



## Stock Portfolios Optimization at the Industry Level Regarding Constraints in Practice: Liquidity, Transaction Cost, Turnover & Tracking-error

**Hadis Hamidifard**

MSc., Department of Humanity Sciences, Faculty of Economics, Khatam University, Tehran, Iran. E-mail: h.hamidifard@khatam.ac.ir

**Behnam Aminrostamkolaee** 

\*Corresponding Author, Assistant Prof., Department of Humanity Sciences, Faculty of Economics, Khatam University, Tehran, Iran. E-mail: b.amin1@khatam.ac.ir

**Hatra Voghouei**

Assistant Prof., Department of Humanity Sciences, Faculty of Economics, Khatam University, Tehran, Iran. E-mail: h.voghouei@khatam.ac.ir

### Abstract

**Objective:** This study seeks to optimize stock portfolios at the industry level for an intended investment company by considering some limitations (the amount of liquidity of each industry in a month, transaction costs, portfolio turnover, and tracking error) in practice.

**Methods:** The research hypothesis was initially tested. In the first stage, the optimization was implemented without considering the restrictions. Then, the optimization was implemented by imposing all the constraints except the tracking error. In the third stage, the optimization was implemented by placing all the constraints.

**Results:** The obtained results proved portfolio optimization statistically significant and indicated that it had a higher Sharpe ratio than the construction of a random portfolio. The first step of this study showed that the intended company was far from the efficient frontier. Also, to maximize returns, minimize risks, and maximize the Sharpe ratio, the weights of the industries were needed to be changed (the weight of the sugar and pharmaceutical industries are recommended to be increased). The second phase approved that the company was still far from

the efficient frontier and the efficient frontier had become smaller and moved downwards and to the right (the weight of the sugar and pharmaceutical industry are recommended to be increased more than the weight of others). The third step showed that the company was still far from the efficient frontier and the efficient frontier had become smaller and moved downwards and to the right (the weight of the metal and chemical industry are required to be higher than others).


**Conclusion:** Applying real-world constraints may end in different consequences.

**Keywords:** Portfolio optimization, Liquidity, Transaction costs, Portfolio turnover, Tracking error

**Citation:** Hamidifard, Hadis, Aminrostamkolaee, Behnam and Voghouei, Hatra (2021). Stock Portfolios Optimization at the Industry Level Regarding Constraints in Practice: Liquidity, Transaction Cost, Turnover & Tracking-error. *Financial Research Journal*, 23(4), 564- 592. doi: <https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.319983.1007148> (*in Persian*)

---

Financial Research Journal, 2021, Vol. 23, No.4, pp. 564-592

 doi: <https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.319983.1007148>

© Authors

Published by University of Tehran, Faculty of Management

Article Type: Research Paper

Received: March 13, 2021

Accepted: September 06, 2021



## بهینه‌سازی سبد سهام در سطح صنایع همراه با در نظر گرفتن محدودیت‌ها در عمل: میزان

### نقدشوندگی، هزینه معاملات، ضریب گردش سبد و خطای تعقیب

حدیث حمیدی فرد

کارشناس ارشد، گروه علوم اقتصادی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه خاتم، تهران، ایران. رایانامه: h.hamidifard@khatam.ac.ir

بهنام امین رستمکلائی

\* نویسنده مسئول، استادیار، گروه علوم اقتصادی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه خاتم، تهران، ایران. رایانامه: b.amin1@khatam.ac.ir

ها ترا وقوعی

استادیار، گروه علوم اقتصادی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه خاتم، تهران، ایران. رایانامه: h.voghouei@khatam.ac.ir

## چکیده

**هدف:** هدف اصلی این پژوهش، بهینه‌سازی سبد سهام در سطح صنایع برای یک شرکت سرمایه‌گذاری در عمل با در نظر گرفتن برخی محدودیت‌ها (میزان نقدشوندگی هر صنعت در یک ماه، هزینه معاملات، ضریب گردش سبد و خطای تعقیب) است.

**روش:** ابتدا آزمون فرضیه پژوهش انجام شد. در مرحله اول، بهینه‌سازی بدون اعمال محدودیت‌ها و سپس بهینه‌سازی با اعمال همه محدودیت‌ها به‌جز خطای تعقیب و در مرحله سوم بهینه‌سازی با اعمال همه محدودیت‌ها اجرا شد.

**یافته‌ها:** آزمون فرضیه نشان داد که بهینه‌سازی سبد نسبت به ساخت سبد تصادفی، نسبت شارپ بالاتری را نتیجه می‌دهد و از نظر آماری معنادار است. یافته‌های مرحله اول نشان داد که این شرکت از مرز کارا فاصله دارد و برای هدف‌گذاری حداکثرسازی بازده، حداقل‌سازی ریسک و حداکثرسازی نسبت شارپ وزن‌های صنایع باید تغییر کند (پیشنهاد می‌شود که وزن صنعت قندوشکر و دارویی بیشتر از صنایع دیگر شود). یافته‌های مرحله دوم نشان داد که این شرکت باز هم از مرز کارا فاصله دارد و مرز کارا کوچک‌تر شده و به سمت پایین و راست انتقال یافته است (پیشنهاد می‌شود که وزن صنعت قندوشکر و دارویی بیشتر از صنایع دیگر شود). در نهایت، یافته‌های مرحله سوم نشان داد که این شرکت باز هم از مرز کارا فاصله دارد و مرز کارا به‌طور مجدد کوچک‌تر شده و به سمت پایین و راست انتقال یافته است (پیشنهاد می‌شود که وزن صنعت استخراج کانه‌های فلزی و شیمیایی بیشتر از صنایع دیگر شود).

**نتیجه‌گیری:** اعمال محدودیت‌های دنیای واقعی، نتایج متفاوتی را رقم می‌زند.

**کلیدواژه‌ها:** بهینه‌سازی سبد، میزان نقدشوندگی، هزینه معاملات، ضریب گردش سبد، خطای تعقیب

**استناد:** حمیدی فرد، حدیث، امین رستمکلائی، بهنام و وقوعی، ها ترا (۱۴۰۰). بهینه‌سازی سبد سهام در سطح صنایع همراه با در نظر گرفتن محدودیت‌ها در عمل: میزان نقدشوندگی، هزینه معاملات، ضریب گردش سبد و خطای تعقیب. *تحقیقات مالی*، ۲۳(۴)، ۵۶۴-۵۹۲.

## مقدمه

مفاهیم بهینه‌سازی سبد سهام و تنوع‌بخشی به مثابه ابزاری در راستای توسعه و فهم بازارهای مالی و تصمیم‌گیری مالی درآمده‌اند. ارائه نظریه انتخاب سبد سهام هری مارکوویتز بنیادی‌ترین موفقیت در این راستا بود. روش‌های بسیاری برای تشکیل سبد سهام وجود دارد که یکی از اولین و پرکاربردترین روش‌ها در این حوزه مدل میانگین-واریانس مارکوویتز و بهینه‌سازی مدرن (حداکثرسازی نسبت شارپ) می‌باشد. با توجه به اینکه این مدل در شکل اولیه خود بسیاری از جنبه‌های اغماض‌ناپذیر دنیای واقعی را در نظر نمی‌گیرد، در عمل استفاده از آن برای تشکیل سبد سهام مناسب به نظر نمی‌رسد (کارگر، ۱۳۹۰). برای حل این مشکل محققین با افزودن محدودیت‌هایی مثل: میزان نقدشوندگی هر صنعت، هزینه معاملات، ضریب گردش سبد و خطای تعقیب به مدل اصلی توانستند به بسیاری از نیازهای سرمایه‌گذاران پاسخ گویند. افزودن چنین محدودیت‌هایی به مدل اصلی از یک سو به واقعی‌تر شدن مدل کمک کرده و از سوی دیگر موجب دشوار شدن حل مدل می‌گردد.

از مزیت‌های سبد سهام این است که اگر در شرایط نرمال بازار، یکی از سهم‌های موجود در سبد، کاهش قیمت داشت، ممکن است سهم دیگر موجود در سبد، افزایش قیمت داشته و در نهایت کاهش ارزش سبد سهام را جبران کند (پارکر<sup>۱</sup>، ۱۳۸۰). البته این نکته را هم توجه داشته باشید که هدف از تشکیل سبد، انتخاب چند شرکت از یک صنعت نیست. در واقع با این کار سبدي تشکیل نشده است و اگر به هر دلیلی صنعت ذکر شده به یکباره دچار بحران شد، کل سرمایه در معرض ریسک قرار می‌گیرد (البته حالت عکس قضیه هم صادق است؛ یعنی اگر به هر دلیلی پتانسیل خاصی برای رشد قیمت در یک صنعت ایجاد شد از آنجایی که چند سهم از آن صنعت در سبد موجود است؛ به یکباره ارزش سبد افزایش می‌یابد) (هوآنگ<sup>۲</sup>، ۲۰۰۸). از این رو، در این تحقیق به منظور متنوع‌سازی، بهینه‌سازی سبد بر حسب صنایع انجام می‌پذیرد.

سبد سهام به منظور کاهش ریسک به گونه ای انتخاب می‌شود که در شرایط نرمال، احتمال اینکه با کاهش بازده تمامی دارایی‌ها (سهم‌هایی که خریداری شده‌اند) مواجه شود بسیار پایین است (مارکوویتز و شارپ<sup>۳</sup>، ۱۹۹۰). مالک یک سبد می‌تواند یک شخص حقیقی یا یک شخص حقوقی باشد. در کارهای عملی به‌عنوان مثال در شرکت‌های سرمایه‌گذاری، مدیریت فعال سبد پیشنهاد می‌دهد که با در نظرگیری صنایع مختلف و محدودیت‌های واقعی و محیطی مثل هزینه معاملات و... حداقل به صورت ماهانه بهینه‌سازی سبد انجام گرفته و بر اساس آن وزن صنایع مختلف با توجه به هدف (بازدهی مشخص، ریسک مشخص و حداکثرسازی نسبت شارپ) تعیین شود. همچنین از تحلیل بنیادی شرکت‌های مورد نظر در آن صنعت برای رسیدن به وزن مورد نظر هر شرکت استفاده می‌شود (تقوی فرد، طاها و خوش طینت، ۱۳۸۶). از این رو، در این تحقیق بهینه‌سازی سبد سهام در سطح صنایع برای یک شرکت سرمایه‌گذاری با در نظرگیری محدودیت‌های مختلف با استفاده از نرم افزار متلب (Matlab) اجرا می‌شود.

۱. ترجمه محمد شاه علیزاده.

2. Huang.

3. Marquitz & William.

این پژوهش از نظر فرایند اجرا (نوع داده‌ها) یک پژوهش کمی ریاضی (بهینه‌سازی سبد)، از منظر نتیجه اجرا یک پژوهش کاربردی، از منظر هدف اجرا یک پژوهش تحلیلی است. برای جمع‌آوری اطلاعات و داده‌های پژوهش از مطالعات اسنادی مبتنی بر منابع کتابخانه‌ای شامل منبع و مقالات موجود در پایگاه‌های معتبر بهره گرفته می‌شود. برای به‌دست‌آوردن داده‌ها از نرم‌افزار ره‌آورد نوین و TSE Client استفاده می‌شود. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از نرم‌افزار اکسل، پایتون (زبان برنامه‌نویسی) و متلب استفاده می‌شود. جامعه آماری این تحقیق شامل همه صنایع فعال در بورس اوراق بهادار در ایران می‌باشد و صنایع سرمایه‌گذاری شده در سبد شرکت  $X$  می‌باشد. قابل توجه است که بیشتر مدل‌ها در این تحقیق مدل‌های ریاضی هستند. البته ابتدا بررسی خواهد شد که ساخت یک سبد تصادفی بهتر است یا مدل‌های بهینه‌سازی. بر این اساس تنها فرضیه تحقیق به شرح ذیل در نظر گرفته شد: بین شاخص شارپ سبد بهینه به‌دست آمده از بهینه‌سازی و سبد تصادفی در دوره‌های زمانی تفاوت معنادار وجود ندارد. سپس، هدف این تحقیق اجرای محدودیت‌ها برای بهینه‌سازی سبد سهام در سطح صنایع می‌باشد.

بخش دوم به مبانی نظری و مرور مطالعات انجام شده اختصاص دارد. در حقیقت در آن فصل تحقیقات مربوط به این موضوع مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در بخش سوم روش تحقیق بیان و توضیح داده می‌شود. بخش چهارم به تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج و یافته‌های تحقیق اختصاص دارد. بحث و نتیجه‌گیری مربوط به بخش پنجم می‌باشد.

### مبانی نظری و مرور مطالعات انجام شده

هدف از مدیریت سبد، انتخاب سبد سهام مطلوب و چگونگی اجرای آن یکی از مباحث مهم و مطرح در بازار سرمایه است. افزایش میزان سود و کاهش ریسک سرمایه‌گذاری در بورس همیشه مهم‌ترین دغدغه سرمایه‌گذاران بوده است و آن‌ها همیشه در جست‌وجوی بهترین پیشنهاد برای خرید سهام بوده‌اند، به طوری که دارای بیشترین بازده و کم‌ترین ریسک سرمایه‌گذاری باشد.

### تعاریف، اصول و مبانی نظری

مارکوویتز، اولین کسی بود که مفهوم سبد و ایجاد تنوع را به‌صورت یک روش علمی و رسمی بیان کرد. نظریه نوین سبد سهام معتقد است، که سرمایه‌گذاران می‌توانند از تنوع‌سازی سرمایه‌گذاری در دارایی‌های مالی با همبستگی پایین‌تر بهره‌مند شوند. در این نظریه، فرض شده است که توزیع بازدهی‌ها، دارای توزیع نرمال مشترک هستند. هرچند مطالعات تجربی قادر نیست فرض نرمال بودن توزیع بازدهی‌ها را توجیه کند. طبق نظریه مدرن سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذار در سبدی از سهام به منظور بهینه‌کردن ریسک و بازده سرمایه‌گذاری می‌کند. شارپ، شاخص و معیاری معرفی کرد که با عنوان شاخص شارپ در اقتصاد مالی معروف است. به طور خلاصه، معیار شارپ، از تقسیم بازدهی انتظاری یک سبد دارایی، به انحراف معیار آن به‌دست می‌آید، که در رابطه (۱) نمایش داده شده است. شاخص شارپ، نشان دهنده این مطلب است که آیا بازدهی به‌دست آمده از سرمایه‌گذاری، با توجه به ریسک بالا، به‌دست آمده یا خیر. در حقیقت،

سبدهایی که براساس معیار شارپ، انتخاب می‌شوند، در هر سطح معینی از ریسک، بیشترین بازدهی و در هر سطح بازدهی مشخص، کمترین ریسک را دارند.

$$SR = \frac{\mu_P - R_F}{SD_P} = \frac{ExcessReturn}{Risk} \quad \text{رابطه ۱}$$

نرخ بازدهی بدون ریسک طی دوره مورد بررسی،  $SD_P$  انحراف معیار بازدهی سبد سهام طی دوره مورد بررسی و  $R_F$  متوسط بازدهی بدون ریسک طی دوره مورد بررسی،  $SR = \frac{\mu_P - R_F}{SD_P} = \frac{ExcessReturn}{Risk}$  که در آن  $\mu_P$  متوسط بازدهی کل سبد سهام در یک دوره زمانی،  $R_F$  متوسط Excess Return بازده اضافی می‌باشد. نسبت شارپ بازده مازاد سبد سهام را به ازای هر واحد ریسک نشان می‌دهد و هرچه این نسبت بیشتر باشد، عملکرد سبد سهام به همان اندازه بهتر می‌باشد.

**معیار سورتینو<sup>۱</sup>**: اگر در ارزیابی عملکرد به جای انحراف معیار، از معیار ریسک نامطلوب (نیم انحراف معیار) استفاده شود، شاخص سورتینو نتیجه می‌شود.  $SOR = \frac{(\mu - r)}{\sigma}$  در معیار سورتینو متوسط بازده با ریسک نامطلوب تعدیل می‌شود. این ریسک بر بازدهایی تمرکز می‌کند که در بیشتر بودن از بازده هدف (میانگین بازدهی‌ها) ناموفق بوده‌اند.

**نظریه تعیین سبد بهینه مبتنی بر ریسک نامطلوب (DRO)<sup>۲</sup>**: تحقیقاتی که روی بازارهای مالی صورت گرفته، نشان داده است که توزیع بازدهی در این بازارها نرمال نیست و بر همین اساس، نظریه تعیین سبد بهینه مبتنی بر ریسک نامطلوب مطرح شد. این نظریه بین نوسان‌های مطلوب و نامطلوب، وجه تمایز آشکاری قائل می‌شود. آن‌ها بر اساس پیشنهادهای ارائه شده توسط کانگ، وید و برین<sup>۳</sup> (۱۹۹۶) و سورتینو، میر و پلنتینگا<sup>۴</sup> (۱۹۹۹) پتانسیل مطلوب را در بهینه‌سازی سبد در نظر گرفتند. آن‌ها در این مقاله به فرموله‌سازی مدلی برای انتخاب سبد بر اساس نسبت پتانسیل مطلوب به ریسک نامطلوب پرداختند که با بررسی خود در چهار مطالعه موردی توانایی این مدل را در ایجاد یک منحنی کارایی مقعر نشان می‌دهد.

اسپرانزا<sup>۵</sup> (۱۹۹۵) مدلی را برای بازار سهام میلان ایتالیا با استفاده از برنامه‌ریزی مختلط با در نظرگیری هزینه‌های معاملات اجرا کرد. اجرای این برنامه زمان زیادی را صرف می‌کرد از این رو، قابل اجرا توسط رایانه نبود. در حقیقت ایشان روی ریسک نامطلوب کار کرده بود. پیاریستودولو<sup>۶</sup> (۲۰۰۴) درباره محاسبه سبد بهینه با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی خطی در عمل تحقیق کرد. او نتیجه گرفت که مدل‌های برنامه‌ریزی خطی دارای کارایی و عملکرد جامع می‌باشند. کانداسمی<sup>۷</sup> (۲۰۰۸) در کار خود معیارهای مختلف ریسک را برای انتخاب سبد بهینه با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی مورد بررسی قرار داد. همچنین مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی پویا در انتخاب سبد بهینه را

1. Sortino (1999).

2. Downside Risk Optimization

3. Kang, Wade, and Brian

4. Sortino, Meer, and Plantinga

5. Speranza

6. Papahristodoulou

7. Kandasamy

در شرایط اطمینان و عدم اطمینان به اجرا در آورد. همچنین، فیرینگ و لی<sup>۱</sup> (۱۹۹۶) با استفاده از برنامه‌ریزی خطی در شرایطی که محدودیت‌ها به صورت احتمالی است را معرفی کردند. تانگ، هان و لی<sup>۲</sup> (۲۰۰۱) محدودیت‌های احتمالی را در انتخاب بهینه سبد به اجرا در آوردند و معادل قطعی این محدودیت‌های احتمالی را به دست آوردند. احتمال خطا زمانی به وجود می‌آید که سرمایه‌گذار انتظار دارد بازدهی برابر یا بیشتر از بازده مورد انتظار به دست آورد در حالی که این موضوع با عدم اطمینان روبه‌روست. در این اینجا محدودیت احتمالی مطرح می‌شود (چارنس و کوپر<sup>۳</sup>، ۱۹۵۹). در واقع انتخاب بهینه سبد سهام با محدودیت احتمالی به معنی حداقل کردن مقدار ریسک در وضعیتی است که احتمال اینکه نرخ بازده سبد بیشتر از نرخ بازده مورد انتظار، کمتر از سطح اطمینان مورد تعیین شده توسط سرمایه‌گذار نباشد. وترستون پیرو کارهای مارکوویتز مدل ارزش در معرض ریسک را ارائه داد (شارپ، الکساندر، بیلی، ۱۳۸۹). ارزش در معرض ریسک نیز از طبقه معیارهای اندازه نامطلوب ریسک هست، ارزش در معرض ریسک که سرمایه در معرض خطر نیز نامیده می‌شود، به عنوان معیاری آماری، حداکثر زیان احتمالی سبد را در یک دوره زمانی مشخص با بیان کمی ارائه می‌دهد. در روش ارزش در معرض خطر برای انتخاب سبد بهینه، اصول کار شبیه به مدل مارکوویتز است، با این تفاوت که سرمایه‌گذار به دنبال VaR<sup>۴</sup> کمتر و بازده بیشتر هست. نتایج تحقیقی که به منظور مقایسه این دو مدل در ایران طی سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۸۷ بیانگر آن بود که این دو مدل تفاوت معناداری ندارند (طالب‌نیا، فتحی، ۱۳۸۹). همچنین مدل‌های چند دوره‌ای نیز توسعه پیدا کرده‌اند که اثرهای تصمیمات بر دوره‌های بعدی را نیز مورد توجه قرار می‌دهند و با استفاده از الگوریتم‌های مختلف نسبت به بهینه‌سازی سبد سهام اقدام می‌کنند (نجفی، موشخیان، ۱۳۹۳). مطالعات مختلفی جهت سنجیدن کارایی مدل‌های هوش مصنوعی نسبت به مدل‌های کلاسیک جهت پیش‌بینی بازدهی انجام شده است. در تحقیقی که به منظور مقایسه عملکرد مدل فاما و فرنچ و شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی بازده سهام در بورس تهران در بازه زمانی سال‌های ۱۳۷۸-۱۳۷۹ انجام شد نشان دهنده آن بود که بین میانگین خطای مدل‌ها در پیش‌بینی بازدهی سهام شرکت‌ها و سبدهای تشکیل شده اختلاف معناداری وجود دارد، که این اختلاف حاکی از برتری مدل شبکه عصبی رگرسیون عمومی بر مدل فاما و فرنچ در پیش‌بینی بازدهی سهام شرکت‌ها و سبدها هست (پارسائیان، ۱۳۹۱).

### پیشینه تجربی پژوهش

تحقیقات خارجی و داخلی گردآوری شده در این قسمت ارائه می‌شود:

مارکوویتز<sup>۵</sup> (۱۹۵۹) نشان داد که چگونه تنوع‌بخشی در سبد سرمایه، ریسک سرمایه‌گذار را می‌کاهد. همچنین مزایای ریسک نامطلوب را تشریح کرد. او به این نتیجه رسید که سرمایه‌گذاران به دو علت حداقل ساختن ریسک نامطلوب را می‌پذیرند: اول اینکه، سرمایه‌گذاران ابتدا به امنیت اصل سرمایه می‌اندیشند و دوم اینکه، اگر توزیع متغیر تصادفی از نوع نرمال نباشد، مدل ریسک نامطلوب نتیجه بهتری حاصل می‌دهد.

1. Feiring & Lee
2. Tang, Han, and Li
3. Charnes & Cooper
4. Value at Risk
5. Marquitz

اولسن<sup>۱</sup> (۲۰۰۵) مدیریت سبد را با در نظرگیری هزینه معاملات مورد بررسی قرار داد. هزینه معاملات در زمان خرید و فروش سهام به سرمایه‌گذار تحمیل می‌شود، اما در اکثر تحقیقات چنین هزینه‌ای در نظر گرفته نمی‌شود. این تحقیق نشان داد که چطور هزینه معاملات برای مدیریت سبد سهام مهم است و کنترل هزینه معاملات می‌تواند عملکرد سبد سهام را بهبود بخشد یا نه. او به این نتیجه رسید که هزینه معاملات اهمیت دارد و بر عملکرد سبد تأثیر می‌گذارد.

برتراند<sup>۲</sup> (۲۰۱۰) بهینه‌سازی سبد را تحت خطای تعقیب یا ردیابی بررسی کرد. این محدودیت به سرمایه‌گذار این امکان را می‌دهد، که ارزش افزوده ناشی از سبد سهام را همراه با ریسک ارزیابی کند. البته ریسکی که در اینجا مطرح هست، ریسک نسبی ناشی از تلاطم سبد سهام مرجع یا ملاک می‌باشد. نتیجه این بوده است که این سبد با این محدودیت دارای چندین ویژگی مطلوب است.

هو، ژورگیو<sup>۳</sup> (۲۰۱۴) از روش میانگین - واریانس برای انتخاب سبد بهینه بهره برد. او از داده‌های تابلویی برای دوره زمانی مارس ۱۹۹۰ تا مارس ۲۰۱۳ در بهینه‌سازی سبد استفاده کرد. او همچنین رویکرد جدیدی برای برآورد بازدهی دارای معرفی کرد. همچنین این رویکرد را با سه رویکرد بازدهی تاریخی دارای‌ها، رویکرد قیمت‌گذاری دارای‌های سرمایه‌ای و بازدهی برآوردشده بنیادی ترکیب کرده و در مسئله بهینه‌سازی سبد به آن پرداخته است.

سیلوا، نوس و هورتان<sup>۴</sup> (۲۰۱۵) سبد بهینه را به وسیله شبیه‌سازی متغیرهای بنیادی و تکنیکال محاسبه کردند و سپس قاعده معاملاتی را برای مدیریت سبد با استفاده از داده‌های واقعی معرفی کردند.

لیو، ژانگ و ژانگ کیو<sup>۵</sup> (۲۰۱۶) انتخاب سبد بهینه را با استفاده از چارچوب سرمایه‌گذاری فازی و الگوریتم توده ذرات ترکیبی معرفی کردند. آن‌ها بدین نتیجه رسیدند که الگوریتم توده ذرات کارا می‌باشد.

اریکا، هندری و هرتونو<sup>۶</sup> (۲۰۱۸) برای حل مدل خود برای انتخاب سبد بهینه از الگوریتم ژنتیک پیشرفته EGA استفاده کردند و در مرحله آزمایش از دو دسته داده به نام داده‌های شبیه‌سازی شده و داده‌های واقعی، بهره بردند. شاخص قیمت روزانه مصرف به‌عنوان مجموعه‌ای از داده‌ها استفاده شد. شبیه‌سازی نشان داد، که مدل پیشنهادشده بهتر از مدل کلاسیک است.

کومار و ناجمود<sup>۷</sup> (۲۰۱۸) برای انتخاب سبد سهام از مدل پایه میانگین - واریانس استفاده کرده‌اند. این مقاله CVaR<sup>۸</sup> را به‌عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک استفاده کرده است.

اکبری، مهدوی و آشنا (۱۳۹۱) انتخاب بهینه سبد سهام در بورس تهران را با استفاده از فرایند تحلیل شبکه‌ای فازی و دیمتل فازی مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش از فازی دیمتل جهت ارزیابی و رتبه‌بندی عامل‌ها با در نظر گرفتن ارتباط داخلی بین آن‌ها و ترسیم نمودار علت و معلول و از فرایند تحلیل شبکه‌ای فازی جهت رتبه‌بندی

1. Olsson

2. Bertrand

3. Georgieva

4. Silva, Neves, and Hortan

5. Liu, Zhang, and Zhang

6. Erica, Handari, and Hertono

7. Kumar & Najmud

8. Conditional Value at Risk



آلترناتیوها استفاده شد. بورس طلا، بورس اوراق بهادار و بورس روغن‌های صنعتی به‌عنوان مطالعه موردی و گزینه‌های سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده است.

علوی تبار، باغبانی، گرگی‌زاده و بحرینی (۱۳۹۳) با ارائه الگو ترکیبی جهت انتخاب سبد سهام در بازار بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تکنیک تصمیم‌گیری چند معیاره به تحقیق پرداختند و از روش ویکور استفاده کردند. سپس به منظور تعیین درصد هر یک از شرکت‌ها در سبد سهام از مدل مارکویتز و برای بهینه‌سازی آن نیز از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند.

بیات و شکری (۱۳۹۴) در پژوهشی به بررسی فرایند انتخاب سبد بهینه به روش ارزش در معرض ریسک پرداختند و در آن به انواع روش‌های بهینه‌سازی با ارزش در معرض ریسک مانند: روش واریانس - کواریانس، شبیه‌سازی تاریخی و روش شبیه‌سازی مونت کارلو اشاره کردند و در نهایت به این نتیجه رسیدند، که در انتخاب سبد بهینه، مدل ارزش در معرض ریسک بهترین مدل پیشنهادی می‌باشد.

بیات و آب‌چر (۱۳۹۴) در مقاله‌ای به بررسی ارتباط بین الگوهای تصمیم‌گیری و انتظارات سرمایه‌گذاران از ریسک و بازده سرمایه‌گذاری در ابزارهای مالی براساس مدل مارکویتز پرداختند و به این نتیجه رسیدند که بین بازده مورد انتظار و اشتباهی ریسک سرمایه‌گذاران، رابطه مثبتی وجود دارد.

موشخیان و نجفی (۱۳۹۴) مدلی با عنوان مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با در نظر گرفتن هزینه معاملات ارائه کردند و چون حل مسئله سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای به دلیل غیرخطی بودن دشوار است، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه و تک‌هدفه اقدام به حل مدل ارائه شده کردند. نشان دادند که این مدل از کارایی لازم برخوردار است.

اصغرپور و رضازاده (۱۳۹۴) در این پژوهش قصد تعیین سبدهای سهام شرکت‌های صنایع غذایی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران را داشته‌اند. بر اساس نتایج به‌دست آمده، بالاترین وزن در سبد بهینه به سهامی تعلق دارد که بازدهی مورد انتظاری بالایی داشته و پایین‌ترین ارزش در معرض خطر را در بین شرکت‌های مورد مطالعه دارند. همچنین سبد بهینه تعیین شده حساسیتی نسبت به تغییر سطح اطمینان ارزش در معرض خطر محاسبه شده نداشته و افزایش سطح اطمینان بدون تغییر وزن‌های سبد بهینه تنها میزان ارزش در معرض خطر سهام و سبد را افزایش می‌دهد.

خنجرپناه، پیشوایی و جبارزاده (۱۳۹۵) در کار خودشان ابتدا یک مدل جدید منطقی و کاربردی برای بهینه‌سازی سبد سهام معرفی کردند که این مدل دارای محدودیت‌های انعطاف در وزن سهام است که حد مشخص و ثابتی را برای وزن سهام در سبد تعیین نمی‌کند و محدودیتی را برای تعداد سهام در یک سبد در نظر گرفتند. سپس رویکرد فازی برای برخورد با عدم قطعیت بازده سهام، به کار گرفته شد و مدل ارائه شده با هر دو برنامه‌ریزی منعطف و امکانی که از روش‌های زیرمجموعه برنامه‌ریزی فازی هستند، به یک مسئله ساده تبدیل شد. نتایج نشان داد که در سطح اطمینان پایین‌تر می‌توان با ریسک کمتر، سود بالاتری را از سبد سهام انتخاب شده به‌دست آورد.

صادقی و دهقان (۱۳۹۵) نشان دادند که برای سرمایه‌گذاران بهتر است به جای این که بودجه خود را فقط در یک

سهام سرمایه‌گذاری کنند، سبدي از سهام تشکیل دهند تا با این کار ریسک خود را حداقل و بازده خود را حداکثر کنند. برای بهینه‌سازی سبد سهام تکنیک‌های متفاوتی وجود دارد. در این تحقیق، کاربرد مدل مارکویتز برای بهینه‌سازی سبد سهام تشریح شد.

سروش، عطرچی و رامتین‌نیا (۱۳۹۶) در تحقیق خود مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را در چارچوب مدل معرفی شده مارکویتز، با استفاده از الگوریتم مبتنی بر آموزش و یادگیری حل نموده‌اند. نتایج به‌دست آمده از این پژوهش نشان می‌دهد این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم‌ها برای یافتن مرز کاراً و بهینه‌سازی سبد سهام عملکرد بهتری دارد. رهنمای رودپشتی، نیکومرام، طلوعی اشلقی، حسین‌زاده لطفی و بیات (۱۳۹۶) در پژوهش خودشان یک مدل بهینه‌سازی پایدار سبد بر اساس نسبت شارپ را ارائه کرده‌اند که نتایج بهینه‌سازی سبد با فرمول‌بندی پایدار متناظر براساس مدل عاملی، با استفاده از داده‌های شاخص بازار و آزمون پایداری پارامترهای ورودی در مقایسه با نتایج فرمول بندی بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن) ارائه شد. برای این منظور، ورودی‌ها در یک فاصله اطمینان داده‌شده براساس بدینانه ترین سناریو، جهت ماکزیمم‌سازی نسبت شارپ انتخاب شدند. نتایج حاکی از آن است که بازده واقعی در مدل شارپ با بازده واقعی در مدل مارکویتز (مدرن) تفاوت معناداری ندارد، ولی ریسک واقعی در مدل شارپ در مقایسه با ریسک واقعی در مدل مارکویتز (مدرن) تفاوت معناداری باهم دارند.

تهرانی، فالحتفتی و آصفی (۱۳۹۷) بهینه‌سازی سبد سهام را با استفاده از الگوریتم دسته‌ای میگو اجرا کردند و سه معیار ریسک یعنی واریانس، نیم واریانس و ریزش مورد انتظار را مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاکی از آن است که الگوریتم دسته‌های میگو در یافتن مرز کارآی پرتفوی بهینه در مقایسه با الگوریتم‌های تجمعی ذرات و رقابت استعماری نتایج مطلوب‌تری به‌دست می‌آورد.

میرعباسی، نیکومرام، سعیدی و حق‌شناس (۱۳۹۷) از بهینه‌سازی سبد سهام مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب و مقایسه بازده آن با بازده مدل کلاسیک که به‌عنوان یکی از بنیادی‌ترین مدل‌های بهینه‌سازی است استفاده کرده‌اند. نتایج به‌دست آمده در این تحقیق نشان می‌دهند که بازده سبد بهینه مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب در حالتی که سرمایه‌گذار از ریسک نامطلوب گریزان و از پتانسیل مطلوب نیز گریزان می‌باشد یا زمانی که سرمایه‌گذار از ریسک نامطلوب گریزان و نسبت به پتانسیل مطلوب بی‌تفاوت می‌باشد، تفاوت معنی‌داری با بازده مدل کلاسیک ندارند. در حالی که بازده سبد بهینه در حالتی که سرمایه‌گذار از ریسک نامطلوب گریزان و در جست‌وجوی پتانسیل مطلوب است، از بازده مدل کلاسیک بالاتر می‌باشد.

نشاطی‌زاده و حیدری (۱۳۹۷) در کار خودشان حل مسئله بهینه‌سازی مقید سبد سهام با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری را اجرا کردند. الگوهای مورد استفاده در این مقاله، مدل توسعه یافته‌ای از رویکردهای میانگین - واریانس، میانگین - نیم واریانس، میانگین - انحرافات مطلق و میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی است که محدودیت‌هایی به آنها اضافه شده است. نتایج مقایسه پرتفوی‌های چهارگویی تحقیق، نشان می‌دهد که در الگوریتم رقابت استعماری مدل میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی نسبت به سایر مدل‌ها از دقت بهینه‌سازی بالاتری برخوردار است.

## روش پژوهش و مدل‌سازی

یکی از روش‌های مدیریت سرمایه‌گذاری در اوراق بهادار بهینه‌سازی سبد سهام می‌باشد. از این رو، با توجه به این که این روش دارای پشتوانه نظری و علمی است، این روش برای انتخاب وزن‌های صنایع انتخاب شده است. چون قیمت سهام‌ها و ارزش شاخص‌ها در دوره‌های طولانی گذشته تقریباً اکثر فراز و نشیب‌های اقتصادی و سیاسی را تجربه کرده است شاید بتواند پیش‌بینی‌کننده خوبی برای مدیریت سرمایه‌گذاری در آینده باشد و کمک کند که عملکرد سرمایه‌گذاری مناسبی در آینده داشته باشیم. این روش با اعمال محدودیت‌های دنیای واقعی می‌تواند قابل اجرا باشد.

برای اجرای روش بهینه‌سازی سبد سهام سه ملاک زیر در نظر گرفته شده است:

۱. حداکثرسازی بازده ( $\mu$ )
۲. حداقل‌سازی ریسک ( $\Sigma$ )
۳. حداکثرسازی نسبت شارپ ( $X$ )

## روش تحقیق تحلیلی یا مدل‌سازی

در این تحقیق از مدل مارکوویتز همراه با برخی از محدودیت‌های دنیای واقعی استفاده شده است. برای اولین بار هری مارکوویتز با ارائه مدلی مبتنی بر ریسک و بازده، مقوله ریسک را در کنار بازده قرار داد و انحراف معیار به‌عنوان معیار ریسک تلقی کرد. برخی محدودیت‌ها شامل هزینه معاملات، ضریب گردش سبد، نقدشوندگی و خطای تعقیب در نظر گرفته شد. مدل مارکوویتز با توجه به در نظرگیری برخی محدودیت‌های دنیای واقعی به شرح ذیل است: (برتراند<sup>۱</sup>، اولسن<sup>۲</sup>، ۲۰۰۵؛ گرینداولد و کاهن<sup>۳</sup>، ۲۰۰۰)

در بهینه‌سازی مدرن سبد یا به طور کلی در بهینه‌سازی ایستای ریاضی علاوه بر تابع هدف، محدودیت‌های محیطی هم در نظر گرفته می‌شود. به طور کلی بهینه‌سازی ریاضی یا نیوتنی به ایستا و پویا تقسیم می‌شود. بهینه‌سازی ایستا به کلاسیک مقید و نامقید قابل طبقه‌بندی است. زمانی که قیود نامعادله‌ای وجود دارد، بهینه‌سازی به برنامه‌ریزی خطی یا غیرخطی طبقه‌بندی می‌شود. حال در بحث بهینه‌سازی سبد سهام چنانچه قیود نامعادله‌ای وجود داشته باشد از برنامه‌ریزی غیرخطی (بسته به شرایط به خاطر تابع هدف یا قیود غیرخطی) استفاده می‌شود. برنامه‌ریزی درجه دوم که در بهینه‌سازی سبد استفاده می‌شود نوعی برنامه‌ریزی غیرخطی با قیود نامساوی است. در رابطه (۲) چنانچه برنامه‌ریزی تک هدفه را ملاک قرار دهیم یا باید بازده سبد را نسبت به هدف‌گیری ریسک سبد (که به‌عنوان قید اعمال می‌شود) و سایر قیود حداکثر کنیم و یا باید ریسک سبد را نسبت به هدف‌گیری بازده سبد (که به‌عنوان قید اعمال می‌شود) و سایر قیود حداقل کنیم. حالت سوم وجود دارد که در این پژوهش مورد استفاده قرار می‌گیرد حداکثرسازی نسبت شارپ است که با تعریف نرخ بهره بدون ریسک ( $r_f$ ) همان طوری که در رابطه (۲) مشاهده می‌شود، به دست می‌آید. در بهینه‌سازی سبد، هدف به دست آوردن وزن‌های بهینه سبد ( $w$ ) می‌باشد.

1. Bertrand  
2. Olsson  
3. Grinold & Kohn

اهداف مدل بهینه‌سازی سهام شامل بیشینه‌کردن بازده سبد، کمینه‌کردن ریسک و بیشینه‌کردن نسبت شارپ به

شرح ذیل است:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{or: } \text{Max} E(r_p) = \text{Max} \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \\ \text{or: } \text{Min} \sigma_p = \text{Min} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \\ \text{or: } \text{Max} \frac{(E(r_p) - rf)}{\sigma_p} \end{array} \right. \quad \text{رابطه (۲)}$$

S.T

$$0 \leq w_i \leq 1, i = 1, \dots, n$$

$$\sum w_i = 1$$

محدودیت‌های محیطی و عملی که به مدل مذکور اضافه می‌شوند، عبارت‌اند از: محدودیت نقدشوندگی، محدودیت هزینه معاملات، محدودیت ضریب گردش سبد و محدودیت خطای تعقیب.

در این مدل  $r_p$ ،  $w_i$ ،  $\mu_i$ ،  $\sigma_p$ ،  $\sigma_{ij}$  و  $n$  به ترتیب بازدهی سبد سهام (صنایع)، وزن هر سهم یا صنعت، بازدهی هر سهم یا صنعت، ریسک سبد سهام (صنایع)، ریسک هر صنعت همراه با کواریانس بین هر صنعت و تعداد صنایع است. همان گونه که ذکر شد هدف بهینه‌سازی، یا حداکثرکردن بازده یا حداقل کردن ریسک یا حداکثرکردن نسبت شارپ با توجه به محدودیت‌های مذکور می‌باشد. این محدودیت‌ها عبارت‌اند از:

- محدودیت نقدشوندگی هر صنعت: بدین مفهوم است که هر صنعت برای مثال صنعت دارویی برای دوره مشخص مثلاً یک ماه معاملاتی چقدر اجازه خرید یا فروش در آن صنعت را می‌دهد و این محدودیت تأثیر بر مرز کارا می‌گذارد.
- محدودیت هزینه معاملات: بدین مفهوم است که هزینه معاملات اعلامی سازمان بورس برای خرید یا فروش محدودیت برای بهینه‌سازی و مرز کارا ایجاد می‌کند.
- محدودیت ضریب گردش سبد: درصد بارهایی که دارایی‌های یک سبد توسط مدیران در دوره‌ای مشخص خرید و فروش می‌شود. برای مثال، نرخ ۲۵ درصد به معنی این است که به طور متوسط سهم‌ها برای ۴ سال نگهداری می‌شود. بنابراین، ضریب گردش سبد بر بهینه‌سازی و مرز کارا تأثیر می‌گذارد.
- محدودیت خطای تعقیب: سبد ملاک یا معیاری در نظر گرفته می‌شود که بهینه‌سازی، ریسک این سبد معیار یا

ملاک را مورد تعقیب قرار می‌دهد و این سبد ملاک یا معیار شامل استخراج کانه‌های فلزی، فراورده‌های نفتی، فلزات اساسی و شیمیایی می‌باشد.

قیود و محدودیت‌ها بر بهینه‌سازی و مرز کارا تأثیر می‌گذارد. در مورد قیود و محدودیت‌ها، اولین محدودیت نشان می‌دهد که وزن هر صنعت بین صفر و یک قرار می‌گیرد. دومین محدودیت بدین مفهوم هست که جمع وزن‌های صنایع برابر یک است. در مورد محدودیت نقدشوندگی هر صنعت باید گفت، مثلاً چه مقدار یک صنعت در یک ماه اجازه خرید و فروش سهم را به شرکت می‌دهد. از آنجایی که برای خرید و فروش باید هزینه‌ای که سازمان بورس در نظر می‌گیرد پرداخت شود، از این رو، محدودیت هزینه معاملات می‌تواند بر بازدهی سبد تأثیر بگذارد. چون از نظر اساس نامه و تصمیمات هیأت مدیره، باید دارایی‌ها در سبد (به جای فروش آن‌ها) برای دوره مشخص نگه داری شود محدودیت ضریب گردش سبد در نظر گرفته می‌شود. از آنجایی که برخی شرکت‌ها قصد مقایسه خود با دیگر سبدها را دارند، سبد ملاک یا معیار برای تعقیب ریسک سبد ملاک یا معیار در نظر گرفته می‌شود. اجزای یک بهینه‌سازی مدرن به روش ماتریسی به شرح زیر است:

#### الف) بازدهی ناخالص سبد

بازدهی ناخالص سبد برای  $w \in W$  به صورت زیر است (شامل هزینه معاملات نمی‌شود):

$$\mu(W) = r_0 + (m - r_0 1)^T w \quad \text{رابطه ۳}$$

که در این رابطه،  $\mu(W)$ ،  $r_0$ ،  $m$ ،  $T$ ،  $1$  و  $w$  به ترتیب بازده سبد، نرخ بهره بدون ریسک، بردار بازده میانگین دارایی‌ها، عامل ترانهاده ماتریس، برداری از اعداد  $1$  و بردار متغیر وزن دارایی‌ها (که در بهینه‌سازی به دست می‌آید) می‌باشند. این رابطه نشان می‌دهد، که بازده سبد برابر است با بازده بدون ریسک به علاوه ترانهاده بردار تفاوت میانگین بازده دارایی‌ها از بازده بدون ریسک ضرب در بردار وزن دارایی‌ها.

#### ب) بازدهی خالص سبد

بازدهی خالص سبد برای  $w \in W$  به صورت زیر است (شامل هزینه معاملات می‌شود):

$$\mu(W) = r_0 + (m - r_0 1)^T w - b^T \max\{0, w - w_0\} - s^T \max\{0, w_0 - w\} \quad \text{رابطه ۴}$$

که در این رابطه،  $\mu(W)$ ،  $r_0$ ،  $m$ ،  $T$ ،  $b$ ،  $s$ ،  $w_0$  و  $w$  به ترتیب بازده سبد، نرخ بهره بدون ریسک، بردار بازده میانگین دارایی‌ها، عامل ترانهاده ماتریس، بردار هزینه معامله فروش دارایی، بردار هزینه معامله خرید دارایی، بردار وزن اولیه دارایی‌ها و بردار وزن نهایی دارایی‌ها (که در بهینه‌سازی به دست می‌آید) می‌باشند. این رابطه بیان می‌دارد که بازده سبد برابر است با بازده بدون ریسک به علاوه ترانهاده بردار تفاوت میانگین بازده دارایی‌ها از بازده بدون ریسک ضرب در بردار وزن‌های دارایی‌ها البته بخش هزینه معاملات به صورت منفی در رابطه (۴) قابل مشاهده است. چنانچه شرکت خریدی از صنعت خاص (آن طوری که بهینه‌سازی نشان می‌دهد) داشته باشد وزن بهینه آن صنعت  $X$  از وزن اولیه  $w_0$

بیشتر شده و تفاوت این دو مثبت می‌شود و چون از صفر بزرگ‌تر است عبارت  $\max\{0, w - w_0\}$  برابر  $w - w_0$  می‌شود که در ترانهاده بردار هزینه معاملات  $b^T$  ضرب شود هزینه‌ای را به شرکت تحمل کرده و بازدهی سبد را کاهش می‌دهد. همین تحلیل برای فروش در عبارت آخر رابطه (۷) برقرار است.

### پ) واریانس بازده سبد سهام

واریانس بازده سبد سهام برای سبد  $w \in W$  به شرح ذیل است:

$$\Sigma(w) = w^T C w \quad \text{رابطه ۵}$$

که در این رابطه،  $\Sigma(w)$ ،  $C$ ،  $T$  و  $w$  به ترتیب واریانس بازده سبد سهام، ماتریس کوواریانس بازده دارایی‌ها، عامل ترانهاده ماتریس و بردار متغیر وزن دارایی‌ها (که در بهینه‌سازی به دست می‌آید) می‌باشند. این رابطه نشان می‌دهد که واریانس بازده سبد از حاصل ضرب ترانهاده بردار وزن‌ها در ماتریس واریانس - کوواریانس بازده دارایی‌ها و سپس ضرب آن‌ها در بردار وزن‌ها به دست می‌آید.

### محدودیت‌های سبد سهام

#### الف) محدودیت نابرابری خطی

محدودیت خطی‌ای هستند که روابط بین وزن‌های سبد سهام را نشان می‌دهند که به صورت یک دستگاه نامعادلات نمایش داده می‌شوند. محدودیت نابرابری خطی، به صورت زیر است:

$$A_1 w \leq b_1 \quad \text{رابطه ۶}$$

که در این رابطه،  $A_1$ ،  $b_1$  و  $w$  به ترتیب، ماتریس ضرایب وزن‌ها، بردار محدودیت نابرابری خطی و بردار متغیر وزن دارایی‌هاست که در بهینه‌سازی به دست می‌آید. در این تحقیق از این محدودیت استفاده نشده است.

#### ب) محدودیت برابری خطی

محدودیت خطی‌ای هستند که روابط بین وزن‌های سبد سهام را نشان می‌دهند که به صورت یک دستگاه معادلات را نمایش داده می‌شوند. محدودیت برابری خطی، به صورت زیر است:

$$A_E w \leq b_E \quad \text{رابطه ۷}$$

که در این رابطه،  $A_E$ ،  $b_E$  و  $w$  به ترتیب ماتریس ضرایب وزن‌ها، بردار مقادیر ثابت و بردار وزن دارایی‌هاست که در بهینه‌سازی به دست می‌آید. در این تحقیق از این محدودیت استفاده نشده است.

#### پ) محدودیت کرانی (مرزی)

محدودیت کرانی محدودیت خطی خاصی است که وزن‌های سبد سهام را محدود می‌کند تا بالاتر یا زیر مرزهای خاص قرار نگیرد. محدودیت کرانی به صورت زیر است:

$$I_B \leq w \leq u_B \quad (\text{رابطه ۸})$$

که در این رابطه،  $I_B$ ،  $u_B$  و  $w$  به ترتیب بردار محدودیت کران پایین، بردار محدودیت کران بالا و بردار متغیر وزن دارایی‌هاست که در بهینه‌سازی به دست می‌آید. از این محدودیت برای میزان نقدشوندگی ماهانه هر صنعت به عنوان مرز بالایی این محدودیت استفاده شده است.

### ت) محدودیت میانگین ضریب گردش سبد سهام

محدودیت میانگین ضریب گردش سبد سهام، محدودیت قدر مطلق خطی‌ای است که ضمانت می‌کند سبد بهینه از سبد اولیه بیشتر از یک مقدار خاص نخواهد بود. محدودیت ضریب گردش سبد به صورت زیر است:

$$\frac{1}{2} 1^T |w - w_0| \leq \tau \quad (\text{رابطه ۹})$$

که در این رابطه،  $1$ ،  $\tau$ ،  $w_0$  و  $w$  به ترتیب برداری از اعداد یک، کرانه بالای ضریب گردش، تعداد دارایی‌ها، وزن اولیه دارایی‌های سبد و بردار وزن دارایی‌هاست که در بهینه‌سازی به دست می‌آید. این رابطه که به صورت متوسط و میانگین می‌باشد نشان می‌دهد که وزن‌های سبد بهینه از وزن‌های سبد اولیه به طور متوسط از مقداری خاص بیشتر نیست. البته در این رابطه از قدرمطلق تفاوت وزن‌های بهینه و وزن‌های اولیه استفاده شده است یعنی هم حالت فروش و هم حالت خرید دارایی‌ها در نظر گرفته شده است.

### ث) محدودیت خطای تعقیب

محدودیتی است که برای تعقیب یک سبد سهام ملاک یا مرجع استفاده می‌شود. که محدودیت خطای تعقیب به صورت زیر است:

$$(w - w_T)^T C (w - w_T) \leq \tau_T^2 \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

که در این رابطه،  $w_T$ ،  $\tau_T$  و  $w$  به ترتیب بردار وزن‌های سبد ملاک یا مرجع، کرانه بالای خطای تعقیب و بردار وزن دارایی‌ها (که در بهینه‌سازی به دست می‌آید) می‌باشند. این رابطه نشان می‌دهد که حاصل ضرب ترانهاده بردار تفاوت وزن‌های سبد شرکت از وزن‌های سبد مرجع در ماتریس واریانس-کواریانس بازده دارایی‌ها و سپس ضرب آن‌ها در بردار تفاوت وزن‌های سبد شرکت از وزن‌های سبد مرجع باید کوچک تر مساوی، مربع خطای تعقیب باشد.

## یافته‌های پژوهش

در این فصل با در نظرگیری شاخص صنایع مختلف در بورس و شاخص فرابورس برای شرکت سرمایه‌گذاری  $x$ ، ابتدا آزمون فرضیه تحقیق و سپس بهینه‌سازی سبد سهام با اعمال محدودیت‌ها به اجرا درآمد. البته در دنیای واقعی محدودیت‌هایی وجود دارد که باید آن‌ها را در بهینه‌سازی اعمال کرد. در این کار از بهینه‌سازی مدرن با حداکثرسازی

نسبت شارپ استفاده می‌شود. این محدودیت‌ها شامل محدودیت‌های نقدشوندگی هر صنعت در یک ماه، هزینه‌های معاملات، ضریب گردش سبد و در نظرگیری سبد ملاک و معیار می‌باشند.

در این تحقیق ۱۹ صنعت در نظر گرفته شده است که اطلاعات آن در نرم افزار ره‌آورد نوین موجود است. این ۱۹ صنعت شامل شاخص ۱۸ صنعت در بورس به همراه شاخص فرابورس است. سهم اولیه هر صنعت در سبد شرکت x، در جدول ۱ ارائه شده است. نرخ بهره بدون ریسک سالانه معادل ۲۱ درصد در نظر گرفته شد. بیشترین سهم را استخراج کانه‌های فلزی به میزان تقریبی ۲۸ درصد دارا می‌باشد. همچنین محدودیت‌های نقدشوندگی ماهانه هر صنعت هم در این جدول بیان شده است. به این صورت که، میزان ریالی ارزش معاملات هر ماه برای هر صنعت محاسبه شده و بر ارزش بازاری سبد این شرکت تقسیم می‌شود. چنانچه این نسبت بزرگ‌تر از ۱ بود معادل ۱۰۰ درصد و چنانچه کوچک‌تر بود معادل همان نسبت در نظر گرفته می‌شود. مثلاً در صنعت قندوشکر در یک ماه تقریباً برابر ۵۳ درصد می‌باشد.

جدول ۰۱. وزن هر صنعت در سبد شرکت x و محدودیت‌های نقدشوندگی هر صنعت در ماه

نام صنعت	وزن هر صنعت در سبد شرکت x-درصد	محدودیت‌های معاملاتی ماهانه-درصد
استخراج کانه‌های فلزی	۲۷/۵۹	۱۰۰
فراورده‌های نفتی	۷/۹۱	۱۰۰
فلزات اساسی	۸/۴۳	۱۰۰
خودرو	۰/۴۲	۱۰۰
قندوشکر	۰	۵۲/۷۶
چندرشته‌ای صنعتی	۱۲/۹۱	۱۰۰
دارویی	۴/۲۶	۱۰۰
شیمیایی	۹/۴۹	۱۰۰
فنی و مهندسی	۱/۱۴	۳۹/۳۷
انبوه‌سازان	۱/۱۱	۱۰۰
سیمان آهک و گچ	۲/۵۷	۱۰۰
سرمایه‌گذاری	۳/۱۵	۱۰۰
بانکی	۱۲/۲۴	۱۰۰
بیمه	۴/۱۳	۵۸/۹۳
فرابورس	۴	۱۰۰
غذایی بدون قندوشکر	۰/۵۰	۱۰۰
زراعت	۰	۲۳/۸۹
رایانه	۰/۱۷	۷۹/۹۲
محصولات چوبی	۰	۳۱/۸۴



جدول ۲ برخی محدودیت‌های بهینه‌سازی را در عمل نشان می‌دهد. این محدودیت‌ها شامل هزینه معاملات تعیین شده توسط سازمان بورس هنگام خرید یا فروش، ضریب گردش سبد (درصد بارهایی که دارایی‌های یک سبد توسط مدیران در دوره‌ای مشخص خرید و فروش می‌شوند. مثلاً نرخ ۲۵ درصد به معنی این است که به طور متوسط دارایی‌ها برای ۴ سال نگهداری می‌شوند) و خطای تعقیب نسبت به سبد ملاک یا معیار می‌باشند.<sup>۱</sup>

جدول ۲. برخی محدودیت‌های بهینه‌سازی سبد در عمل

اطلاعات برای اجرای عملیات	
هزینه معاملات خرید	۰/۰۰۳۷۱
هزینه معاملات فروش	۰/۰۰۸۸
ضریب گردش سبد	۰/۸
خطای تعقیب سالانه	۰/۰۹
سبد مورد تعقیب یا ملاک	استخراج کانه‌های فلزی، فراورده‌های نفتی، فلزات اساسی و شیمیایی

جدول ۳ عملکرد صنایع مختلف را طی این دوره به همراه سهم این شرکت در هر صنعت را نشان می‌دهد. این جدول بر حسب بالاترین نسبت شارپ (شاخصی است که از تفاوت بازده سبد با نرخ بهره بدون ریسک تقسیم بر ریسک سبد به دست می‌آید) مرتب شده است. امروزه در بهینه‌سازی مدرن سبد و مدیریت سرمایه‌گذاری، ارزش افزوده سبد از بازده بدون ریسک نسبت به پذیرش ریسک سنجیده می‌شود. همان طوری که مشاهده می‌شود در طی دوره پژوهش، بالاترین نسبت شارپ را صنعت دارویی بعد قندوشکر و شیمیایی داشته است. البته وزن این شرکت در این صنایع به ترتیب ۴/۲۶ درصد، ۰ درصد و ۹/۴۹ درصد است که به نظر وزن پایینی می‌باشد. نکته دیگر در این جدول نشان می‌دهد که نسبت شارپ شاخص کل بعد از صنعت دارویی می‌باشد. به نظر می‌رسد در بلندمدت هر چه سبد مربوطه به سبد شاخص کل نزدیک‌تر باشد نسبت شارپ بالاتری برای آن سبد به دست می‌آید. پایین‌ترین نسبت شارپ برای صنایع فنی و مهندسی، خودرو و محصولات چوبی می‌باشد.

همچنین جدول ۴ نتیجه آزمون تنها فرضیه تحقیق (در حقیقت اکثر مدل‌های این تحقیق مدل‌های ریاضی هستند و با طرح یک فرضیه، این تحقیق قصد دارد نشان دهد که بهینه‌سازی سبد چه با محدودیت و چه بدون محدودیت نسبت به استراتژی تصادفی عملکرد بهتری خواهد داشت) را نشان می‌دهد. این آزمون برای ۱۱ دوره در نظر گرفته شده است. سبد تصادفی با وزن‌های تصادفی برای ۱۰۰۰ بار تکرار حاصل شده و نسبت شارپ هر دوره محاسبه شده است. این عمل برای سبد بهینه‌سازی هم انجام شده است. در نهایت با استفاده از آزمون آماری و آماره  $t$  مقایسه صورت گرفته است که نشان می‌دهد بین نسبت شارپ این دو روش تفاوت معناداری وجود دارد. در واقع بهینه‌سازی سبد نتایج بهتری نسبت به سبد تصادفی نشان می‌دهد.

۱. سبد ملاک یا معیاری در نظر گرفته می‌شود که بهینه‌سازی، ریسک این سبد معیار یا ملاک را مورد تعقیب قرار می‌دهد و این سبد ملاک یا معیار شامل استخراج کانه‌های فلزی، فراورده‌های نفتی، فلزات اساسی و شیمیایی می‌باشد.

جدول ۳. عملکرد صنایع مختلف در این دوره و وزن اولیه شرکت X از هر صنعت

نام صنعت	بازدهی ماهانه صنایع (درصد)	ریسک ماهانه صنایع (درصد)	نسبت شارپ صنایع (درصد)	وزن شرکت X از صنایع (درصد)
دارویی	۴/۵۰	۴/۹۶	۵۵/۴۷	۴/۲۶
شاخص کل	۴/۱۸	۴/۷۰	۵۱/۷۳	-
قندوشکر	۵/۴۲	۷/۶۰	۴۸/۳۶	۰
شیمیایی	۴/۵۵	۵/۸۳	۴۸/۰۳	۹/۴۹
چندرشته‌ای صنعتی	۴/۸۱	۶/۷۱	۴۵/۶۱	۱۲/۹۱
سرمایه‌گذاری	۴/۲۴	۵/۶۸	۴۳/۸۳	۳/۱۵
رایانه	۴/۵۲	۶/۵۹	۴۲/۰۳	۰/۱۷
غذایی بدون قندوشکر	۴/۴۴	۶/۴۵	۴۱/۷۴	۰/۵۰
فلزات اساسی	۴/۵۱	۶/۶۹	۴۱/۲۳	۸/۴۳
استخراج کانه‌های فلزی	۴/۳۰	۷/۶۷	۳۳/۲۱	۲۷/۵۹
فراپورس	۴/۲۰	۷/۳۹	۳۳/۰۸	۴
زراعت	۵/۴۲	۱۱/۱۹	۳۲/۷۸	۰
سیمان آهک و گچ	۳/۴۸	۵/۳۸	۳۲/۲۶	۲/۵۷
بانکی	۳/۵۹	۶/۳۰	۲۹/۱۸	۱۲/۲۴
فراورده‌های نفتی	۴/۴۹	۱۰/۱۲	۲۷/۰۶	۷/۹۱
بیمه	۳/۵۸	۶/۷۹	۲۶/۸۹	۴/۱۳
انبوه‌سازان	۳/۵۷	۶/۸۳	۲۶/۶۰	۱/۱۱
محصولات چوبی	۴/۷۷	۱۱/۴۲	۲۶/۴۵	۰
خودرو	۴/۰۳	۹/۳۸	۲۴/۳۱	۰/۴۲
فنی و مهندسی	۳/۷۱	۱۰/۵۰	۱۸/۷۱	۱/۱۴

جدول ۴. آزمون فرضیه تحقیق

دوره	نسبت شارپ سبد تصادفی	نسبت شارپ سبد بهینه‌سازی
دوره اول	۱/۸۸۴	۲/۵۰۰
دوره دوم	۱/۱۷۶	۱/۶۱۶
دوره سوم	۰/۹۹۰	۱/۲۰۰
دوره چهارم	۱/۱۰۴	۱/۲۸۳
دوره پنجم	۰/۸۳۵	۰/۹۵۰
دوره ششم	۰/۴۸۱	۰/۶۹۷
دوره هفتم	۰/۵۲۷	۰/۷۲۴
دوره هشتم	۰/۴۵۰	۰/۶۲۷
دوره نهم	۰/۴۵۰	۰/۵۹۹
دوره دهم	۰/۵۷۶	۰/۷۱۶
دوره یازدهم	۰/۶۷۴	۰/۷۴۳
آزمون آماری		
آماره t	-۴/۷۵	
احتمال	۰	

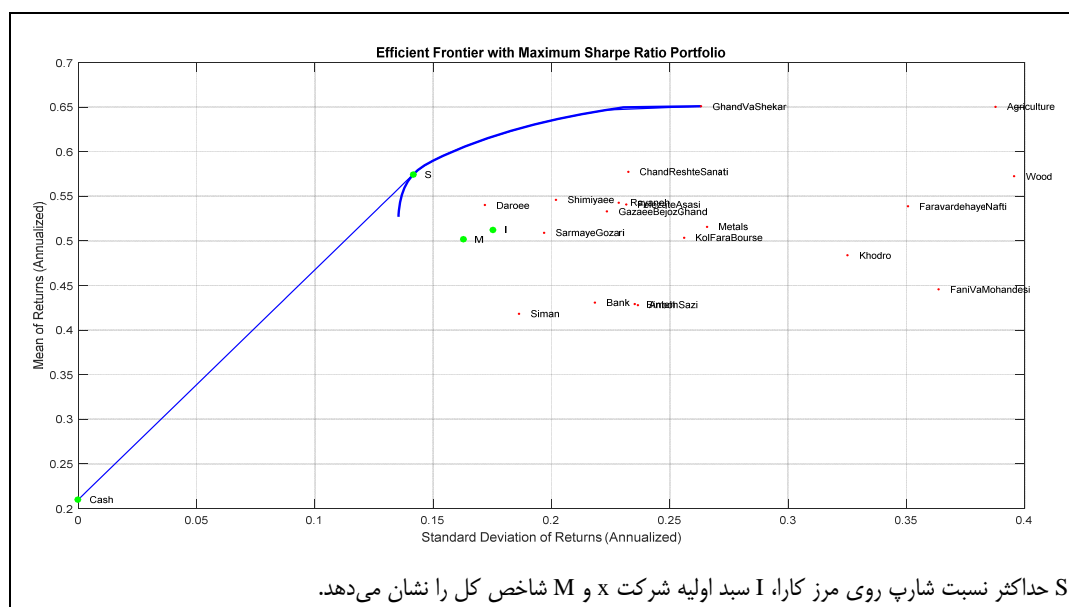
بنابراین آزمون فرضیه تحقیق نشان می‌دهد که مدل‌های بهینه‌سازی عملکرد بهتری نسبت به بکارگیری استراتژی تصادفی در انتخاب وزن‌ها خواهند داشت و مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی نقش مهمی در مدیریت سرمایه‌گذاری و ارزیابی عملکرد دارند. حال این تحقیق به سراغ بهینه‌سازی سبد همراه با محدودیت‌های محیطی در ادامه خواهد رفت. جدول ۵ بهینه‌سازی سبد را بدون اعمال محدودیت‌ها نشان می‌دهد. البته سه ملاک مطرح‌شده در بخش مدل‌سازی در این جدول قابل مشاهده است. ملاک اول هدف‌گیری بازدهی سالانه در بهینه‌سازی سبد، ملاک دوم هدف‌گیری ریسک سالانه در بهینه‌سازی سبد و ملاک سوم حداکثرسازی نسبت شارپ در بهینه‌سازی سبد در نظر گرفته شده‌اند.

جدول ۵. بهینه‌سازی سبد بدون اعمال محدودیت‌ها

وزن‌های بهینه (درصد)			وزن هر صنعت در سبد شرکت X (درصد)	نام صنعت
حداکثر نسبت شارپ	ریسک هدف سالانه ۱۴ درصد	بازدهی هدف سالانه ۶۲ درصد		
۰	۰	۰	۲۷/۵۹	استخراج کانه‌های فلزی
۱/۵۷	۱/۹۵	۰	۷/۹۱	فراورده‌های نفتی
۶/۹۸	۸/۳۰	۰	۸/۴۳	فلزات اساسی
۰	۰	۰	۰/۴۲	خودرو
۲۱/۵۳	۱۵/۰۷	۴۵/۹۶	۰	قندوشکر
۵/۷۸	۰/۳۹	۲۳/۸۱	۱۲/۹۱	چندرشته‌ای صنعتی
۲۶/۱۷	۲۷/۷۷	۲/۳۰	۴/۲۶	دارویی
۱۴/۱۹	۱۵/۹۲	۲/۱۴	۹/۴۹	شیمیایی
۰	۰	۰	۱/۱۴	فنی و مهندسی
۰	۰	۰	۱/۱۱	انبوه‌سازان
۰	۴/۰۴	۰	۲/۵۷	سیمان آهک و گچ
۰	۰	۰	۳/۱۵	سرمایه‌گذاری
۰	۳/۷۱	۰	۱۲/۲۴	بانکی
۰	۰	۰	۴/۱۳	بیمه
۰	۰	۰	۴	فراپورس
۳/۸۲	۵/۹۴	۰	۰/۵۰	غذایی بدون قندوشکر
۵/۵۳	۲/۶۸	۱۶/۳۹	۰	زراعت
۹/۷۲	۱۰/۰۵	۳/۷۲	۰/۱۷	رایانه
۴/۷۱	۴/۱۹	۵/۶۷	۰/۰۰۰۲	محصولات چوبی
۴/۸	۴/۷	۵/۲	۴/۳	بازدهی ماهانه
۴/۱	۴	۵/۲	۵/۱	ریسک ماهانه
۷۴	۷۳	۶۶	۴۹	نسبت شارپ

همان طوری که جدول نشان می‌دهد برای رسیدن به بازدهی هدف سالانه ۶۲ درصد باید در صنعت قندوشکر حدود ۴۶ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۶۶ درصد در ماه برسد. همچنین برای رسیدن به ریسک هدف سالانه ۱۴ درصد باید در صنعت دارویی ۲۸ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۷۳ درصد در ماه برسد. برای رسیدن به هدف حداکثر نسبت شارپ باید در صنعت دارویی ۲۶ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۷۴ درصد در ماه برسد. این نتایج در جدول قابل مشاهده است. البته این شرکت در صنعت دارویی و قندوشکر سهم کمی داشته است.

شکل ۱ مرز کارا برای بهینه‌سازی سبد بدون اعمال محدودیت‌ها را نشان می‌دهد. مرز کارا مجموعه از سبدهای بهینه می‌باشد که برای سطح مشخصی از ریسک، بیشترین بازده را به ارمغان می‌آورد یا برای میزان مشخصی از بازده، حداقل ریسک را به ارمغان می‌آورد. در این نمودار، محور افقی ریسک سالانه و محور عمودی بازدهی سالانه را نشان می‌دهد. همان طوری که مشاهده می‌شود S نقطه حداکثرسازی نسبت شارپ را روی مرز کارا نشان می‌دهد. در واقع این نقطه ناشی از خط مماس از نقطه بازدهی بدون ریسک (Cash) بر منحنی مرز کارا است. در حقیقت این خط معروف به خط بازار سرمایه می‌باشد که شیب آن حداکثر نسبت شارپ را نشان می‌دهد. I وزن‌های اولیه شرکت از صنایع است که نشان می‌دهد که این شرکت از مرز کارا فاصله دارد. M شاخص کل بورس را نشان می‌دهد. از این رو، می‌توان نتیجه گرفت که این سبد به صورت کارا عمل نکرده و وزن‌ها از صنایع را بهتر است تغییر دهد.



شکل ۱. بهینه‌سازی سبد بدون اعمال محدودیت‌ها

برای محاسبه درصد سبد ریسکی از رابطه ذیل استفاده می‌شود:

$$y = (sret - CashMean)/(A * srsk^2) \quad \text{رابطه (۱)}$$

در این رابطه  $sret$ ،  $ChashMean$ ،  $A$  و  $srsk$  به ترتیب بازدهی سبد حداکثرسازی نسبت شارپ، بازدهی بدون ریسک، ضریب ریسک‌گریزی و ریسک سبد حداکثرسازی نسبت شارپ می‌باشند. چنانچه ضریب ریسک‌گریزی بزرگ‌تر از ۴ باشد فرد شدیداً ریسک‌گریز است. اگر ضریب ریسک‌گریزی بین عدد ۲ الی ۴ باشد فرد ریسک‌گریزی متوسط دارد. در حالی که این ضریب بین ۰ الی ۲ باشد فرد ریسک‌پذیری بالایی دارد. برای محاسبه درصد سرمایه‌گذاری روی سبد غیرریسکی عدد ۱ را از این درصد کم می‌کنند. در این تحقیق با ضریب ریسک‌گریزی متفاوت نتایج ذیل برای درصد سبد ریسکی بر حسب درصد به‌دست آمد:

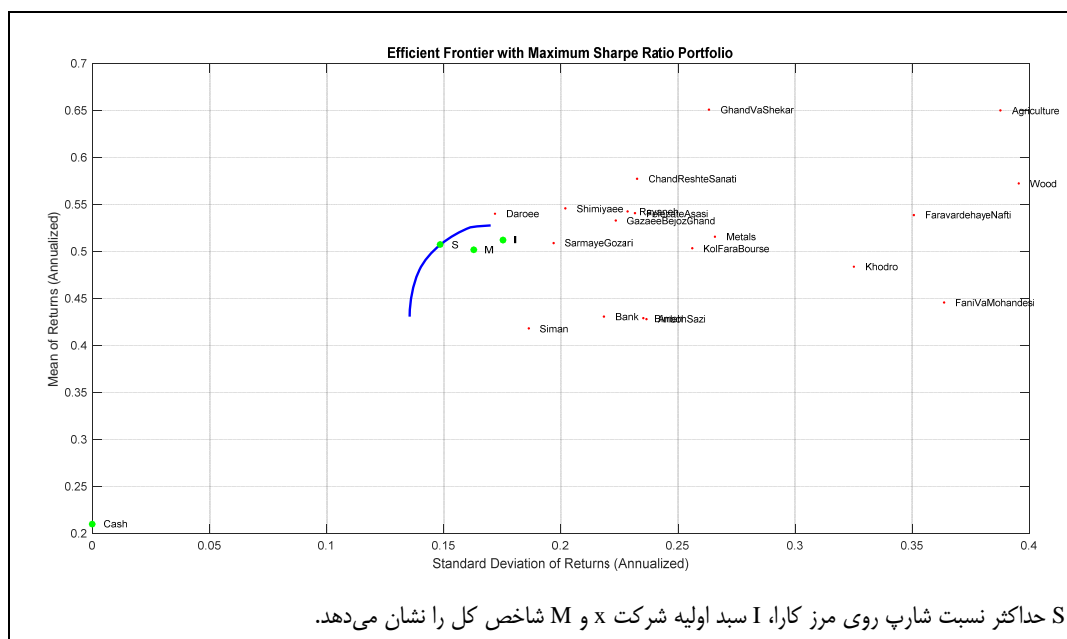
$y = 5$	$y = 10$	$y = 30$	$y = 91$
$A = 4$	$A = 2$	$A = 0.6$	$A = 0.2$

جدول ۶. بهبودسازی سبد با اعمال همه محدودیت‌ها به جز خطای تعقیب

وزن‌های بهینه (درصد)			وزن هر صنعت در سبد شرکت x (درصد)	نام صنعت
حداکثر نسبت شارپ	ریسک هدف سالانه ۱۴ درصد	بازدهی هدف سالانه ۵۰ درصد		
۵/۳۹	۱/۱۲	۳/۴۱	۲۷/۵۹	استخراج کانه‌های فلزی
۵/۳۵	۲/۷۲	۴/۳۲	۷/۹۱	فراورده‌های نفتی
۸/۴۳	۸/۴۳	۸/۴۳	۸/۴۳	فلزات اساسی
-۰/۴۲	۰	۰	-۰/۴۲	خودرو
۲۱/۸۶	۱۴/۶۵	۱۹/۸۳	۰	قندوشکر
۱۲/۹۱	۵/۹۵	۱۲/۹۱	۱۲/۹۱	چندرشته‌ای صنعتی
۸/۷۸	۲۳/۶۰	۱۲/۸۵	۴/۲۶	دارویی
۹/۴۹	۹/۴۹	۹/۴۹	۹/۴۹	شیمیایی
۰	۰	۰	۱/۱۴	فنی‌ومهندسی
۰	۰	۰	۱/۱۱	انبوه‌سازان
۲/۵۷	۲/۵۷	۲/۵۷	۲/۵۷	سیمان‌آهک‌وگچ
۳/۱۵	۱/۶۱	۳/۱۵	۳/۱۵	سرمایه‌گذاری
۵/۷۶	۷/۹۸	۶/۱۴	۱۲/۲۴	بانکی
۱/۶۸	۲/۵۰	۱/۷۲	۴/۱۳	بیمه
۴	۲/۲۹	۴	۴	فراپورس
-۰/۵۰	۳/۳۳	-۰/۵۰	-۰/۵۰	غذایی بدون قندوشکر
۵/۲۳	۲/۴۱	۴/۴۵	۰	زراعت
۱/۲۱	۷/۶۷	۲/۸۲	-۰/۱۷	رایانه
۳/۲۹	۳/۶۸	۳/۴۱	-۰/۰۰۲	محصولات چوبی
۴/۲۳	۳/۹	۴/۱۷	۴/۳	بازدهی ماهانه
۴/۳	۴	۴/۲	۵/۱	ریسک ماهانه
۵۷/۸	۵۴/۶	۵۷/۶	۴۹	نسبت شارپ

جدول ۶ بهینه‌سازی سبد را با اعمال همه محدودیت‌ها به جز خطای تعقیب نشان می‌دهد. همان طوری که در جدول مشخص است، برای رسیدن به بازدهی هدف سالانه ۵۰ درصد باید در صنعت قندوشکر حدود ۲۰ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۵۷/۶ درصد در ماه برسد. همچنین برای رسیدن به ریسک هدف سالانه ۱۴ درصد باید در صنعت دارویی ۲۴ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۵۴/۶ درصد در ماه برسد. برای رسیدن به هدف حداکثر نسبت شارپ باید در صنعت قند و شکر ۲۲ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۵۷/۸ درصد در ماه برسد. البته این شرکت در صنعت دارویی و قندوشکر سهم کمی داشته است.

شکل ۲ مرز کارا برای بهینه‌سازی سبد با اعمال همه محدودیت‌ها به جز خطای تعقیب را نشان می‌دهد. همان طوری که مشاهده می‌شود S نقطه حداکثرسازی نسبت شارپ را روی مرز کارا نشان می‌دهد. I وزن‌های اولیه شرکت از صنایع است که نشان می‌دهد که این شرکت از مرز کارا فاصله دارد. M شاخص کل بورس را نشان می‌دهد. از این رو، می‌توان نتیجه گرفت که این سبد به صورت کارا عمل نکرده و وزن‌ها از صنایع را باید تغییر دهد. این شکل نشان می‌دهد که محدودیت‌ها در واقع باعث کوچک‌تر شدن مرز کارا و انتقال آن به پایین‌تر می‌شوند.



شکل ۲. بهینه‌سازی سبد با اعمال محدودیت‌ها به جز خطای تعقیب

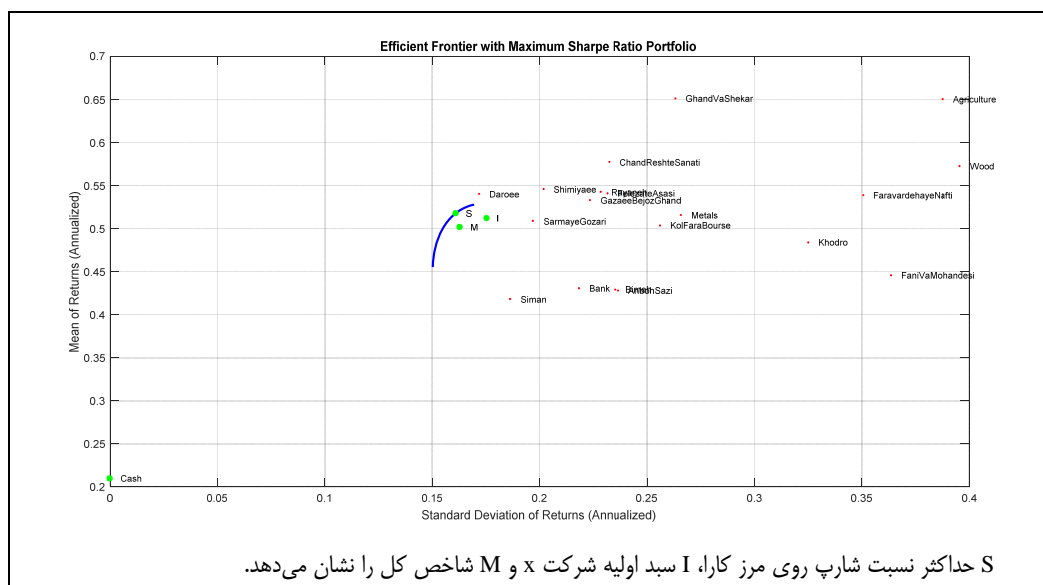
جدول ۷ بهینه‌سازی سبد را با اعمال همه محدودیت‌ها نشان می‌دهد. همان طوری که در جدول مشخص است برای رسیدن به بازدهی هدف سالانه ۵۰ درصد باید در صنعت استخراج کانه‌های فلزی حدود ۱۶ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۵۴ درصد در ماه برسد. همچنین برای رسیدن به ریسک هدف سالانه ۱۵ درصد باید در صنعت شیمیایی ۱۸ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد

بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۴۸/۵ درصد در ماه برسد. برای رسیدن به هدف حداکثر نسبت شارپ باید در صنعت استخراج کانه‌های فلزی ۲۰ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر. این سبد بهینه می‌تواند به نسبت شارپ ۵۵/۲ درصد در ماه برسد. این نتایج در جدول قابل مشاهده است. البته این شرکت در صنعت استخراج کانه‌های فلزی سهم بالا ولی در صنعت شیمیایی سهم کمی داشته است. سبد تحت تعقیب سبد ساخته شده از صنایع استخراج کانه‌های فلزی، فراورده‌های نفتی، فلزات اساسی و شیمیایی می‌باشد.

جدول ۷. بهینه‌سازی سبد با اعمال همه محدودیت‌ها

نام صنعت	وزن‌های بهینه - درصد		
	وزن هر صنعت در سبد شرکت X-درصد	بازدهی هدف سالانه ۵۰ درصد	ریسک هدف سالانه ۱۵ درصد
حداکثر نسبت شارپ			
استخراج کانه‌های فلزی	۲۷/۵۹	۱۵/۱۴	۱۱/۵۸
فراورده‌های نفتی	۷/۹۱	۹/۹۵	۱۱/۱۶
فلزات اساسی	۸/۴۳	۸/۴۳	۱۳/۴۸
خودرو	۰/۴۲	۰	۰
قندوشکر	۰	۹/۶۵	۷/۲۳
چندرشته ای صنعتی	۱۲/۹۱	۱۰/۴۹	۰/۴۶
دارویی	۴/۲۶	۱۱/۴۰	۱۳/۸۴
شیمیایی	۹/۴۹	۱۱/۴۴	۱۸/۱۵
فنی‌ومهندسی	۱/۱۴	۰	۰
انبوه‌سازان	۱/۱۱	۰	۰
سیمان، آهک‌وگچ	۲/۵۷	۲/۵۷	۵/۸۶
سرمایه‌گذاری	۳/۱۵	۳/۱۵	۰
بانکی	۱۲/۲۴	۴/۷۱	۵/۱۶
بیمه	۴/۱۳	۰/۹۳	۱/۳۲
فراپورس	۴	۳/۸۳	۰/۹۲
غذایی بدون قندوشکر	۰/۵۰	۰/۵۰	۲/۷۲
زراعت	۰	۱/۸۴	۰/۸۵
رایانه	۰/۱۷	۳/۸۶	۵/۱۴
محصولات چوبی	۰/۰۰۰۲	۲/۱۱	۲/۱۲
بازدهی ماهانه	۴/۳	۴/۲	۳/۹
ریسک ماهانه	۵/۱	۴/۵	۴/۳
نسبت شارپ	۴۹	۵۴	۴۸/۵

شکل ۳ مرز کارا برای بهینه‌سازی سبد با اعمال همه محدودیت‌ها را نشان می‌دهد. همان طوری که مشاهده می‌شود S نقطه حداکثرسازی نسبت شارپ را روی مرز کارا نشان می‌دهد. I وزن‌های اولیه شرکت از صنایع است که نشان می‌دهد که این شرکت از مرز کارا فاصله دارد. M شاخص کل بورس را نشان می‌دهد. از این رو، می‌توان نتیجه گرفت که این سبد به‌صورت کارا عمل نکرده و وزن‌ها از صنایع را باید تغییر دهد. این شکل نشان می‌دهد که محدودیت‌ها در واقع باعث کوچک‌تر شدن مرز کارا و انتقال آن به پایین‌تر می‌شوند.



شکل ۳. بهینه‌سازی سبد با اعمال همه محدودیت‌ها

## نتیجه‌گیری

این تحقیق در واقع بهینه‌سازی سبد سهام را در عمل با در نظرگیری محدودیت‌های مختلف در دنیای واقعی برای یک شرکت سرمایه‌گذاری به اجرا درآورده است. در واقع با در نظرگیری شاخص صنایع مختلف در بورس و شاخص فرابورس برای شرکت سرمایه‌گذاری x، بهینه‌سازی سبد سهام اجرا شد. در این کار از بهینه‌سازی مدرن با حداکثرسازی نسبت شارپ استفاده شد. این محدودیت‌ها شامل هزینه معاملات، میزان نقدشوندگی صنایع در یک ماه، ضریب گردش سبد و در نظرگیری سبد ملاک و معیار (خطای تعقیب) می‌باشند.

در این تحقیق اطلاعات ۱۹ صنعت شامل شاخص ۱۸ صنعت در بورس و شاخص فرابورس از نرم افزار ره‌آورد نوین استخراج شد و سپس با استفاده از نرم افزار (زبان برنامه نویسی) پایتون برای مهندسی داده‌ها و حذف داده‌های پرت استفاده شد. نرخ بهره بدون ریسک سالانه معادل ۲۱ درصد در نظر گرفته شد. بیشترین سهم را در شرکت x، استخراج کانه‌های فلزی به میزان تقریبی ۲۸ درصد دارا است. میزان ریالی ارزش معاملات هر ماه برای هر صنعت محاسبه شده و بر ارزش بازاری سبد این شرکت تقسیم شد. چنانچه این نسبت بزرگتر از ۱ بود معادل ۱۰۰ درصد و چنانچه کوچک‌تر بود معادل درصدی آن نسبت برای محدودیت نقض‌شوندگی در نظر گرفته شد. مثلاً در صنعت قندوشکر در یک ماه این



معادل تقریبی ۵۳ درصد بود. ضریب گردش سبد (درصد بارهایی است که دارایی‌های یک سبد توسط مدیران در دوره‌ای مشخص خرید و فروش می‌شود. مثلاً نرخ ۲۵ درصد به معنی این است که به طور متوسط سهم‌ها برای ۴ سال نگهداری می‌شوند)، خطای تعقیب با توجه به سبد ملاک یا معیار و سبد ملاک یا معیار (شامل استخراج کانه‌های فلزی، فراورده‌های نفتی، فلزات اساسی و شیمیایی می‌باشد) در نظر گرفته شد.

آزمون فرض تحقیق برای ۱۱ دوره در نظر گرفته شده است. سبد تصادفی با وزن‌های تصادفی برای ۱۰۰۰ با تکرار حاصل شده و نسبت شارپ هر دوره محاسبه شده است. این عمل برای سبد بهینه‌سازی هم انجام شده است. در نهایت با استفاده از آزمون آماری و آماره  $t$  مقایسه صورت گرفته است که نشان می‌دهد بین نسبت شارپ این دو روش تفاوت معناداری وجود دارد. در واقع بهینه‌سازی سبد نتایج بهتری نسبت به سبد تصادفی نتیجه می‌دهد.

**در بهینه‌سازی سبد بدون اعمال محدودیت‌ها:** برای رسیدن به بازدهی هدف سالانه ۶۲ درصد باید در صنعت قندوشکر حدود ۴۶ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۶۶ در ماه دست‌یافت. همچنین برای رسیدن به ریسک هدف سالانه ۱۴ درصد باید در صنعت دارویی ۲۸ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۷۳ در ماه دست‌یافت. برای رسیدن به هدف حداکثر نسبت شارپ باید در صنعت دارویی ۲۶ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۷۴ در ماه دست‌یافت. البته این شرکت در صنعت دارویی و قندوشکر سهم کمی داشته است.

**در بهینه‌سازی سبد با اعمال همه محدودیت‌ها به جز خطای تعقیب:** برای رسیدن به بازدهی هدف سالانه ۵۰ درصد باید در صنعت قندوشکر حدود ۲۰ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۵۷۶ در ماه دست‌یافت. همچنین برای رسیدن به ریسک هدف سالانه ۱۴ درصد باید در صنعت دارویی ۲۴ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۵۴۶ در ماه دست‌یافت. برای رسیدن به هدف حداکثر نسبت شارپ باید در صنعت قندوشکر ۲۲ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۵۷۸ در ماه دست‌یافت. البته این شرکت در صنعت دارویی و قندوشکر سهم کمی داشته است.

**در بهینه‌سازی سبد با اعمال همه محدودیت‌ها:** برای رسیدن به بازدهی هدف سالانه ۵۰ درصد باید در صنعت استخراج کانه‌های فلزی حدود ۱۶ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۵۴۰ در ماه دست‌یافت. همچنین برای رسیدن به ریسک هدف سالانه ۱۵ درصد باید در صنعت شیمیایی ۱۸ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۴۸۵ در ماه دست‌یافت. برای رسیدن به هدف حداکثر نسبت شارپ باید در صنعت استخراج کانه‌های فلزی ۲۰ درصد سرمایه‌گذاری کرد و مابقی در صنایع دیگر و در نتیجه به نسبت شارپ ۰.۵۵۲ در ماه دست‌یافت. البته این شرکت در صنعت استخراج کانه‌های فلزی سهم بالا ولی در صنعت شیمیایی سهم کمی داشته است. سبد تحت تعقیب سبد ساخته شده از صنایع استخراج کانه‌های فلزی، فراورده‌های نفتی، فلزات اساسی و شیمیایی می‌باشد.

## نوآوری

اجرای بهینه‌سازی سبد در سطح صنایع برای یک شرکت سرمایه‌گذاری در عمل با در نظرگیری محدودیت‌های مهم (مثل: میزان نقدشودگی هر صنعت، هزینه معاملات، ضریب گردش سبد و خطای تعقیب) به طور هم‌زمان.

### پیشنهاد‌های علمی

محققان بعدی می‌توانند بهینه‌سازی سبد در سطح شرکت‌ها را به جای صنایع برای یک شرکت سرمایه‌گذاری با در نظرگیری محدودیت‌های مهم (مثل میزان نقدشودگی هر صنعت، هزینه معاملات، ضریب گردش سبد و خطای تعقیب) به طور هم‌زمان اجرا کنند. همچنین محققان بعدی می‌توانند از نسبت سورتینو و پتانسیل مطلوب به‌عنوان اهداف بهینه‌سازی استفاده کنند.

### پیشنهاد‌های کاربردی

شرکت‌های سرمایه‌گذاری می‌توانند از این الگو برای رصد مرز کارا و حداکثر نسبت شارپ به‌صورت ماهانه یا فصلی استفاده کنند تا بتوانند همیشه روی مرز کارا قرار گرفته و به بهترین عملکرد دست یابند. بنابراین، بسته به این که شرکت سرمایه‌گذاری چه بهینه‌سازی مد نظرش هست (بدون محدودیت، با محدودیت بدون خطای تعقیب و همه محدودیت‌ها) و یا چه هدفی را با توجه به اشتهای ریسک دنبال می‌کند (حداکثرسازی بازده، حداقل‌سازی ریسک و حداکثرسازی نسبت شارپ) می‌تواند وزن‌های بهینه را در صنایع مختلف انتخاب کرده و به‌صورت ماهانه یا فصلی این وزن‌های بهینه را رصد کند. به‌عنوان مثال، فرض کنید این شرکت سرمایه‌گذاری از بهینه‌سازی با همه محدودیت‌ها استفاده می‌کند و هدف مطلوب آن حداکثرسازی نسبت شارپ است، از این رو، این الگو نشان داد که بهتر است این شرکت در صنعت استخراج کانه‌های فلزی حدود ۲۰ درصد و مابقی را در صنایع دیگر (قابل توجه است که این نتیجه به وزن‌های اولیه آن شرکت در صنایع وابسته است) همان طوری که در جداول قبلی مشخص است سرمایه‌گذاری کند. همچنین از این الگوها می‌توان برای ارزیابی عملکرد مدیریت سرمایه‌گذاری هم استفاده کرد. در واقع می‌توان نشان داد که عملکرد شرکت سرمایه‌گذاری به چه میزان از مرز کارا و حداکثر نسبت شارپ فاصله دارد. همان طوری که در نمودارها مشخص بود.

تحقیق حاضر تقریباً اکثر محدودیت‌های محیطی را در نظر گرفت و نشان داد که نتایج متفاوتی رقم خواهد خورد.

به هر حال از ادبیات موجود سه پژوهش که برخی محدودیت‌های این تحقیق را در نظر گرفته اند به شرح ذیل است:

اولسن (۲۰۰۵) هزینه معاملات را در مدیریت سبد در نظر گرفت. او به این نتیجه رسید که هزینه معاملات

اهمیت دارد و بر عملکرد سبد تأثیر می‌گذارد. برتراند (۲۰۱۰) بهینه‌سازی سبد را تحت خطای تعقیب یا ردیابی بررسی کرد و نتیجه این بوده است که این سبد با این محدودیت دارای چندین ویژگی مطلوب است. موشخیان و نجفی (۱۳۹۴) مدلی با عنوان مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با در نظر گرفتن هزینه معاملات ارائه کردند و نشان دادند که این مدل از کارایی لازم برخوردار بود.

## محدودیت‌ها

مسئله بهینه‌سازی مدرن و تعیین مرز کارای سرمایه‌گذاری، زمانی که تعداد دارایی‌های قابل سرمایه‌گذاری و محدودیت‌های موجود در بازار کم باشد، توسط مدل‌های ریاضیات حل شدنی است. اما هنگامی که شرایط و محدودیت‌های دنیای واقعی در نظر گرفته شود، مسئله پیچیده و مشکل خواهد بود. همچنین محدودیت‌های داده‌ای هم وجود دارد. مثلاً در فرابورس شاخص صنایع مختلف به تفکیک در نظر گرفته نشده است.

## منابع

- اصغرپور، حسین؛ رضازاده، علی (۱۳۹۴). تعیین سبد بهینه سهام با استفاده از روش ارزش در معرض خطر. *فصلنامه نظریه‌های کاربردی اقتصاد*، ۲(۴)، ۹۳-۱۱۸.
- اکبری، فاطمه؛ مهدوی، ایرج؛ آشنا، مینا (۱۳۹۱). ارایه یک مدل ترکیبی با استفاده از فرایند تحلیل شبکه ای فازی و دیمتل فازی برای انتخاب بهینه سبد سهام در بازار بورس ایران. *همایش منطقه ای مباحث نوین در حسابداری*.
- بیات، علی؛ آبچر، بهجت (۱۳۹۴). ارتباط بین الگوهای تصمیم‌گیری و انتظارات سرمایه‌گذاران از ریسک و بازده سرمایه‌گذاری در ابزارهای مالی بر اساس مدل مارکویتز، *فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری*، ۱۴(۱۶)، ۱۷۳-۱۹۰.
- بیات، علی؛ شکری، علی (۱۳۹۴). فرایند انتخاب سبد بهینه به روش ارزش در معرض ریسک. *همایش منطقه ای ایده‌های نوین در حسابداری و مدیریت مالی*، گروه حسابداری، واحد زنجان، دانشگاه آزاد اسلامی، زنجان.
- پارسائیان ناصر؛ شمس، سمیرا (۱۳۹۱). مقایسه عملکرد مدل فاما و فرنچ و شبکه‌های عصبی مصنوعی. *فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۱۱(۱)، ۱۰۳-۱۱۸.
- پارکر، جونز (۱۳۸۰). *مدیریت سبد سهام (مدیریت سبد سرمایه‌گذاری)* (چاپ اول). (محمد شاه علیزاده، مترجم). تهران: انتشارات جامعه دانشگاهی.
- تقوی فرد، محمد تقی؛ منصور، طاها؛ خوش‌طینت، محسن (۱۳۸۶). ارائه یک الگوریتم فرا ابتکاری جهت انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت‌های عدد صحیح. *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی*، ۷(۴)، ۴۹-۶۹.
- تهرانی، رضا؛ فالح‌تفتی، سیما؛ آصفی، سپهر (۱۳۹۷). بهینه‌سازی سبد سهام به کمک الگوریتم فرا ابتکاری دسته‌های میگو با استفاده از معیارهای مختلف از ریسک در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۲۰(۴)، ۴۰۹-۴۲۶.
- خنجرپناه، حسین؛ پیشوایی، میرسامان؛ جبارزاده، آرمین (۱۳۹۵). رویکرد فازی در بهینه‌سازی سبد سهام بورس اوراق بهادار با محدودیت‌های منعطف، *مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن*، ۱۳(۴)، ۳۹-۵۴.
- رهنمای رودپشتی، فریدون؛ نیکومرام، هاشم؛ طلوعی اشلقی، عباس؛ حسین‌زاده لطفی، فرهاد؛ بیات، مرضیه (۱۳۹۶). بررسی کارایی بهینه‌سازی سبد با استفاده از ماکزیمم نسبت شارپ پایدار در مقایسه با بهینه‌سازی مارکویتز، *نشریه چشم‌انداز مدیریت*، ۲(۲)، ۱۲۵-۱۴۵.
- سروش، ابودر؛ عطرچی، رومینا؛ رامتین‌نیا، شاهین (۱۳۹۶). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری (TLBO) در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۱۹(۲)، ۲۶۳-۲۸۰.

شارپ، ویلیام اف؛ الکساندر، گوردون؛ بیلی، جفری وی (۱۳۸۹). مدیریت سرمایه‌گذاری. (مجید جعفری شریعت پناهی و ابوالفضل جعفری، مترجمان)، تهران: اتحاد.

صادقی، حجت‌اله؛ دهقان، الهام (۱۳۹۵). کاربرد مدل مارکویتز در بهینه‌سازی سبد سهام. چهارمین کنفرانس ملی مدیریت، اقتصاد و حسابداری، تبریز.

طالب‌نیا، قدرت‌اله؛ فتحی، مریم (۱۳۸۹). ارزیابی مقایسه‌ای انتخاب سبد بهینه سهام در بورس اوراق بهادار تهران از طریق مدل‌های مارکویتز و ارزش در معرض خطر. مطالعات مالی، ۳(۶)، ۷۱-۹۴.

علوی‌تبار، قاسم؛ باغبانی، مهدوی؛ گرگی‌زاده، مجید؛ بحرینی، وحید (۱۳۹۳). ارزیابی الگویی ترکیبی جهت انتخاب سبد سهام در بازار بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تکنیک تصمیم‌گیری چند معیاره. اولین همایش ملی حسابداری، حسابرسی و مدیریت.

کارگر، مرضیه (۱۳۹۰). توسعه و اصلاح مدل مارکویتز برای تشکیل سبد بهینه بورس با توجه به معیار نقدشوندگی و حل آن با الگوریتم ژنتیک. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت دانشگاه آزاد تهران مرکز.

موشخیان، سیامک؛ نجفی، امیرعباس (۱۳۹۴). بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از الگوریتم چندهدفه ازدحام ذرات برای مدل احتمالی چند دوره‌ای میانگین - نیم واریانس - چولگی، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۲۳(۲)، ۱۳۳-۱۴۲.

میرعباسی، یاور؛ نیکومرام، هاشم؛ سعیدی، علی؛ حق‌شناس، فریده (۱۳۹۷). بررسی بهینه‌سازی سبد مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب و متغیرهای روانشناختی. فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۹(۳۴)، ۳۰۵-۳۳۳.

نجفی، امیر عباس؛ موشخیان سیامک (۱۳۹۳). مدل‌سازی و ارائه راه حل بهینه برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای با الگوریتم ژنتیک. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۵(۲۱)، ۱۳-۳۱.

نشاطی‌زاده، لعیا؛ حیدری، حسین (۱۳۹۷). بررسی معیارهای نوسان‌پذیری و ریسک در مدل‌های بهینه‌سازی مقید با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری. فصلنامه مدل‌سازی اقتصاد سنجی، ۴(۴)، ۱۱-۳۵.

## References

- Akbari, F., Mahdavi, I., Ashna, M. (2012). Presenting a hybrid model using fuzzy network analysis process and fuzzy dimtel for optimal stock portfolio selection in the Iranian stock market. *Regional Conference on New Topics in Accounting. (in Persian)*
- Alavi, Q., Baghbani, M., Gorgizadeh, M., Bahraini, V. (2014). Presenting a hybrid model for selecting a portfolio in the Tehran Stock Exchange using the multi-criteria decision-making technique. *First National Conference on Accounting, Auditing and Management. (in Persian)*
- Asgharpor. H., Rezazade.A (2016). Determining the stock optimal portfolio using value at risk. *Applied Theories of Economics*, 3(4), 93-118. *(in Persian)*

- Bayat, A., Abcher, B. (2015). The relationship between decision-making model and investors' expectations of risk and return on investment in financial instruments: The Markowitz model, *Quarterly Journal of Investment Knowledge*, 4(16), 173 – 190. (in Persian)
- Bayat, A., Shokri, A. (2015). The process of selecting the optimal portfolio by the method of value at risk, *Regional Conference on New Ideas in Accounting and Financial Management*, Department of Accounting, Zanjan Branch, Islamic Azad University, Zanjan. (in Persian)
- Bertrand, P. (2010). Another look at portfolio optimization under tracking error constraints, *Financial Analysts Journal*, 66, 3.
- Charnes, A., Cooper, W. W. (1959). Chance-constrained programming. *Management Science*, 6(1):73-79.
- Erica, E., Handari, B. & Hertono, C. (2018). Agglomerative clustering and genetic algorithm in portfolio optimization. *AIP Conference Proceedings*, 2023, 02017, <https://doi.org/10.1063/1.506421>.
- Feiring, B. R., Lee, S. W. (1996). A chance-constrained approach to stock selection in Hong Kong. *International Journal of Systems Science*, 27(1), 33-41.
- Grinold, R. C. and Kahn, R. N. (2000). *Active portfolio management* (2<sup>nd</sup> edition), McGraw-Hill.
- Hu, J-L., Change, T –P., Chou, R. (2014). Market conditions and the effect of diversification on mutual fund performance: should fund be more concentrative under crisis? *Journal of Productivity Analysis*, 41(1), 141-151.
- Huang, X. (2008). Risk curve and fuzzy portfolio selection. *Computers & Mathematics with Applications*, 55(6), 1102-1112.
- Kandasamy, H. (2008). *Portfolio selection under unequal prioritized downside risk*. Advisor: Kostreva, Michael M., the Degree Doctor of Philosophy Mathematical Sciences, Department of Mathematical Science, Clemson University.
- Kang, T., B. Wade B., and Brian D. A., (1996). A new efficiency criterion: The mean-separated target deviations risk model. *Journal of Economics and Business*, 48:47–66.
- Kargar, M. (2011). *Development and modification of Markowitz model to form an optimal portfolio according to the criterion of liquidity and its solution with genetic algorithm*. Master Thesis. Faculty of Management, Azad University of Tehran, Markaz. (in Persian)
- Khanjarpanah H., Pishvae M. S., Jabbarzadeh A. (2017). Optimizing a flexible constrained portfolio in Stock Exchange with fuzzy programming, *Journal of Operational Research and Its Applications*, 13 (4), 39-54. (in Persian)
- Kumar, C., Najmud, D. M. (2018). A novel framework for portfolio selection model using modified ANFIS and fuzzy sets. *Journal of Computers*, 185 (3), 453-485.
- Liu, Y. J., Zhang, W. G., Zhang, Q. (2016). Credibilistic multi-period portfolio optimization model with bankruptcy control and affine recourse. *Applied Soft Computing*, 38: 890-906.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.

- Markowitz, H. (1959). Efficient Diversification of Investment. *John Wiley and sons*, 12, 26-31.
- Markowitz, H. (1991). Foundations of portfolio theory. *Journal of Finance*, 46(2):469-477.
- Markowitz, H. M. (2000). *Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets*, Wiley.
- Mir Abbasi, Y., Niko M., Saeedi, H., Haghshenas Farideh, A. (2018). Study of portfolio optimization based on downside risk, upside potential and behavioral variables efficiency, *Quarterly Journal of Financial Engineering and Securities Management*, 9(34), 305- 333. (in Persian)
- Mushkhian, S., Najafi, A. A. (2015). Investment portfolio optimization using multipurpose particle swarm algorithm for a possible multi-period mean-half-variance-skew model, *Journal of Financial Engineering and Securities Management*, (23), 133- 142. (in Persian)
- Najafi, A. A., Mushkhaneh, S. (2014). Modeling and presenting the optimal solution for optimizing the investment portfolio for several periods with genetic algorithm. *Journal of Financial Engineering and Securities Management*, 5(21), 13- 33. (in Persian)
- Neshatizadeh, L., Heidari, H. (2015). Studying of volatility and risk in portfolio-optimization model using of imperialist competitive algorithm, *Journsl of Econometric Modeling*, (4), 11- 35. (in Persian)
- Olsson, R. (2005). *Portfolio management under transaction costs: Model development and Swedish evidence*. Master of Science, Umeå Studies in Business Administration No. 56 Umeå School of Business Umeå University.
- Papahristodoulou, C., Dotzauer, E. (2004). Optimal portfolios using linear programming problems. *Journal of the Operations Research Society*, 55(11):1169- 1177.
- Parker, J. (2001). *Portfolio management (investment management)*. (Mohammad Shah Alizadeh, Trans.) (first edition), *University Society Publications*, Tehran. (in Persian)
- Parsaiyan, N., Shams, S. (2012). Comparison of the performance of the Fama model and the French and artificial neural networks. *Quarterly Journal of Financial Engineering and Securities Management*, (11), 103-118. (in Persian)
- Rahnamay Rood Poshti, F., Niko Maram, H., Toloui Ashlaghi, A., Hosseinzadeh Lotfi, F., Bayat, M. (2017). Evaluation of portfolio optimization efficiency using maximum stable Sharp ratio in comparison with Markowitz optimization. *Journal of Management Perespective*, 7(2), 125- 145. (in Persian)
- Sadeghi, H., Dehghan, E. (2016). Application of Markowitz model in portfolio optimization, *Fourth National Conference on Management, Economics and Accounting*, Tabriz. (in Persian)
- Sharp, W. F., Alexander, G. J., Bailey, J. W. (2010). *Investment management* (Majid, Shariat Panahi and Abolfazl Jafari, Trans.) Tehran, Etihad. (in Persian)
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425-442.

- Silva, A., Neves, R., Horta, N. (2015). A hybrid approach to portfolio composition based on fundamental and technical indicators. *Expert Systems with Applications*, 42(4), 2036-2048.
- Soroosh, A., Atarchi, R., Ramtinnia, S. (2017). Portfolio optimization using teaching-learning based optimization algorithm (TLBO) in Tehran Stock Exchange. *Journal of Financial Research*, 19 (2), 263- 280. (in Persian)
- Sortino, F., Meer R. V. d., Plantinga, A. (1999). The Dutch Triangle. *Journal of Portfolio Management*, 26(1), 50-58.
- Speranza, M. G. (1995). A heuristics algorithm for a portfolio optimization model applied to the Milan stock market, *Computer and Ops Res*, 5, 433-441. (in Persian)
- Taghavi Fard, M. T., Mansour, T., Khoshtinat, M. (2007). Presenting a metaheuristic algorithm for stock portfolio selection considering integer constraints. *Quarterly Journal of Economic Research*, 7(4), 49-69. (in Persian)
- Talebania, Q., Fathi, M. (2010). Comparison evaluation of selecting an optimal portfolio in Tehran Stock Exchange by Markowitz model and Value at Risk, *Financial Studies*, 3(6), 71-94. (in Persian)
- Tang, W., Han, Q., Li, G. (2001). The portfolio selection problems with chanceconstrained. *Systems, Man, and Cybernetics IEEE International Conference*, 4, 2674-2679.
- Tehrani, R., Faleh Tafti, S., Asefi, S. (2018). Portfolio optimization krill herd metaheuristic algorithm considering different measures of risk in Tehran Stock Exchange, *Financial Research Journal*, 20 (4), 409-426. (in Persian)