/۲۹) استفاده می شود. جهت ارزیابی هر یک از سبدهای سهام به دست آمده از خطای ردیابی و نسبت اطلاعاتی در این پژوهش استفاده شده است. جهت محاسبه نسبت های فوق الذکر داده های آزمون به صورت ماهانه محاسبه شده و نسبت اطلاعاتی برای هر ماه به دست می آید. جهت مقایسه عملکرد سبدهای سهام استوار از داده های مدل میانگین نیم واریانس و مدل چند متغیره و Omega-CVaR بدون در نظر گرفتن سناریو به عنوان سبدهای سهام ناستوار استفاده شده است.

در جدول ۵ نتایج آزمون مقایسه ای زوجی بر اساس مقادیر ماهانه نسبت اطلاعاتی سبدهای سهام استوار (بهترین سبدهای سهام در سناریوهای مختلف) و سبدهای سهام ناستوار (نتایج حاصله از مدل ها بدون سناریو بندی بازار) ارائه شده است. با توجه به نرمال بودن نسبت های اطلاعاتی ماهانه سبدهای سهام، از آزمون مقایسات زوجی جهت ارزیابی عملکرد سبدهای سهام استوار استفاده شده است. رد شدن فرض صفر بدین مفهوم است که مدل استوار در افزایش مقدار نسبت اطلاعاتی پرتفوی نسبت به پرتفوی ناستوار موفق نبوده است.

جدول ۵. نتایج آزمون مقایسات زوجی نسبت اطلاعاتی

سطح معناداری	مقدار آماره t	انحراف استاندارد اختلافات	میانگین اختلافات	تابع هدف	
۰/۰۴۶	-۲/۲۴۵	۰/۴۳۴	-۰/۲۸۱	$w_1=0$	چند متغیره
۰/۰۷۱	-۲/۰۰۲	۰/۱۲۷	-۰/۰۷۳	$w_1=0/1$	
۰/۰۴۶	-۲/۱۴۱	۰/۴۰۰	-۰/۲۴۷	$w_1=0/2$	
۰/۰۳۹	-۲/۳۴۴	۰/۰۷۱	-۰/۰۴۸	$w_1=0/3$	
۰/۰۴۰	-۲/۳۳۰	۰/۴۴۹	-۰/۳۰۲	$w_1=0/4$	
۰/۰۴۶	-۲/۲۴۶	۰/۳۸۱	-۰/۲۴۷	$w_1=0/5$	
۰/۰۴۸	۲/۲۲۹	۰/۱۳۵	-۰/۰۸۷	$w_1=0/6$	
۰/۰۲۶	-۲/۵۶۷	۰/۰۶۴	-۰/۰۴۸	$w_1=0/7$	
۰/۰۴۲	-۲/۳۰۶	۰/۳۹۶	-۰/۲۶۴	$w_1=0/8$	
۰/۰۳۶	-۲/۳۸۷	۰/۱۲۳	-۰/۰۸۴	$w_1=0/9$	
۰/۰۴۸	۲/۲۲۰	۰/۰۲۸	۰/۰۱۸	$w_1=1/0$	
۰/۰۲۸	-۲/۵۳۰	۰/۱۷۳	-۰/۱۲۶	$\alpha = 5\%$	Omega-CVaR
۰/۰۳۱	۲/۴۷۴	۰/۰۲۸	-۰/۱۷۷	$\alpha = 10\%$	
۰/۰۳۷	-۲/۳۶۶	۰/۲۲۷	-۰/۱۵۵		میانگین نیم واریانس

همان طور که از داده های جدول ۵ مشخص است و با توجه به سطح معناداری آماره t در مدل چند متغیره در تمامی ترکیب های وزنی به غیر از  $w_1=0/1$  دلیلی برای رد فرضیه صفر وجود نداشته (سطح معناداری آماره t کمتر از ۰/۰۵ است) و سبدهای سهام استوار نسبت به سبدهای سهام ناستوار در افزایش نسبت اطلاعاتی موفق بوده است. همچنین در مدل

Omega-CVaR و مدل میانگین نیم واریانس با توجه به سطح معناداری آزمون، سبد سهام استوار عملکرد بهتری نسبت به سبد سهام ناستوار (بدون در نظر گرفتن سناریوها) دارد. در حقیقت سناریوسازی بازار و به کارگیری ملاک حداقل حداکثر پشیمانی باعث کاهش خطای ردیابی و افزایش نسبت اطلاعاتی شده است.

در ادامه در جدول ۶ نتایج به کارگیری آزمون مقایسات زوجی بین نسبت‌های اطلاعاتی ماهانه سبدهای سهام استوار (با به کارگیری سناریوبندی بازار و ملاک حداقل حداکثر پشیمانی) در مدل‌های چند متغیره و Omega-CVaR با نسبت اطلاعاتی ماهانه سبد سهام ناستوار محاسبه شده در مدل میانگین نیم واریانس بدون سناریوبندی بازار به عنوان سبد سهام معیار ارائه شده است.

جدول ۶. نتایج آزمون مقایسات زوجی سبد سهام استوار و سبد سهام معیار

سطح معناداری	مقدار آماره t	انحراف استاندارد اختلافات	میانگین اختلافات	تابع هدف	
۰/۰۴۵	-۲/۲۶۱	۰/۴۵۱	-۰/۲۹۴	$w_1=0$	چند متغیره
۰/۰۴۷	-۲/۲۴۰	۰/۲۲۸	-۰/۱۴۸	$w_1=0/1$	
۰/۰۴۹	-۲/۲۱۵	۰/۳۵۱	-۰/۲۲۴	$w_1=0/2$	
۰/۰۳۳	-۲/۴۲۹	۰/۰۷۲	-۰/۰۵۱	$w_1=0/3$	
۰/۰۳۶	-۲/۳۸۵	۰/۲۱۵	-۰/۱۴۸	$w_1=0/4$	
۰/۰۴۸	-۱/۶۴۱	۰/۰۲۷	-۰/۰۱۳	$w_1=0/5$	
۰/۰۴۱	-۲/۳۲۱	۰/۳۲۳	-۰/۲۱۷	$w_1=0/6$	
۰/۰۲۶	-۲/۵۶۷	۰/۰۶۴	-۰/۰۴۸	$w_1=0/7$	
۰/۰۴۷	-۲/۲۳۵	۰/۰۴۱	-۰/۰۲۶	$w_1=0/8$	
۰/۰۴۲	-۲/۳۰۴	۰/۳۳۵	-۰/۲۳۶	$w_1=0/9$	
۰/۰۴۸	-۲/۲۲۶	۰/۰۹۶	-۰/۰۶۱	$w_1=1/0$	
۰/۰۳۷	-۲/۳۷۶	۰/۴۹۲	-۰/۳۳۷	$\alpha = 5\%$	Omega-CVaR
۰/۰۴۹	-۲/۲۰۶	۰/۳۴۱	-۰/۲۱۷	$\alpha = 10\%$	

نتایج آزمون مقایسات زوجی در جدول ۶ بیانگر این موضوع است که سبدهای سهام استوار هر دو مدل چند متغیره و Omega-CVaR با در نظر گرفتن ملاک حداقل حداکثر پشیمانی باعث افزایش نسبت اطلاعاتی در مقایسه با سبد سهام معیار نیم واریانس شده‌اند. با توجه به نتایج حاصل شده دلیلی برای رد هر دو فرضیه پژوهش وجود ندارد و سبدهای سهام بهینه- استوار چند متغیره و Omega-CVaR نسبت به سبد سهام معیار با در نظر گرفتن ملاک حداقل حداکثر پشیمانی عملکرد بهتری در افزایش میزان نسبت اطلاعاتی داشته‌اند.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش جهت کاهش عدم قطعیت اقدام به سناریو بندی بازار بر اساس بازده شاخص روزانه با استفاده از الگوریتم



خوشه‌بندی میانگین  $K$  شده است. وضعیت بازار به ۵ حالت خیلی بد، بد، ثابت، خوب و خیلی خوب تقسیم شده است. در ادامه اقدام به بهینه‌سازی سبدهای سهام در سناریوهای مختلف با به‌کارگیری الگوریتم توده ذرات و توابع هدف چند متغیره و  $\Omega$ -CVaR شده و سبدهای سهام بهینه در هر وضعیت بازار محاسبه شده است. با در نظر گرفتن ملاک حداقل حداکثر پشیمانی توابع هدف سبد سهام بهینه - استوار در هر یک از الگوریتم‌ها به‌دست‌آمده است. سبد سهام استوار بیانگر این است که در هر وضعیت بازار بهترین عملکرد را در جهت کاهش پشیمانی سرمایه‌گذار خواهد داشت. نتایج به‌دست‌آمده بیانگر این است که سناریو بندی بازار با استفاده از داده‌های تاریخی شاخص کل و به‌کارگیری ملاک حداقل حداکثر پشیمانی جهت انتخاب سبد سهام بهینه استوار باعث بهبود نسبت اطلاعاتی سبد سهام به‌دست‌آمده در مقایسه با سبد سهام معیار (ناستوار) شده است.

از جمله محدودیت‌های پژوهش می‌توان به کمبودهای موجود در دسترسی به اطلاعات کلیه شرکت‌های بورسی و بسته بودن نماد معاملاتی آن‌ها در دوره مورد بررسی اشاره نمود. از جمله محدودیت‌های دیگر این پژوهش می‌توان به پیچیدگی محاسباتی مدل‌ها و زمان‌بر بودن محاسبه الگوریتم‌ها توسط نرم‌افزار متلب اشاره نمود. در پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود از دیگر شاخص‌های بازار از جمله شاخص نقدی و شاخص ۵۰ شرکت برتر جهت سناریو بندی بازار استفاده گردد. همچنین پیشنهاد می‌شود از سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی از جمله الگوریتم‌های فازی و کلونی مورچان جهت بهینه‌سازی و مقایسه نتایج با الگوریتم توده ذرات به کار گرفته شود.

## منابع

- ابریشمی، آذین؛ یوسفی زنور، رضا (۱۳۹۳). انتخاب سبد سهام با استفاده از بهینه‌سازی استوار. *تحقیقات مالی*، ۱۶(۲)، ۲۰۱-۲۱۸.
- بحری ثالث، جمال؛ پاک‌مرام، عسگر؛ ولی‌زاده، مصطفی (۱۳۹۷). انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش میانگین واریانس مارکوویتز با بهره‌گیری از الگوریتم‌های مختلف. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۱۱(۳۷)، ۴۳-۵۳.
- جمشیدی عینی، عصمت؛ خالوزاده، حمید (۱۳۹۵). بررسی روش‌های هوشمند در حل مسئله سبد سهام مقید در بازار سهام تهران. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۹(۲۹)، ۸۵-۹۶.
- فلاح‌پور، سعید؛ تندنویس، فرید (۱۳۹۳). کاربرد مدل پایدار در انتخاب پرتفوی بهینه سهام. *فصلنامه دانش سرمایه‌گذاری*، ۱۰(۳)، ۶۷-۸۱.
- فلاح‌پور، سعید؛ تندنویس، فرید (۱۳۹۴). کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها. *تحقیقات مالی*، ۱۷(۲)، ۳۲۵-۳۴۰.

## References

- Abrishami, A. & Yousefi, R. (2014). Portfolio selection by robust optimization. *Financial Research Journal*, 16(2), 201-218. (in Persian)
- Bahri, J., Pakmaram, A. & Valizadeh, M. (2018). Selection and portfolio optimization by mean-

- variance markowitz model and using the different algorithms. *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 11(37), 43-53. (in Persian)
- Bertsimas, D., Brown, D. & Caramanis, C. (2011). Theory and applications of robust optimization. *SIAM Review*, 53(3), 464-501.
- Bertsimas, D. & Pachamanova, D. (2008). Robust multiperiod portfolio management in the presence of transaction costs. *Computers & Operations Research*, 35, 3-17.
- Bianchi, L., Dorigo, M., Gambardella, L.M. & Gutjahr, W.J. (2009). A survey on metaheuristics for stochastic combinatorial optimization. *Natural Computing*, 8(2), 239-287.
- Blum, C. & Roli, A. (2003). Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3), 268-308.
- Clerc, M. & Kennedy, J. (2002). The particle swarm – explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(1), 58 – 73.
- Conde, E. & Leal, M. (2017). Minmax regret combinatorial optimization problems with investments. *Computers and Operations Research*, 85, 1-11.
- Dupacova, J. & Kopa, M. (2014). Robustness of optimal portfolios under risk and stochastic dominance constraints. *European Journal of Operational Research*, 234, 434-441.
- Eberhart, R.C. & Shi, Y. (2001). Particle swarm optimization: developments, applications and resources. *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.01TH8546)*, Seoul, South Korea, 1, 81-86.
- Fallahpour, S., & Tondnevis, F. (2014). Robust model for optimal portfolio selection. *Journal of Investment Knowledge*, 3, 67-84. (in Persian)
- Fallahpour, S., & Tondnevis, F. (2016). Application of an optimization model for constructing an index tracker portfolio and considering the uncertainty of model parameters by using of robust optimization approach. *Financial Research Journal*, 17(2), 325-340. (in Persian)
- Fliege, J. & Werner, R. (2014). Robust multiobjective optimization and applications in portfolio optimization. *European Journal of Operations Research*, 234, 422-433.
- Hu, X. & Eberhart, R. (2002). Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization. *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, CEC'02*, Honolulu, HI, USA, 2, 1677-1681.
- Huo, L., Kim, T.-H. & Kim, Y. (2012). Robust estimation of covariance and its application to portfolio optimization. *Finance Research Letters*, 9, 121-134.
- Jamshidi Eyni, E., & Khaloozadeh, H. (2016). Using intelligent methods in solving constrained portfolio in Tehran Stock Exchange. *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 9(29), 85-96. (in Persian)
- Keating, c. & Shadwick, W. F. (2002). A Universal Performance Measure. *Journal of Performance Measurement*, 6, 1-42.

- Kennedy, J. & Eberhart, R. (1995). Particle Swarm Optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, 1942–1948.
- Kim, J. H., Kim, W. C. & Fabozzi, F. J. (2015). Recent developments in robust portfolios with a worst-case approach. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 161, 103-121.
- Kim, W. C., Kim, J. H., Mulvey, J. M. & Fabozzi, F. J. (2015). Focusing on the worst state for robust investing. *International Review of Financial Analysis*, 39, 19-31.
- Kouvelis, P. & Yu, G. (1997). Robust discrete optimization and Its applications. *Springer Science Business Media*, Boston, US.
- Mulvey, J. M., Vanderbei, R. J. & Zenios, S. A. (1995). Robust optimization of large-scale systems. *Operations Research*, 43, 264–281.
- McNeil, A. J., Frey, R. & Embrechts, P. (2005). Quantitative risk management. *NorthAmerican Actuarial Journal*, 10(2), 154.
- Parsopoulos, K. & Vrahatis, M. (2002). Particle swarm optimization method in multiobjective problems. *Proceedings of the ACM Symposium on Applied Computing (SAC 2002)*, 603–607.
- Sharma, A., Utz, S. & Mehra, A. (2017). Omega-CVaR portfolio optimization and its worst case analysis. *OR Spectrum*, 39(2), 505–539.
- Shi, Y. & Eberhart, R. C. (1998). A modified particle swarm optimizer. *Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, 69–73.
- Tütüncü, R. & Koenig, M. (2004). Robust asset allocation. *Annals of Operations Research*, 132, 157–187.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Hassapis, C. & Zopounidis, C. (2017). Robust multiobjective portfolio optimization: A minimax regret approach. *European Journal of Operational Research*, 262(1), 299-305.
- Yoshida, H., Kawata, K. & Fukuyama, Y. (2001). A particle swarm optimisation for reactive power and voltage control considering voltage security assessment. *IEEE Transaction on Power Systems*, 15(4), 1232-1239.