



## Comparing Logistic Growth Model and Competing Models for Predicting the Overall Index in the Tehran Stock Exchange

**Hamed Mansouri Gargari**

PhD Candidate, Department of Economics, Faculty of Economics and Management, Urmia University, Urmia, Iran. E-mail: hamed.mansoori@gmail.com

**Hassan Khodavaisi**

Corresponding author, Associate Prof., Department of Economics, Faculty of Economics and Management, Urmia University, Urmia, Iran. E-mail: h.khodavaisi@urmia.ac.ir

### Abstract

**Objective:** The main objective of this study is to compare the Harvey Logistic Growth Models, Harvey, and the Nonlinear Autoregressive Neural Network, and to design and find a model with better predictive accuracy for the Tehran Stock Exchange data. This model is nevertheless highly dependent on past values, has high fluctuations, and shows nonlinear motion patterns which have been repeatedly neglected.

**Methods:** In this study, the "Harvey Logistic" Growth Models, Harvey and the addition of nonlinear components based on the Taylor series expansion for trigonometric functions were studied to compare the accuracy and prediction of these models based on prediction criteria and its results with the nonlinear autoregressive neuronal network. Daily data of fluctuations from 1393 until 1395 of the total stock index, which was divided into two categories, were used as the sample pool in this study.

**Results:** The results of the unit root tests such as Dickey-Fuller and BDS test show that the data is stationary and has a nonlinear property. In the estimation stage, the goodness of fit for the Logistic and Harvey models show that both models have a high root mean square error and low coefficient of determination for the four data types. By adding the nonlinear parts to the Harvey model, a good fit was obtained for the stock index with a coefficient of determination of about 99.8 percent and minimum root mean square error, even when compared with the nonlinear autoregressive neural network.

**Conclusion:** The results of the research show that combining the Harvey model with the nonlinear component could be considered as one of the models which predict the Tehran Stock Exchange index better than the other models.

**Keywords:** Logistic harvey, Harvey, Modified harvey, Nonlinear autoregressive neural networks.

**Citation:** Mansouri Gargari, H., & Khodavaisi, H. (2019). Comparing Logistic Growth Model and Competing Models for Predicting the Overall Index in the Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 21(2), 265-292. (in Persian)



## مقایسه مدل‌های رشد لجستیکی با مدل‌های رقیب در پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

حامد منصوری گرگری

دانشجوی دکتری، گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران. رایانامه: hamed.mansoori@gmail.com

حسن خداویسی

\* نویسنده مسئول، دانشیار، گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران. رایانامه: h.khodavaisi@urmia.ac.ir

### چکیده

**هدف:** هدف اصلی این مطالعه مقایسه مدل‌های رشد لجستیکی هاروی، هاروی، شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو و طراحی و یافتن مدلی بهینه با دقت پیش‌بینی بهتر برای داده‌های شاخص کل بورس تهران است که این مدل وابستگی زیادی به مقادیر گذشته خود دارد، پرتوسان است و روند حرکتی غیرخطی دارد که تاکنون مغفول مانده است.

**روش:** در این پژوهش با به کارگیری مدل‌های رشد «لجدستیک هاروی» و «هاروی» و افزودن جزء غیرخطی بر اساس بسط سری تیلور توابع مثلثاتی روی داده‌های روزانه مربوط به سال‌های ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۵، نوسان‌های شاخص کل بورس به چهار گروه دسته‌بندی شدند و ضمن مشخص شدن کارآمدی این مدل‌ها بر اساس معیارهای پیش‌بینی، نتایج آن با شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو ارزیابی و مقایسه شد.

**یافته‌ها:** نتیجه آزمون‌های ریشه واحد دیکی فولر و BDS بیان کننده این است که داده‌ها مانا هستند و رفتار غیرخطی دارند. در مرحله برآورده، از آنجا که مدل‌های لجستیک هاروی و هاروی میانگین مربعات خطای بالا و ضریب تعیین کم داشتند، خوبی برآراش آنها در هر چهار نوع داده تأیید نشد. با افزودن جزء غیرخطی به مدل هاروی برآراش بسیار مناسبی از شاخص کل بورس با ضریب تعیین حداقل ۹۹/۸ درصد و حداقل ریشه میانگین مربعات خطای بدست آمد که حتی در مقایسه با شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو بهتر بود.

**نتیجه‌گیری:** نتایج پژوهش نشان می‌دهد که ترکیب مدل هاروی با جزء غیرخطی، در مقایسه با دو مدل رشد لجستیکی هاروی و شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو، شاخص کل بورس تهران را بهتر پیش‌بینی می‌کند.

**کلیدواژه‌ها:** لجستیک هاروی، هاروی، هاروی تغییر شده، شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو.

**استناد:** منصوری گرگری، حامد؛ خداویسی، حسن (۱۳۹۸). مقایسه مدل‌های رشد لجستیکی با مدل‌های رقیب در پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*, ۲(۲۱)، ۲۶۵-۲۹۲.

## مقدمه

شاخص‌های قیمت سهام در تمامی بازارهای مالی دنیا بهمثابه یکی از معیارهای بسیار خوب برای سنجش عملکرد بورس اوراق بهادار، از اهمیت و توجه زیادی برخوردارند؛ زیرا شاخص‌ها از تجمعیح حرکت‌های قیمت سهام تمام شرکت‌ها یا طبقه خاصی از شرکت‌های موجود در بازار بورس به دست می‌آیند و بررسی جهت و اندازه حرکت‌های قیمتی را در بازار امکان‌پذیر می‌سازند. پیش‌بینی این شاخص اطلاعاتی از روند آتی و وضعیت کلی بازار را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشهود است، بازارهای بورس هم از عوامل کلان اقتصادی و هم از هزاران عامل دیگر تأثیر می‌پذیرند. تعداد زیاد و ناشناخته‌بودن عوامل مؤثر بر بازار بورس، بی‌اطمینانی در زمینه سرمایه‌گذاری را موجب شده است و این ویژگی بی‌اطمینانی برای مدیران بخش‌های مختلف اقتصادی، بازرگانی و سرمایه‌گذاران نامطلوب و اجتناب‌ناپذیر است. بنابراین، تمام تلاش سرمایه‌گذار و مدیران بخش‌های اقتصادی، کاهش بی‌اطمینانی است و از این جهت پیش‌بینی بازار بورس یکی از ابزارهای کاهش آن است (وایت<sup>۱</sup>، ۱۹۸۸). از طرفی، سرمایه‌گذاری در بورس، بخش مهمی از اقتصاد را تشکیل می‌دهد، از این رو، موضوع پیش‌بینی و طراحی مدل پیش‌بینی بسیار مطمئن در کشورهای در حال توسعه‌ای نظیر ایران، به منظور مدیریت صحیح بورس اوراق بهادار برای رسیدن به توسعه پایدار، اهمیت بسزایی دارد و تصمیم‌گیری در وضعیت نامطمئن را برای تصمیم‌گیران اجرایی بورس هموار می‌سازد (طلوعی و حق دوست، ۱۳۸۰).

در سال‌های اخیر، روش‌های نوین پیش‌بینی و استفاده از نرم‌افزارها و سیستم‌های هوشمند سبب شده است که مشکلات دیگری برای پیش‌بینی ایجاد شود. در خصوص پیش‌بینی شاخص قیمت در بورس تهران، تاکنون محققان تلاش‌های زیادی انجام داده‌اند. در این روش‌ها، محققان تلاش خود را بیشتر بر پیش‌بینی این شاخص با توجه به متغیرهای برون‌زا و مقادیر گذشته سری زمانی معطوف کرده‌اند و این منطقی‌ترین روشی است که می‌توان با وجود متغیرهای بسیار زیاد انتخاب کرد. در تکنیک سری زمانی، سعی می‌شود از نحوه تسلیسل شماره‌ها، فرایند ایجاد آنها را حدس زد. چنانچه اعداد سری مربوط از توزیع یکسانی پیروی کنند؛ یعنی در طول زمان از یکدیگر مستقل بوده و احتمال وقوع بیشتری را نسبت به سایر اعداد داشته باشند، استراتژی منتخب عدد مزبور را مد نظر قرار می‌دهد (هندریکسن و ون بریدا<sup>۲</sup>، ۱۹۹۰ و دموری و شهر، ۱۳۹۰). بنابراین، سری زمانی درباره نتایج آتی، ارقام اطلاعاتی فراهم می‌کند و تصمیمات بعدی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. استفاده از این روش‌ها موجب می‌شود که زمینه اطمینان سرمایه‌گذاران و کارایی بازار افزایش یابد.

افزایش ابزارهای مرتبط با شاخص مالی، دامنه فرصت‌های سرمایه‌گذاری برای سرمایه‌گذران را گسترش داده است. به منظور محافظت از ریسک بالقوه بازار و کسب سود جدید برای کسانی که از موقعیت زمانی و مکانی بازار بهره می‌برند، ارائه مدل مناسب با در نظر گرفتن اطلاعات گذشته سری زمانی، برای پیش‌بینی شاخص، بسیار پرکاربرد است؛ زیرا با توجه به غیرخطی و ناشناخته‌بودن مسائل مالی و اقتصادی، پیش‌بینی وضعیت آینده شاخص از روش‌های متعارف خطی میسر نیست. طراحی و گزینش و اصلاح یک مدل از میان انواع مدل‌های پیش‌بینی، هم به موضوع در دست مطالعه، هم

به ماهیت و نوع پیش‌بینی و هم به کمیت و کیفیت داده‌های موجود و قابل دسترس ارتباط دارد. در این بین، روند حرکتی شاخص کل بورس، علاوه بر افت و خیزهای زیاد در مدت زمان طولانی، معمولاً با روند حرکتی در قالب زمان همراه است. بدین سبب برای طراحی، برآورد و به دست آوردن مدل مناسب می‌توان از مدل‌های مبتنی بر رشدی همانند مدل‌های لجستیکی هاروی، هاروی و انجام تعدیلاتی در آن به نحو مناسب استفاده کرد. بنابراین، در این پژوهش، علاوه بر برآورد این شاخص توسط مدل‌های فوق، تلاش شده است با افزودن جزء غیرخطی به مدل هاروی، مدل مناسبی برای پیش‌بینی آن طراحی شود و برای مقایسه نتایج پیش‌بینی این مدل با روش‌های پیش‌بینی غیرخطی، از نوعی مدل شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو استفاده شده که امروزه از فنون پیش‌بینی پرکاربرد است.

### پیش‌بینه تجربی

پیش‌بینی شاخص کل سهام که یکی از معیارهای سنجش عملکرد بورس اوراق بهادر و یکی از شاخص‌های نشان‌دهنده وضعیت اقتصادی هر کشور است، از دهه ۱۹۳۰ آغاز شد. در این دوره، گروهی از محققان بر مفیدبودن اطلاعات تاریخی قیمت‌ها و گروهی دیگر بر پیروی نکردن از روند خاص و تصادفی بودن این شاخص تأکید کردند. پس از آن، در دهه ۱۹۶۰، بیشتر تحقیقات به‌سمت ویژگی‌های اقتصادی و عوامل اقتصادی تأثیرگذار بر روند بورس متمرکز شد و بر بررسی پیش‌بینی‌پذیری این شاخص سوق پیدا کرد (داعی و پویان‌فر، ۱۳۸۹). در این بین، پژوهش‌های زیادی برای اثبات نظریه‌های موجود، اعم از پیش‌بینی‌پذیری در بورس‌های موجود انجام شده است که در ادامه به تعدادی از آنها اشاره شده است.

مشیری و مروت (۱۳۸۴) با استفاده از مدل‌های خطی و غیرخطی همچون آریما، قارچ، آرفیما و شبکه‌های عصبی مصنوعی روی داده‌های روزانه و هفتگی، در بازه زمانی ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۸ شاخص کل بازدهی سهام تهران را پیش‌بینی کردند. آنها نشان دادند که مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی، در مقایسه با مدل‌های آریما و قارچ و آرفیما، برای پیش‌بینی‌های روزانه و هفتگی نتایج بهتری ارائه می‌دهد.

فلاح شمس و دلنواز اصغری (۱۳۸۸)، در مقاله‌ای، برای پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادر تهران، از یک شبکه عصبی پیش‌خور با الگوریتم یادگیری پس‌انتشار خطای سه ساختار شبکه با الگوهای متفاوت ورودی و داده‌های روزانه سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۸۷ استفاده کردند و به مقایسه نتایج آن با مدل آریما پرداختند. نتایج این پژوهش نشان داد که روش شبکه‌های عصبی در مقایسه با مدل آریما، به میزان شایان توجهی خطای کمتری ایجاد می‌کند. همچنین، پیش‌بینی برای بازه زمانی کوتاه‌مدت مناسب‌تر از بلندمدت است.

فلاح‌پور و علی‌پور ریکنده (۱۳۹۳) با استفاده از مدل‌های مختلف شبکه‌های عصبی موجکی با مینیمم معیار جذر میانگین مربعات خطای، بر پیش‌بینی‌پذیری شاخص کل سهام بورس اوراق بهادر تهران برای داده‌های روزانه در بازه زمانی ۱۳۸۱ تا ۱۳۹۰ تمرکز کردند. نتایج پژوهش آنها نشان داد عملکرد شبکه عصبی موجکی در پیش‌بینی شاخص کل سهام، سطح خطای کمتری دارد و از شبکه عصبی بهتر است.

سنول و اوتزوران<sup>۱</sup> (۲۰۰۸) با استفاده از شبکه عصبی و رگرسیون لجستیک، قیمت شاخص کل سهام بورس استانبول را به کمک داده‌های روزانه، در بازه زمانی ۱۹۹۸ تا ۲۰۰۵ پیش‌بینی کردند. آنها از میان شبکه‌های عصبی طراحی شده، مدلی که در بردارنده ۳ ورودی و ۱۱ نمون در لایه پنهان بود، به عنوان بهترین مدل برای پیش‌بینی انتخاب کردند. نتیجه مقایسه مدل‌های به کاربرده شده، حاکی از عملکرد مطلوب‌تر شبکه عصبی نسبت به رگرسیون لجستیک برای پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار استانبول بود. وانگ، وانگ، ژنگ و گو<sup>۲</sup> (۲۰۱۱)، در پژوهشی با استفاده از شبکه عصبی موجکی بر پایه کاهش اختلال پس انتشار خطا، مقادیر ماهانه شاخص قیمت سهام شانگ‌های را از سال ۱۹۹۳ تا ۲۰۰۹ پیش‌بینی کردند و دریافتند که تقلیل دادن اختلال در داده‌ها باعث می‌شود پیش‌بینی شبکه عصبی مصنوعی بهبود یابد. وانجاوا<sup>۳</sup> (۲۰۱۶)، در پژوهشی به پیش‌بینی یک هفته‌ای شاخص کل بورس سهام شانگ‌های بر اساس داده‌های تاریخی روزانه سال‌های ۲۰۱۲ تا ۲۰۱۵ و مدل‌های شبکه عصبی با الگوریتم پس انتشار خطا پرداخته است. نتایج پژوهش نشان داد که مدل شبکه عصبی، برای پیش‌بینی شاخص کل سهام عملکرد خوبی دارد.

### پیشینه نظری

پژوهشگران و تحلیلگران، در مسئله پیش‌بینی شاخص کل بازار بورس، معتقدند که این شاخص از فرایند گام تصادفی پیروی می‌کند و بهترین مقدار برای پیش‌بینی شاخص کل بازار بورس، اطلاعات امروز است. به همین دلیل، اغلب از روش‌های گوناگونی همچون روش تحلیل عاملی، آرفیما، قارچ، شبکه‌های عصبی و... برای اثبات یا رد فرضیه بازار کارا استفاده کرده‌اند. در این بین، مدل‌های زیادی به کار برده شده و چه بسا با تعدیلاتی نیز همراه بوده است. مدل‌های لجستیک نیز از فنون بسیار پرکاربرد تحلیل داده‌ها هستند. این مدل‌ها در رشته‌های گوناگون، به ویژه برای پیش‌بینی در زمینه تکنولوژی، به کار رفته‌اند. مدل‌های لجستیک بر اساس تابع لجستیکی یا منحنی لجستیکی بنا شده‌اند. تابع یا منحنی لجستیکی، منحنی S شکلی است که برای الگوسازی مجموعه‌هایی (مانند جمعیت) به کار می‌رود که در وهله نخست به آهستگی، در مرحله میانی به سرعت و در مرحله بعد دوباره به آهستگی رشد می‌کند تا به نقطه پیشینه (حداکثر)؛ یعنی به نقطه مجانبی یا نقطه اشباع برسند. تابع لجستیکی در رشته‌های گوناگونی مانند شبکه عصبی مصنوعی، زیست‌شناسی، جمعیت‌نگاری، اقتصاد، شیمی، روان‌شناسی، احتمالات، جامعه‌شناسی و آمار به کار گرفته شده است (فطرس و منصوری، ۱۳۸۹).

برخی محققان با استفاده از مدل‌های لجستیک ساده و گاه با انجام برخی اصلاحات فنی لازم، به پیش‌بینی در زمینه‌های گوناگون اقدام کرده‌اند. برای مثال، بیولی و فیبیگ<sup>۴</sup> (۱۹۸۸) از مدل رشد لجستیکی برای پیش‌بینی در زمینه ارتباطات راه دور بهره برdenد. همچنین، مار مولینرو<sup>۵</sup> (۱۹۸۰) از تحلیل لجستیکی برای پیش‌بینی تعداد تراکتور در اسپانیا استفاده کرده است (فطرس و منصوری، ۱۳۸۹).

1. Senol & Ozturan  
3. Wanjawa  
5. Mar-Molinero

2. Wang, Wang, Zhang & Guo  
4. Bewley & Fiebig

جیوانیس و اسکیاداس<sup>۱</sup> (۱۹۹۹) برای تبیین انتشار نوآوری، الگویی تصادفی<sup>۲</sup> معرفی کردند که از مدل رشد لجستیکی اصلی اخذ شده است. با این فرض که فرایند رشد آنی با اطمینان شناخته‌شدنی نیست، بلکه توسط فرایندی تصادفی تبیین می‌شود. در این تحقیق با استفاده از نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی، تعییری تصادفی از مدل لجستیکی مشهور به صورت تحلیلی حل شده و پس از آن، این مدل برای مطالعه سیر رشد مصرف برق در یونان و ایالات متحده آمریکا به کار رفته است.

مدل لجستیکی و سایر مدل‌های برگرفته از مدل یا تابع لجستیک با روند رو به رشد خود، توانسته‌اند نسبت به سایر مدل‌های به کاربرده شده قبلی، پیش‌بینی‌های بهتری ارائه دهند. با وجود این، مدل یاد شده محدودیت‌هایی دارد. این مدل‌ها به سطح آستانه‌ای نزدیک می‌شوند که از روش جست‌وجو فیبوناچی برای تعیین این سطح استفاده شده است (بودجر و تی<sup>۳</sup>، ۱۹۸۷). در این مدل‌ها، پیش از اینکه پارامترها تخمین زده شوند، نخست باید مقدار سطح اشباع برآورد شود. پیش‌بینی‌های حاصل از توابع لجستیک، اغلب، از پیش‌بینی‌های بین‌المللی کمتر است و علت آن، محدودیت‌هایی است که در منحنی‌های توابع لجستیک وجود دارد (محمد و بودجر<sup>۴</sup>، ۲۰۰۵). در هر حال، مقدار پیش‌بینی کمتر از حد آستانه‌ای (اشباع)، همیشه ویژگی و امتیازی برای مدل رشد لجستیکی محسوب نمی‌شود، به خصوص، زمانی که مقدار رشد اولیه بیشتر از سطح اشباع یا سطح آستانه‌ای باشد. بر این اساس، هاروی<sup>۵</sup> برای پیش‌بینی سری‌های زمانی و رفع محدودیت توابع لجستیکی، مدلی پیشنهاد کرد (هاروی، ۱۹۸۴ و ۱۹۹۳). در مدل پیشنهادی هاروی، به تعیین سطح اشباع قبل از تخمین پارامترهای مدل نیازی نیست. با وجود این، مدل مذکور نیز طی زمان به سطح آستانه‌ای نزدیک می‌شود.

مدل‌های هاروی بر دو نوع مدل لجستیک هاروی و مدل هاروی دسته‌بندی می‌شوند. مدل نخست بر پایه مدل لجستیک معمولی بنا شده و مدل دوم بر پایه مدل تعديل‌یافته مدل لجستیک معمولی، ترکیبی از رشد نمایی و لجستیکی است (هاروی، ۱۹۸۴).

در کل، تحقیقات گوناگون در زمینه پیش‌بینی با استفاده از مدل‌های لجستیکی هاروی و هاروی، برای داده‌هایی که وابستگی زیادی به مقادیر گذشته خود دارند، پیش‌بینی خوبی ارائه می‌کنند؛ اما برای داده‌هایی که نوسان زیاد و روند حرکتی غیرخطی دارند، پیش‌بینی با خطأ همراه است. در این پژوهش، برای هر چه بهتر کردن مدل‌های هاروی، افزودن جزء غیرخطی به مدل مدنظر قرار گرفته است؛ زیرا بر بهتر کردن پیش‌بینی سری‌های زمانی (همچون شاخص کل بورس) مؤثر است. در ادامه، به بررسی تئوری مدل‌های رشد لجستیکی و تعديل شده آنها می‌پردازیم.

1. Giovanis & Skiadas  
3. Bodger & Tay  
5. Harvey

2. Stochastic  
4. Mohamed & Bodger

## روش شناسی پژوهش

### مدل لجستیک و مدل لجستیک هاروی

مدل‌های سری زمانی تک‌متغیره، از روند کلی<sup>۱</sup> تبعیت نمی‌کنند و روند موضعی<sup>۲</sup> دارند (هاروی، ۱۹۸۴). در پیش‌بینی سری‌های زمانی با روند موضعی، به داده‌ها و مشاهدات جدید نسبت به مشاهدات قبلی وزن بیشتری داده می‌شود؛ اما در مدل‌های با روند کلی، مسیر زمانی داده‌ها از تابعی قطعی شامل جزء اخلال تبعیت می‌کند.

شاخص کل بورس ( $f(t)$ ) را با توجه به یک تابع لجستیکی می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$f(t) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{\gamma t}} \quad 1 \leq t \leq T \quad \text{رابطه (۱)}$$

$\alpha$  سطح اشباع،  $\gamma$  و  $\beta$  پارامترهای تخمین و  $t$  زمان (سال).

با محاسبه لگاریتم مشتق زمانی رابطه ۱، رابطه ۲ به دست می‌آید (باس، ۱۹۶۹).

$$\ln \frac{df(t)}{dt} = 2 \ln f(t) + \delta + \gamma t \quad , \quad \delta = \ln \left( \frac{-\beta \gamma}{\alpha} \right) \quad \text{رابطه (۲)}$$

با توجه به رابطه ۱، مدل پیشنهادی لجستیک هاروی به صورت زیر خواهد بود (هاروی، ۱۹۸۴) :

$$\begin{aligned} Lny_t &= 2 \ln Y_{t-1} + \delta + \gamma t + \varepsilon_t & \text{رابطه (۳)} \\ y_t &= Y_t - Y_{t-1} \\ t &= 2, 3, \dots, T \end{aligned}$$

$y_t$  شاخص کل بورس در سال  $t$ ؛  $\gamma$  جمله خطاب میانگین صفر و واریانس ثابت؛  $\delta$  و  $\varepsilon_t$  مقادیر ثابتی هستند که از تخمین رابطه بالا به دست می‌آیند.

در نهایت با مرتب‌سازی رابطه ۳، مدل لجستیک هاروی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\ln \left( \frac{y_t}{Y_{t-1}^2} \right) = \delta + \gamma t + \varepsilon_t \quad \text{رابطه (۴)}$$

که با تخمین رابطه ۴، ضرایب  $\gamma$  و  $\delta$  بر حسب  $t$  محاسبه می‌شوند.

### مدل هاروی

تابع نمایی زیر را در نظر بگیرید:

$$f(t) = \alpha (1 + \beta e^{\gamma t})^k \quad \text{رابطه (۵)}$$

در این رابطه با در نظر گرفتن مقادیر مختلفی برای  $k$ ، می‌توان به تابع نمایی و تابع لجستیکی رسید؛ یعنی در رابطه

1. Global Trend  
2. Local Trend

۵، اگر  $k$  مقدار ۱- اختیار کند به تابع لجستیک و اگر برابر با ۱ باشد به تابع نمایی مرتبه اول تبدیل می‌شود (هاروی، ۱۹۸۴).

با مشتق‌گیری از رابطه ۵، نسبت به زمان و خطی‌سازی آن (لگاریتم طبیعی)، به دست می‌آید (رابطه ۶).

$$\begin{aligned} Lny_t &= \rho LnY_{t-1} + \delta + \gamma t + \varepsilon_t \\ \delta &= \ln(k\beta\alpha^{\frac{1}{k}}\gamma) \quad , \quad \rho = \frac{(k-1)}{k} \end{aligned} \quad \text{رابطه ۶}$$

$\gamma$  و  $\rho$  پارامترهای تخمین هستند.

برای بررسی و مقایسه مدل‌های ارائه شده، از معیار «ریشه میانگین مربعات خطأ»<sup>۱</sup> و آماره «دوربین واتسون» استفاده می‌شود (اسکیاداس، پاپایاناکیس و مورلاتوس، ۱۹۹۳). ریشه میانگین مربعات خطأ، معیار مناسبی برای مقایسه داده‌های برآششده<sup>۲</sup> و داده‌های واقعی ارائه می‌دهد. همچنین، آماره دوربین واتسون، خطاهای موجود را از نظر خودهمبستگی (مستقل از هم بودن  $t$  ها) بررسی می‌کند (فطرس و منصوری، ۱۳۸۹).

### مدل هاروی تعدل شده

همان طور که در تحقیقات پیشین اشاره شده است، مدل هاروی بیشتر برای سری‌های زمانی سالانه به کار می‌رond، در حالی که در این پژوهش تلاش شده است برای داده‌های روزانه، از داده‌های مقطعی و زمانی استفاده شود. همچنین، به دلیل وجود جمله لگاریتم تفاضل داده‌ها، متغیر وابسته به صورت نوسانی است و ممکن است جزء غیرخطی از جمله تابع مثلثاتی (سینوسی و کسینوسی) باشد. بدین منظور، بسط تیلور حول نقطه صفر توابع سینوس و کسینوس با تغییرات شکلی به مدل هاروی وارد شده است که تعدل شده آن به شکل رابطه ۷ نوشته می‌شود تا بتواند روندهای غیرخطی و نوسانی را نیز پیش‌بینی کند. بنابراین، رابطه ۶ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$Lny_t = \rho LnY_{t-1} + \gamma t + \theta_2(Lny_t)^2 + \theta_3(Lny_t)^3 + \dots + \theta_n(Lny_t)^n + \varepsilon_t \quad \text{رابطه ۷}$$

که این رابطه متشکل از یک روند خطی و زمانی همانند مدل هاروی و یک روند غیرخطی از لگاریتم تفاضل متغیر مورد مطالعه است و در آن،  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  ضرایب جملات غیرخطی و  $n$  تعداد جملات غیرخطی مدل هاروی را مشخص می‌کند که بر اساس آماره‌های  $t$  و  $F$  و حداقل ریشه میانگین مربعات خطاهای رگرسیون (RMSE) و دقت مدنظر محقق ( $R^2$ ) انتخاب می‌شود.

### شبکه عصبی مدل غیرخطی اتورگرسیو (NARX<sup>۴</sup>)

ساخтар مدل NARX، غیرخطی مدل ARX<sup>۵</sup> بوده که یکی از مدل‌های رایج در سری‌های زمانی است. این ساختار کاربردهای زیادی دارد و می‌توان برای پیش‌بینی و برآورد نوسان‌های غیرخطی از آن استفاده کرد. اهمیت این نوع از

1. Root Mean Square Error (RMSE)

2. Skiadas, Papayannakis & Mourelatos

3. Fitted

4. Nonlinear Autoregressive With Exogenous Inputs

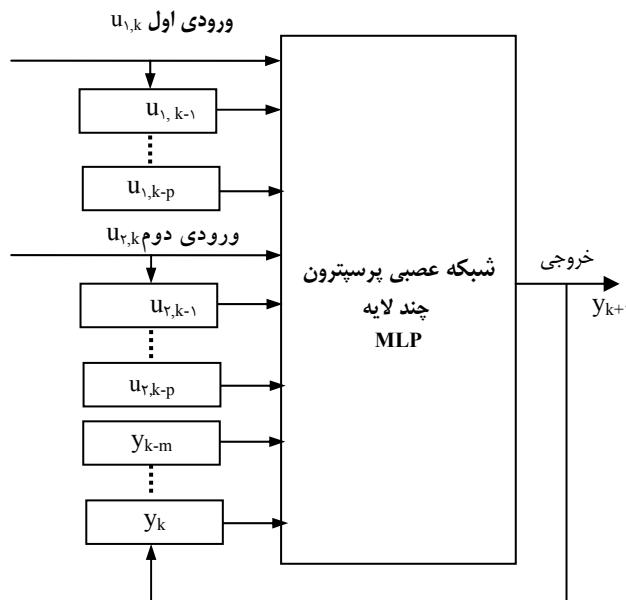
5. Autoregressive With Exogenous Inputs

مدل‌های شبکه عصبی، در توانایی مدل‌سازی سیستم‌های دینامیکی غیرخطی است.تابع غیرخطی زیر ارتباط ورودی و خروجی را در ساختار NARX نشان می‌دهد (اعظم بالغی و پوربدخشنان، ۱۳۹۲).

$$y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-n_y}, \dots, u_{1,t-1}, u_{1,t-2}, \dots, u_{1,t-n_{u_1}}, \dots, u_{2,t-1}, u_{2,t-2}, \dots, u_{2,t-n_{u_2}}) \quad (رابطه ۸)$$

که در آن،  $f$  تابع غیرخطی از ورودی و خروجی‌های سیستم؛  $y$  خروجی؛  $u_1$  و  $u_2$  ورودی‌ها؛  $n_y$  تعداد خروجی‌های ماقبل و  $n_u$  تعداد ورودی‌های ماقبل است.

در این سیستم می‌توان تابع  $f$  را با استفاده از شبکه عصبی و روش‌های شناسایی بسیار دقیق به دست آورد. در شکل ۱ نمایی از این نوع ساختار با استفاده از یک شبکه عصبی برگشتی نشان داده شده است (اعظم بالغی و پوربدخشنان، ۱۳۹۲).



شکل ۱. ساختار غیر خطی NARX

نخستین گام در این مدل‌سازی، انتخاب تعداد ورودی و خروجی‌های ماقبل؛ یعنی تعیین  $n_y$  و  $n_u$  است که معمولاً به صورت تجربی و با استفاده از آزمون و خطا انجام می‌گیرد. دومین گام تعیین نرون‌های موجود در لایه پنهان و درنهایت، آموزش شبکه عصبی با تعدادی از داده‌ها و به دست آوردن تابع  $f$  است (اعظم بالغی و پوربدخشنان، ۱۳۹۲).

## یافته‌های پژوهش

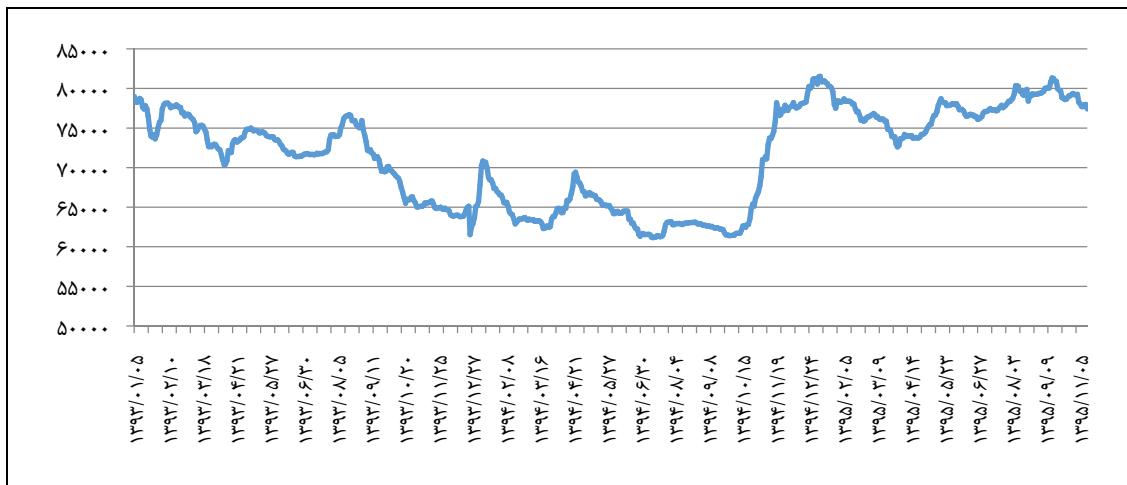
در این تحقیق ابتدا ویژگی داده‌های متغیر شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران بررسی می‌شود، سپس پیش از برآورد مدل‌های تحقیق، آزمون‌های ریشه واحد دیکی فولر تعمیم‌یافته و BDS به ترتیب برای مانایی و اطمینان از روند غیرخطی متغیرهای تحقیق اجرا شده است.

### توصیف داده‌ها

داده‌های این تحقیق شامل شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادر تهران، به عنوان نماینده شاخص قیمت بازار سهام با تواتر روزانه برای ایران است. شیوه و ابزار جمع‌آوری اطلاعات در این تحقیق، از نوع استنادی (کتابخانه‌ای و الکترونیکی) است و از طریق مراجعه به بخش آرشیو سایت بورس و اوراق بهادر تهران استخراج شده است. جامعه آماری تحقیق حاضر بازار سهام ایران و دوره بررسی مربوط به سال‌های ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۵ است. جدول ۱ نمایی از ویژگی داده‌های شاخص کل بورس اوراق بهادر تهران را توصیف می‌کند. شاخص کل بورس اوراق بهادر تهران با میانگین ۷۱۴۵۴/۲۴ واحد و انحراف استاندارد ۶۱۸۷/۷ واحدی، ریسک بالقوه و زیادی را نشان می‌دهد. در نمودار شکل ۲ روند حرکتی و نوسان‌های شاخص نیز به روشنی مؤید این موضوع است.

جدول ۱. توصیف داده‌های تحقیق

Tepix	توصیف داده‌ها
۷۱۴۵۴/۲۴	Mean
۷۲۹۶۹/۰۰	Median
۸۱۵۳۶/۹۰	Maximum
۶۱۱۶۳/۷۰	Minimum
۶۱۸۷/۰۵۹	Std. Dev.
-۰/۲۲۸۹۴۹	Skewness
۱/۵۷۶۸۰۲	Kurtosis
۶۳/۲۳۶۵۳	Jarque-Bera
۰/۰.....	Probability
۴۸۵۱۷۴۲۸	Sum
۲/۶۰E+۱۰	Sum Sq. Dev.
۶۸۰	Observations



شکل ۲. نمودار روند شاخص کل بورس اوراق بهادر تهران

### آزمون پایایی داده‌ها

هدف ما در این پژوهش، مقایسه پیش‌بینی چند مدل رقیب برای داده‌های بورس اوراق بهادر تهران است. داده‌های استفاده شده در این پژوهش از نوع داده‌های سری زمانی است. در تحقیقاتی که بر این گونه داده‌ها مبتنی است، فرض می‌شود که متغیرهای استفاده شده پایا هستند. از طرف دیگر، باور غالب این است که بسیاری از متغیرهای سری زمانی، به علت داشتن روند تصادفی، پایا نیستند. برای این منظور، در این نوشتار از آزمون ریشه واحد دیکی فولر تعمیم‌یافته برای آزمون پایایی متغیرها استفاده شده است. نتایج آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته با توجه به عرض از مبدأ موجود و فرض بی‌روند<sup>۱</sup> بودن متغیرها، در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲. نتایج آزمون ریشه واحد دیکی فولر تعمیم‌یافته روی متغیرهای پژوهش

نتیجه	Prob.	با عرض مبدأ		متغیر
		مقدار بحرانی مکنتون سطح معناداری ۵ درصد	آماره $t$	
ایستا	.0.....	-۲/۸۶۵۵۸۶	-۲۵/۶۶۸۱۱	LndTepix <sub>t</sub>
ایستا	.0.....	-۲/۸۶۵۵۹۲	-۱۸/۹۴۶۴۴	LnTepix <sub>t-۱</sub>
ایستا	.0.....	-۲/۸۶۵۵۸۶	-۲۳/۸۸۶۳۸	(LndTepix <sub>t</sub> ) <sup>r</sup>
ایستا	.0.....	-۲/۸۶۵۶۱۱	-۷/۳۰۸۴۳۵	Ln(dTepix <sub>t</sub> / Tepix <sub>t-۱</sub> )

بر اساس، نتایج ارائه شده در جدول ۲، فرض صفر مبنی بر وجود ریشه واحد، در سطح داده‌های تحقیق<sup>۲</sup>، رد می‌شود. بدین ترتیب مشخص می‌شود که متغیرهای به کاربرده شده در مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی و هاروی تبدیل شده در سطح داده‌ها مانا قرار دارند و سطح داده‌ها مشکلی از نظر برآورد بر اساس روش حداقل مربعات معمولی ایجاد نخواهد کرد.

### آزمون تعیین ماهیت سری زمانی

تعیین ماهیت سری‌های زمانی بر اساس مدل‌های غیرخطی پویا در مدل‌سازی و پیش‌بینی، برای پاسخ به این دو سؤال اهمیت زیادی دارد: (یک) آیا مدل‌های پژوهش، در بردارنده تمامی اطلاعات موجود در روند سری زمانی و رفتار آن سری زمانی است؟ (دو) آیا به کارگیری مدل‌های پژوهش، شرط آشوبی بودن سری زمانی تحت بررسی را برآورده می‌کند؟ برای پاسخ به این دو سؤال، روی سطح داده‌ها (شاخص کل بورس اوراق بهادر) آزمون BDS و در ادامه روی پسماندهای مدل غیرخطی هاروی تبدیل شده و شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو اجرا شده است. در جدول ۳ نتایج آزمون BDS روی سطح متغیر شاخص کل بورس آورده شده است.

1. Intercept and Without Trend

2. سطح داده‌ها در آزمون ریشه واحد دیکی فولر تعمیم‌یافته، متغیر وابسته و مستقل مدل‌های تحقیق و ترکیبی از لگاریتم تفاضل شاخص کل بورس است.

جدول ۳. نتایج آزمون BDS روی سطح داده‌های شاخص کل بورس (نوع a، b، c و d)

متغیر	بعد محاط	۲	۳	۴	۵	۶
Tepix <sub>a</sub>	BDS Statistic	۰/۲۰۰۸	۰/۳۳۸۳	۰/۴۳۱۹	۰/۴۹۵۳	۰/۵۳۷۴
	Prob.	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
Tepix <sub>b</sub>	BDS Statistic	۰/۱۹۸۰	۰/۳۳۴۸	۰/۴۲۸۶	۰/۴۹۲۶	۰/۵۳۵۴
	Prob.	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
Tepix <sub>c</sub>	BDS Statistic	۰/۱۹۶۷	۰/۳۳۲۸	۰/۴۲۶۴	۰/۴۹۰۳	۰/۵۳۳۴
	Prob.	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
Tepix <sub>d</sub>	BDS Statistic	۰/۱۹۷۷	۰/۳۳۴۴	۰/۴۲۸۱	۰/۴۹۱۷	۰/۵۳۴۱
	Prob.	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰

نتایج به دست آمده از آزمون، حاکی از رد فرض صفر مبنی بر خطی بودن داده‌های شاخص کل بورس است. بنابراین، داده‌های متغیر بورس از فرایندی غیرخطی تبعیت می‌کنند و به کارگیری و برآورد مدل‌های غیرخطی در مقایسه با مدل‌های خطی، به پیش‌بینی بهینه‌تری منجر می‌شوند.

### برآورد مدل‌های پژوهش

در این بخش برای به کارگیری مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی و هاروی تعديل شده، ابتدا داده‌ها به منظور پیش‌بینی و مقایسه آنها و تعیین مدل بهینه، به چهار گروه دسته‌بندی شدند؛ به طوری که از آخر آنها به ترتیب ۹۰، ۳۰ و ۱۲۰ داده حذف و در پیش‌بینی استفاده شد و به همان ترتیب داده‌های نوع a، b، c و d نام‌گذاری شدند. بنابراین، برای هر مدل چهار رابطه برآورد شد که نتایج پیش‌بینی برای آنها آورده خواهد شد. در برآورد مدل‌های پژوهش، به دلیل اینکه در تفاضل آنها اعداد منفی وجود دارد و لگاریتم‌گیری از آنها امکان‌پذیر نیست، بر عرض از مبدأ تمام داده‌ها، مقداری به اندازه مینیمم به علاوه ۱ (Min+1) افزوده و در مدل‌های برآورده اعمال شده است. همچنین، برای مقایسه و رویت‌پذیری نتایج پیش‌بینی مدل‌های پژوهش، به نوسان‌های شاخص کل توجه شده است. بنابراین، در تمامی مدل‌های برآشش شده، مقادیر پیش‌بینی تفاضل شاخص کل بورس محاسبه و نمودار آن همراه با مقادیر واقعی رسم شده است.

### نتایج برآورد مدل لجستیک هاروی

همان طور که در مباحث بالا اشاره شد، مدل رگرسیونی که به عنوان مدل لجستیک برای پیش‌بینی مدنظر قرار می‌گیرد، بر اساس  $\ln(\frac{Y_t}{Y_{t-1}^2}) = \delta + \gamma t$  است. نتایج برآورد برای شاخص کل بورس به ترتیب مطابق رابطه ۴، به صورت زیر به دست آمده است.

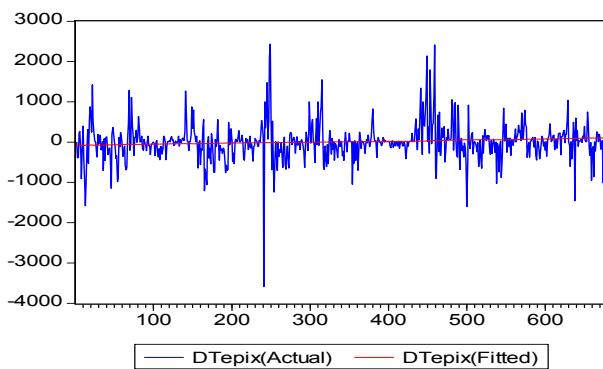
$$\ln((\frac{dTepix_t^a}{(Tepix_{t-1}^a)^2}) + 3591) = \delta^a + \gamma^a t = 8.186186 + 1.25e - 14 * t \quad \text{رابطه ۴}$$

$$\ln\left(\frac{dTepix_t^b}{(Tepix_{t-1}^b)^2}\right) + 3591 = \delta^b + \gamma^b t = 8.186186 + 1.27e - 14 * t \quad (10)$$

$$\ln\left(\frac{dTepix_t^c}{(Tepix_{t-1}^c)^2}\right) + 3591 = \delta^c + \gamma^c t = 8.186186 + 6.50e - 15 * t \quad (11)$$

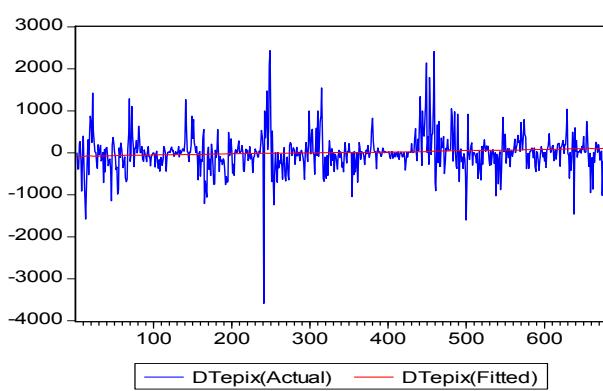
$$\ln\left(\frac{dTepix_t^d}{(Tepix_{t-1}^d)^2}\right) + 3591 = \delta^d + \gamma^d t = 8.186186 + 1.36e - 15 * t \quad (12)$$

نمودارهای تفاضل شاخص کل بورس همراه با خط رگرسیونی به دست آمده از مدل لجستیک هاروی، در شکل‌های ۳ تا ۶ نشان داده شده است.



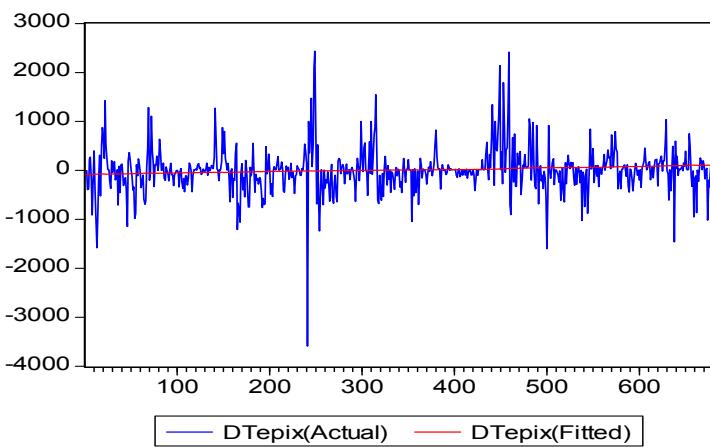
شکل ۳. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده

مدل لجستیک هاروی برای داده‌های نوع a

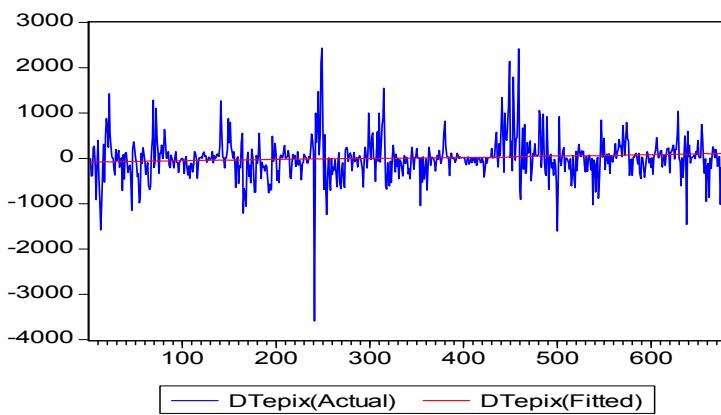


شکل ۴. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده

مدل لجستیک هاروی برای داده‌های نوع b



شکل ۵. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی‌شده مدل لجستیک هاروی برای داده‌های نوع c



شکل ۶. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی‌شده مدل لجستیک هاروی برای داده‌های نوع d

با توجه به خطاهای بهدست آمده از تخمین مدل لجستیک هاروی برای شاخص کل بورس با ضریب تعیین ( $R^2$ ) پایین، در هر چهار مدل برآورد شده، نمی‌توان خوبی برآشن مدل لجستیک هاروی را تأیید کرد. همان طور که در شکل‌های ۳ تا ۶ مشاهده می‌شود، این مدل نتوانسته است داده‌های به کار رفته در برآشن مدل را به خوبی برآورد کند.

### نتایج برآورد مدل هاروی

مدل هاروی برای پیش‌بینی متغیرهای این پژوهش، بر اساس مدل اصلاح شده لجستیک هاروی است که به صورت  $LndY_t = \rho LndY_{t-1} + \delta + \gamma t + \varepsilon_t$  است. نتایج برآورد برای شاخص کل بورس مطابق رابطه عه به صورت زیر به دست آمده است.

$$\begin{cases} LndTepix^a_t = \rho^a \ln Tepix^{a_{t-1}} + \delta^a + \gamma^a t \\ dTepix^a_t \rightarrow dTepix_t^a + 3591 \Rightarrow Tepix^{a_{t-1}} \rightarrow -dTepix_t^a - 3591 + Tepix_t^a \end{cases} \Rightarrow \quad (13)$$

$$\ln(dTepix_t^a + 3591) = \rho^a \ln(-dTepix_t^a - 3591 + Tepix_t^a) + \delta^a + \gamma^a t$$

$$\ln(dTepix_t^a + 3591) = 0.262 * \ln(-dTepix_t^a - 3591 + Tepix_t^a) + 7.846 + 9.49e-05 * t$$

$$\begin{cases} Lnd Pr^b_t = \rho^b \ln Pr^{b_{t-1}} + \delta^b + \gamma^b t \\ d Pr^b_t \rightarrow dPr_t^b + 3591 \Rightarrow Pr^{b_{t-1}} \rightarrow -dPr_t^b - 3591 + Pr_t^b \end{cases} \Rightarrow \quad (14)$$

$$\ln(dTepix_t^b + 3591) = \rho^b \ln(-dTepix_t^b - 3591 + Tepix_t^b) + \delta^b + \gamma^b t$$

$$\ln(dTepix_t^b + 3591) = 0.0289 * \ln(-dTepix_t^b - 3591 + Tepix_t^b) + 7.817 + 9.48e-05 * t$$

$$\begin{cases} Lnd Pr^c_t = \rho^c \ln Pr^{c_{t-1}} + \delta^c + \gamma^c t \\ d Pr^c_t \rightarrow dPr_t^c + 3591 \Rightarrow Pr^{c_{t-1}} \rightarrow -dPr_t^c - 3591 + Pr_t^c \end{cases} \Rightarrow \quad (15)$$

$$\ln(dTepix_t^c + 3591) = \rho^c \ln(-dTepix_t^c - 3591 + Tepix_t^c) + \delta^c + \gamma^c t$$

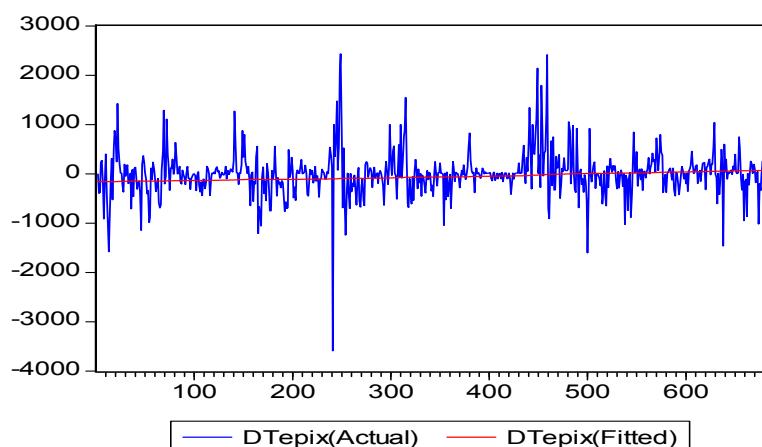
$$\ln(dTepix_t^c + 3591) = 0.0363 * \ln(-dTepix_t^c - 3591 + Tepix_t^c) + 7.733 + 10.1e-05 * t$$

$$\begin{cases} Lnd Pr^d_t = \rho^d \ln Pr^{d_{t-1}} + \delta^d + \gamma^d t \\ d Pr^d_t \rightarrow dPr_t^d + 3591 \Rightarrow Pr^{d_{t-1}} \rightarrow -dPr_t^d - 3591 + Pr_t^d \end{cases} \Rightarrow \quad (16)$$

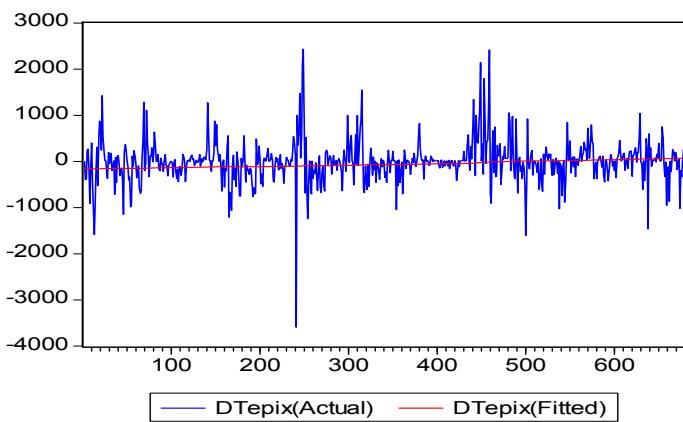
$$\ln(dTepix_t^d + 3591) = \rho^d \ln(-dTepix_t^d - 3591 + Tepix_t^d) + \delta^d + \gamma^d t$$

$$\ln(dTepix_t^d + 3591) = 0.0297 * \ln(-dTepix_t^d - 3591 + Tepix_t^d) + 7.808 + 9.30e-05 * t$$

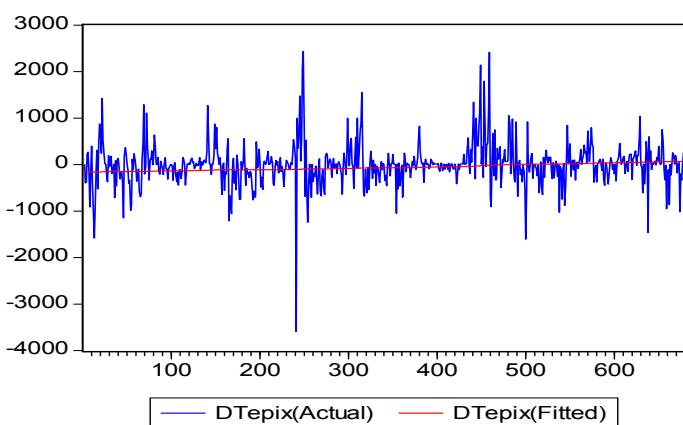
نمودارهای تفاضل شاخص کل بورس همراه با خط رگرسیونی به دست آمده از مدل هاروی، در شکل‌های ۷ تا ۱۰ نشان داده شده است.



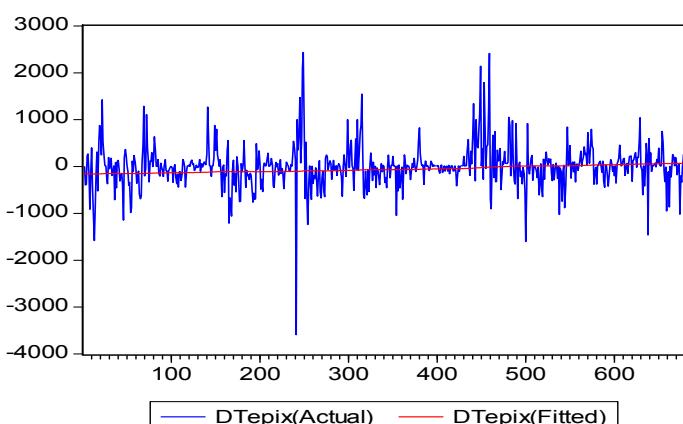
شکل ۷. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده مدل هاروی برای داده‌های نوع  $a$



شکل ۸. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده مدل هاروی  
برای داده‌های نوع b



شکل ۹. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده مدل هاروی  
برای داده‌های نوع c



شکل ۱۰. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده مدل هاروی  
برای داده‌های نوع d

همانند مدل لجستیک هاروی، با توجه به نتایج به دست آمده از برآورد مدل هاروی برای تفاضل شاخص کل بورس و ضریب تعیین ( $R^2$ ) پایین، در هر چهار مدل برآورده شده نمی‌توان خوبی برآش مدل را تأیید کرد.

### نتایج برآورده مدل هاروی تعدیل شده

مدل هاروی تعدیل شده، با توجه به مدل خطی هاروی و جزء غیرخطی به صورت زیر است:

$$LndTepix_t = \rho LndTepix_{t-1} + \gamma + \theta_2(LndTepix_t)^2 + \theta_3(LndTepix_t)^3 + \dots + \theta_n(LndTepix_t)^n + \varepsilon_t \quad (17)$$

که در آن  $n$  با توجه به حداقل ریشه میانگین مربعات خطای مدل و آماره‌های  $t$  و  $F$  تخمین زده شده و میزان دقت مدنظر انتخاب شده است.

### تعیین تعداد جملات غیرخطی ( $n^*$ )

برای تعیین مقدار بهینه جملات غیرخطی، ابتدا توان دوم جمله غیرخطی را به مدل هاروی وارد می‌کنیم و رابطه را تخمین می‌زنیم و ریشه میانگین مربعات خطای مدل و آماره‌های  $t$  و  $F$  تخمین را به دست می‌آوریم. سپس با وارد کردن متغیر بعدی، مقادیر فوق الذکر را محاسبه می‌کنیم. در صورت معنادار بودن آماره‌های  $t$  و  $F$  و کمتر شدن ریشه میانگین مربعات خطای مدل نگه می‌داریم. همین روش را برای انتخاب بهینه جملات غیرخطی، تا تغییر جهت کاهش ریشه میانگین مربعات خطای مدل قابل قبول برای پیش‌بینی ادامه می‌دهیم. در جدول ۴، مقادیر ریشه میانگین مربعات خطای مدل و آماره‌های  $t$  و  $F$  تخمین آورده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، مقدار بهینه برای متغیر شاخص کل بورس در هر چهار نوع داده a، b، c و d برابر با ۳ شده است. بنابراین، در مدل انتخابی برای شاخص کل بورس دو جمله غیرخطی داریم.

جدول ۴. مقادیر آماره‌های  $t$  و  $F$  و RMSE برای تعیین مقدار بهینه جملات غیرخطی مدل هاروی تعدیل شده ( $n^*$ )

نتیجه	$R^2$	RMSE	آماره	$t$ آماره	$n$	نوع مدل	متغیر	
$n^* = 3$	۰/۹۲۴۳	۵/۵۹۹۳	۲۶۴۶/۲۴۲	۸۸/۹۵۹	۲	a	شاخص کل بورس	
	۰/۹۹۹۸	۰/۰۱۱۵	۱۰۴۰۰۲۵	-۵۵۸/۵۷	۳			
$n^* = 3$	۰/۹۲۶۸	۵/۴۱۶۲	۲۵۹۵/۷۶۶	۸۸/۱۲۶	۲	b		
	۰/۹۹۹۸	۰/۰۱۰۶	۱۰۷۳۲۱۰	-۵۶۰/۰۸	۳			
$n^* = 3$	۰/۹۲۷۲	۵/۳۷۹۳	۲۴۸۳/۷۴۳	۸۶/۲۱	۲	c		
	۰/۹۹۹۸	۰/۰۱۰۵	۱۰۲۶۰۹۷	-۵۴۶/۱۱	۳			
$n^* = 3$	۰/۹۲۸۱	۵/۲۹۱۲	۲۳۸۹/۴۹۲	۸۴/۶۰	۲	d		
	۰/۹۹۹۸	۰/۰۱۰۴	۹۷۸۵۸۹/۵	-۵۳۹/۸۷	۳			

### نتایج برآورد مدل بهینه هاروی تغییر شده

نتایج برآورد مدل هاروی تغییر شده برای شاخص کل بورس مطابق رابطه ۷، به صورت زیر به دست آمده است.

$$\begin{cases} n=3 \Rightarrow LndTepix^a_t = \rho^a LnTepix^{a_{t-1}} + \gamma^a t + \theta^a_2 (LndTepix^{a_t})^2 \\ + \theta^a_3 (LndTepix^{a_t})^3 \\ dTepix^a_t \rightarrow dTepix_t^a + 3591 \Rightarrow Tepix^{a_{t-1}} \rightarrow -dTepix_t^a - 3591 + Tepix_t^a \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \ln(dTepix_t^a + 3591) &= \rho^a \ln(-dTepix_t^a - 3591 + Tepix_t^a) + \delta^a + \gamma^a t + \\ &+ \theta^a_2 (LndTepix^{a_t})^2 + \theta^a_3 (LndTepix^{a_t})^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(dTepix_t^a + 3591) &= 0.004002 * \ln(Tepix_t^a - dTepix_t^a - 3591) + 0.053726 \\ &- 1.33e - 06 * t + 0.239827 * \ln(dTepix_t^a + 3591)^2 \\ &- 0.014549 * \ln(dTepix_t^a + 3561)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} n=3 \Rightarrow LndTepixr^b_t = \rho^b LnTepix^{b_{t-1}} + \gamma^b t + \theta^b_2 (LndTepix^{b_t})^2 \\ + \theta^b_3 (LndTepix^{b_t})^3 \\ dPr^b_t \rightarrow dTepix_t^b + 3591 \Rightarrow Tepix^{b_{t-1}} \rightarrow -dTepix_t^b - 3591 + Tepix_t^b \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \ln(Tepix_t^b + 3591) &= \rho^b \ln(-dTepix_t^b - 3591 + Tepix_t^b) + \delta^b + \gamma^b t \\ &+ \theta^b_2 (LndTepix^{b_t})^2 + \theta^b_3 (LndTepix^{b_t})^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(dTepix_t^b + 3591) &= 0.003986 * \ln(Tepix_t^b - dTepix_t^b - 3591) + 0.053579 \\ &- 1.49e - 06 * t + 0.239665 * \ln(dTepix_t^b + 3591)^2 \\ &- 0.014529 * \ln(dTepix_t^b + 35910)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} n=3 \Rightarrow LndTepixr^c_t = \rho^c LnTepix^{c_{t-1}} + \gamma^c t + \theta^c_2 (LndTepix^{c_t})^2 \\ + \theta^c_3 (LndTepix^{c_t})^3 \\ dPr^c_t \rightarrow dTepix_t^c + 3591 \Rightarrow Tepix^{c_{t-1}} \rightarrow -dTepix_t^c - 3591 + Tepix_t^c \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \ln(Tepix_t^c + 3591) &= \rho^c \ln(-dTepix_t^c - 3591 + Tepix_t^c) + \delta^c + \gamma^c t \\ &+ \theta^c_2 (LndTepix^{c_t})^2 + \theta^c_3 (LndTepix^{c_t})^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(dTepix_t^c + 3591) &= 0.004804 * \ln(Tepix_t^c - dTepix_t^c - 3591) + 0.044361 \\ &- 7.92e - 07 * t + 0.239663 * \ln(dTepix_t^c + 3591)^2 \\ &- 0.014529 * \ln(dTepix_t^c + 35910)^3 \end{aligned}$$

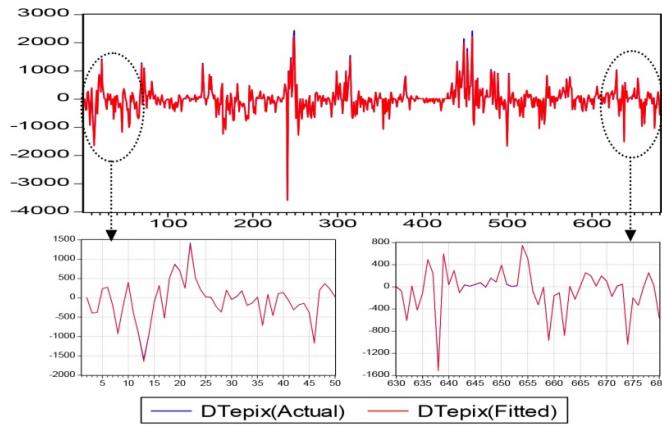
$$\begin{cases} n=3 \Rightarrow LndTepixr^d_t = \rho^d LnTepix^{d_{t-1}} + \gamma^d t + \theta^d_2 (LndTepix^{d_t})^2 \\ + \theta^d_3 (LndTepix^{d_t})^3 \\ dPr^d_t \rightarrow dTepix_t^d + 3591 \Rightarrow Tepix^{d_{t-1}} \rightarrow -dTepix_t^d - 3591 + Tepix_t^d \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \ln(Tepix_t^d + 3591) &= \rho^d \ln(-dTepix_t^d - 3591 + Tepix_t^d) + \delta^d + \gamma^d t \\ &+ \theta^d_2 (LndTepix^{d_t})^2 + \theta^d_3 (LndTepix^{d_t})^3 \end{aligned}$$

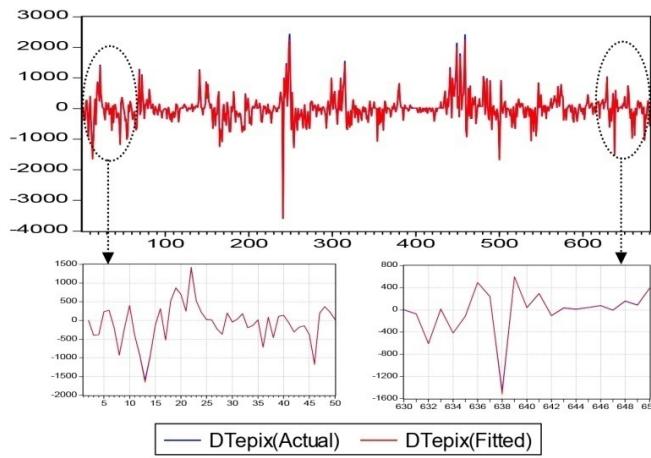
$$\begin{aligned} \ln(dTepix_t^d + 3591) &= 0.005832 * \ln(Tepix_t^d - dTepix_t^d - 3591) + 0.032793 \\ &+ 2.58e - 08 * t + 0.239659 * \ln(dTepix_t^d + 3591)^2 \\ &- 0.014528 * \ln(dTepix_t^d + 35910)^3 \end{aligned}$$

نمودارهای تفاضل شاخص کل بورس همراه با خط رگرسیونی به دست آمده از برآورد مدل هاروی تغییر شده در

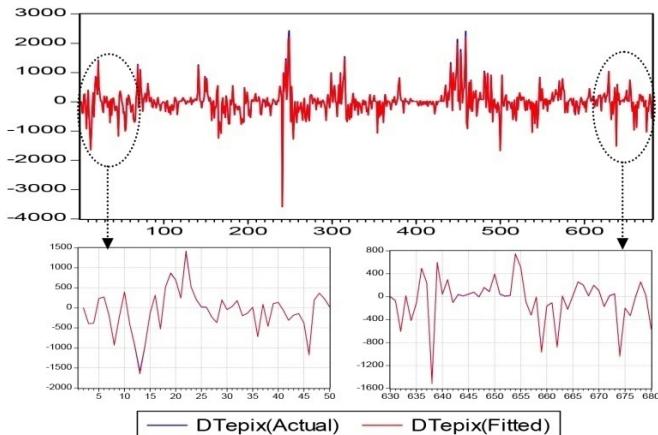
شکل های ۱۱ تا ۱۴ نشان داده شده است.



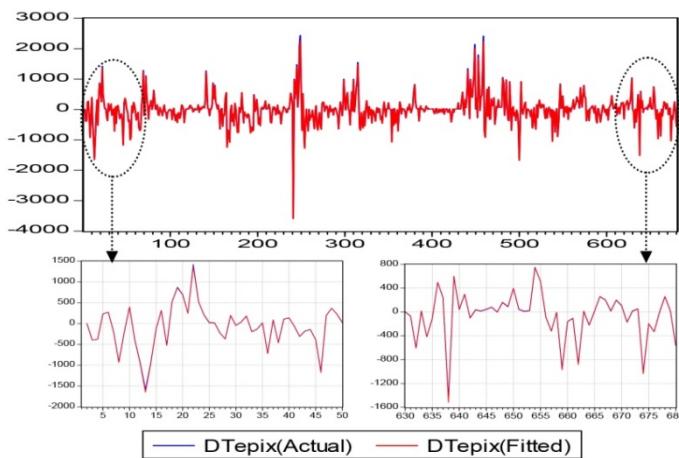
شکل ۱۱. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده  
مدل هاروی تغییر شده برای داده‌های نوع a



شکل ۱۲. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده  
مدل هاروی تغییر شده برای داده‌های نوع b



شکل ۱۳. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده  
مدل هاروی تغییر شده برای داده‌های نوع c



شکل ۱۴. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده  
مدل هاروی تغییر شده برای داده‌های نوع d

همان طور که در نمودارهای بالا دیده می‌شود، مدل هاروی تغییر شده به برآش خوبی از داده‌های واقعی تفاضل شاخص کل بورس منجر شده و کمترین مقدار خطای در قیاس با سایر مدل‌های پژوهش ارائه داده است. برای ارزیابی بیشتر مدل، معیارهای دیگری همچون آزمون خودهمبستگی (بروش گادفری)<sup>۱</sup>، ناهمسانی واریانس (وایت) و خطی یا غیرخطی بودن (BDS)<sup>۲</sup> باقی‌مانده‌های خطای بررسی می‌شود.

#### نتایج آزمون خودهمبستگی روی پسماندهای مدل هاروی تغییر شده

جدول ۵، نتایج آزمون خودهمبستگی را روی پسماندهای حاصل از برآش مدل هاروی تغییر شده، نشان می‌دهد. مقدار آماره F و خی دو به دست آمده از خودهمبستگی بروش گادفری، نشان می‌دهد بین پسماندهای مدل هاروی تغییر شده، خودهمبستگی وجود ندارد.

جدول ۵. نتایج آزمون خودهمبستگی روی پسماندهای مدل هاروی تغییر شده

.Prob	آماره	داده‌های
۰/۹۲۵۷	۰/۰۷۷۱۹۱	F-statistic
۰/۹۲۵۲	۰/۱۵۵۵۴۴	Chi-Square(۲)
۰/۹۲۶۳	۰/۰۷۶۵۸۸	F-statistic
۰/۹۲۵۷	۰/۱۵۴۳۸۵	Chi-Square(۲)
۰/۹۳۰۷	۰/۰۷۱۸۳۱	F-statistic
۰/۹۳۰۱	۰/۱۴۴۸۵۷	Chi-Square(۲)
۰/۹۳۴۷	۰/۰۶۷۵۵۳	F-statistic
۰/۹۳۴۱	۰/۱۳۶۳۱۴	Chi-Square(۲)

1. Breusch Godfrey  
2. Brock, Dechert and Scheinkman

### نتایج آزمون وايت روی پسماندهای مدل هاروی تعدیل شده

در جدول ۶ نتایج آزمون ناهمسانی واریانس (وایت) روی پسماندهای مدل هاروی تعدیل شده درج شده است. نتایج این آزمون نشان می‌دهد که فرض صفر آزمون، مبنی بر همسان‌بودن واریانس در پسماندهای مدل برای هر چهار نوع داده‌های a, b, c و d رد نمی‌شود. به بیان دیگر، ناهمسانی واریانس در باقی‌ماندهای برازش مدل هاروی تعدیل شده وجود ندارد.

**جدول ۶. نتایج آزمون وايت روی پسماندهای مدل هاروی تعدیل شده**

Prob.	آماره	داده‌های
۰/۵۷۸۱	۰/۷۲۰۵۲۰	F-statistic
۰/۵۷۶۱	۲/۸۹۱۵۱۵	
۰/۶۰۴۲	۰/۶۸۲۶۴۲	Chi-Square(۲)
۰/۶۰۲۱	۲/۷۴۰۵۳۶	
۰/۶۳۷۱	۰/۶۳۵۸۷۸	F-statistic
۰/۶۳۵۰	۲/۵۵۴۱۶۴	
۰/۶۷۹۸	۰/۵۷۶۵۳۹	Chi-Square(۲)
۰/۶۷۷۶	۲/۳۱۷۴۸۷	

### نتایج آزمون BDS روی پسماندهای مدل هاروی تعدیل شده

در جدول ۷، نتایج آزمون BDS روی پسماندهای تخمین مدل هاروی تعدیل شده درج شده است. رد فرض صفر آزمون BDS روی پسماندهای مدل برآورد شده در هر چهار نوع داده a, b, c و d، بر برازش مناسب این مدل برای داده‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران دلالت دارد.

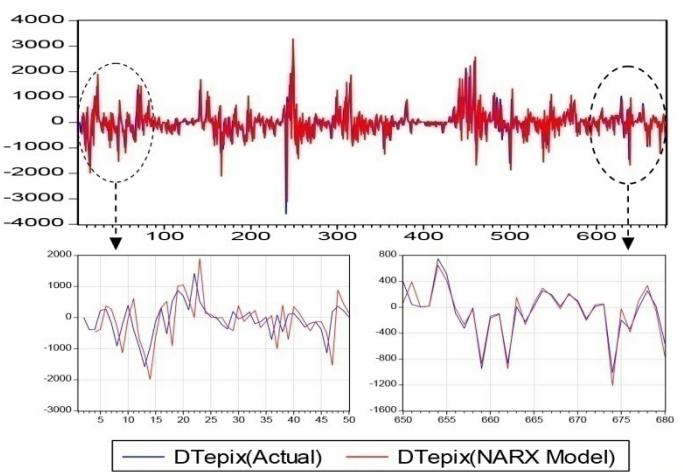
**جدول ۷. نتایج آزمون BDS بر روی پسماندهای مدل هاروی تعدیل شده**

داده‌های	بعد محاط	۲	۳	۴	۵	۶
نوع a	BDS Statistic	-۱/۷E-۴	-۴/۷E-۴	-۸/۴E-۴	-۱۳/۲E-۴	-۱۹/۱E-۴
	Prob.	۰/۷۱۸۲	۰/۶۵۱۳	۰/۶۲۴۸	۰/۵۹۴۴	۰/۵۶۲۳
نوع b	BDS Statistic	-۱/۲E-۴	-۳/۳E-۴	-۵/۹E-۴	-۹/۳E-۴	-۱۳/۵E-۴
	Prob.	۰/۷۶۳۱	۰/۷۱۳۵	۰/۶۹۴۴	۰/۶۶۸۷	۰/۶۴۰۹
نوع c	BDS Statistic	-۱/۳E-۴	-۳/۴E-۴	-۶/۲E-۴	-۹/۹E-۴	-۱۴/۵E-۴
	Prob.	۰/۷۶۷۱	۰/۷۲۳۸	۰/۶۹۹۶	۰/۶۷۰۸	۰/۶۴۰۷
نوع d	BDS Statistic	-۱/۴E-۴	-۳/۹E-۴	-۷/۰E-۴	-۱۱/۰E-۴	-۱۶/۲E-۴
	Prob.	۰/۷۶۰۹	۰/۷۰۷۶	۰/۶۸۶۶	۰/۶۵۸۹	۰/۶۲۹۰

### مدل شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو

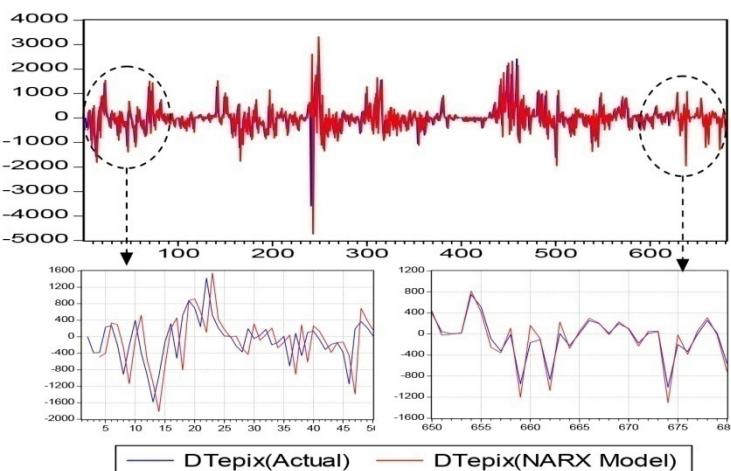
#### نتایج برآورد مدل

برای برآورد و پیش‌بینی شاخص کل بورس با استفاده از مدل شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو، از یک شبکه عصبی با دو ورودی وقفه‌های متغیر وابسته با ۱۰ نرون در لایه پنهان و یک خروجی استفاده شده است. شکل‌های ۱۵ تا ۱۸ نتایج برآورد شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو را برای چهار نوع داده a, b, c و d نشان می‌دهند. همان‌طور که در نمودارها مشخص است، شبکه عصبی نیز همانند مدل هاروی تعديل شده، برازش خوبی از شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران ارائه کرده است.



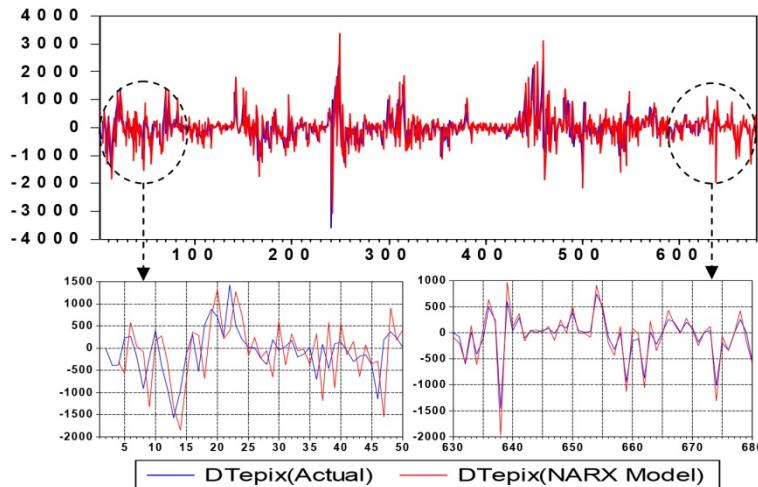
شکل ۱۵. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده

a مدل شبکه عصبی NARX برای داده‌های نوع

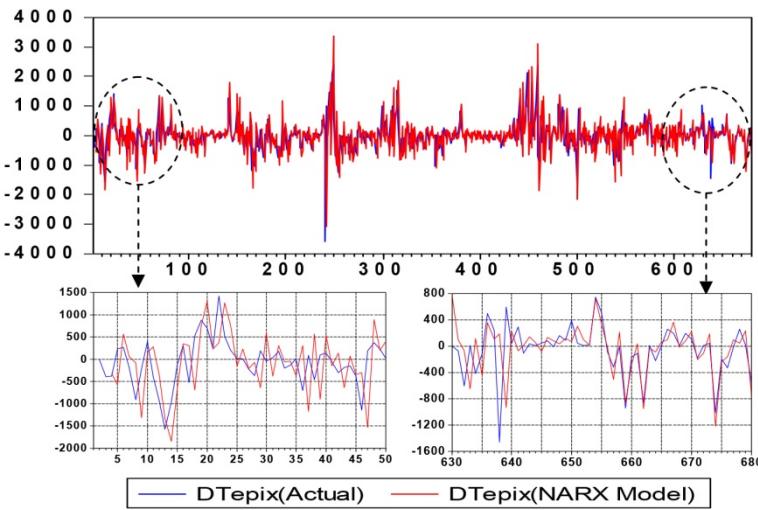


شکل ۱۶. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده

b مدل شبکه عصبی NARX برای داده‌های نوع



شکل ۱۷. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده  
مدل شبکه عصبی NARX برای داده‌های نوع c



شکل ۱۸. نمودار تفاضل شاخص کل بورس و مقدار پیش‌بینی شده  
مدل شبکه عصبی NARX برای داده‌های نوع d

در ادامه، همانند مدل هاروی تعدیل شده، نتایج آزمون‌های خودهمبستگی (بروش گادفری)، ناهمسانی واریانس (وايت) و خطی یا غیرخطی بودن (BDS) روی باقی مانده‌های خطای به دست آمده از برآراش مدل شبکه‌های عصبی غیرخطی اتورگرسیو ارائه شده تا ارزیابی بیشتری از نتایج انجام شود.

نتایج آزمون خودهمبستگی روی پسماندهای مدل شبکه‌های عصبی غیرخطی اتورگرسیو در جدول ۸ نتایج آزمون خودهمبستگی روی پسماندهای حاصل از برآراش مدل شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو درج

شده است. مقدار آماره F و خی دو به دست آمده از این آزمون نشان می دهد که بین پسمند های مدل برآش شده در مراتب بالاتر، خود همبستگی وجود ندارد.

جدول ۸. نتایج آزمون خود همبستگی روی پسمند های مدل هاروی تعدیل شده

.Prob	آماره	داده های
۰/۹۳۹۸	۰/۱۳۴۰۲۲	F-statistic نوع a
۰/۹۳۹۱	۰/۴۰۵۵۶۵	
۰/۹۴۴۲	۰/۱۲۶۹۰۳	F-statistic نوع b
۰/۹۴۳۵	۰/۳۸۴۱۹۶	
۰/۹۳۰۷	۰/۰۷۱۸۳۱	F-statistic نوع c
۰/۹۳۰۱	۰/۱۴۴۸۵۷	
۰/۹۳۴۷	۰/۰۶۷۵۵۳	F-statistic نوع d
۰/۹۳۴۱	۰/۱۳۶۳۱۴	

#### نتایج آزمون وايت روی پسمند های مدل شبکه عصبی غیر خطی اتور گرسیو

جدول ۹ نتایج آزمون ناهمسانی واریانس روی باقی مانده های حاصل از برآش مدل شبکه عصبی غیر خطی اتور گرسیو را نشان می دهد. بر اساس نتایج این آزمون، فرض صفر آزمون در پسمند های مدل برای داده های a، b، c و d رد نمی شود. به بیان دیگر، ناهمسانی واریانس در باقی مانده های مدل برآش شده وجود ندارد.

جدول ۹. نتایج آزمون وايت روی پسمند های مدل هاروی تعدیل شده

.Prob	آماره	داده های
۰/۵۷۸۱	۰/۷۲۰۰۵۲۰	F-statistic نوع a
۰/۵۷۶۱	۲/۸۹۱۰۱۵	
۰/۶۰۴۲	۰/۶۸۲۶۲۲	F-statistic نوع b
۰/۶۰۲۱	۲/۷۴۰۰۵۳۶	
۰/۶۳۷۱	۰/۶۳۵۸۷۷۸	F-statistic نوع c
۰/۶۳۵۰	۲/۰۵۵۴۱۶۴	
۰/۶۷۹۸	۰/۰۵۷۶۰۵۲۹	F-statistic نوع d
۰/۶۷۷۶	۲/۳۱۷۴۸۷	

#### نتایج آزمون BDS روی پسمند های مدل شبکه عصبی

در جدول ۱۰، نتایج آزمون BDS روی پسمند های تخمین مدل شبکه عصبی غیر خطی اتور گرسیو آورده شده است. رد فرض صفر آزمون BDS روی پسمند های مدل برآورد شده در داده های a، b، c و d بر برآش مناسب این مدل برای داده های شاخص کل بورس تهران دلالت می کند.

جدول ۱۰. نتایج آزمون BDS روی پسماندهای مدل شبکه عصبی

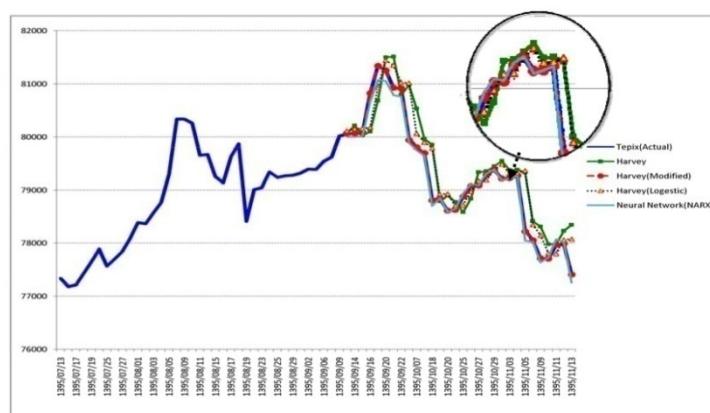
داده‌های	بعد محاط	۲	۳	۴	۵	۶
نوع a	BDS Statistic	-۰/۰۵E-۶	-۵/۰۵E-۶	۳/۵E-۶	۱/۲E-۵	۲/۱E-۵
	Prob.	۰/۰۸۴۲	۰/۳۹۸۶	۰/۷۵۰۶	۰/۴۴۲۸	۰/۳۳۴۸
نوع b	BDS Statistic	۷/۹E-۶	۲/۶E-۶	-۶/۰E-۸	-۵/۳E-۶	-۱/۳E-۵
	Prob.	۰/۹۰۵۰	۰/۹۷۱۱	۰/۹۹۹۶	۰/۹۷۵۶	۰/۹۵۵۴
نوع c	BDS Statistic	-۴/۲E-۸	-۱/۳E-۷	-۲/۶E-۷	-۴/۳E-۷	-۶/۵E-۷
	Prob.	۰/۹۳۹۲	۰/۹۱۸۱	۰/۹۰۱۶	۰/۸۸۷۵	۰/۸۷۴۸
نوع d	BDS Statistic	-۳/۵۳E-۸	-۱/۱E-۷	-۲/۱۴E-۷	-۳/۶E-۷	-۵/۴E-۷
	Prob.	۰/۹۳۹۳	۰/۹۱۸۲	۰/۹۰۱۸	۰/۸۸۷۷	۰/۸۷۵۰

در ادامه پژوهش، پس از بررسی و مقایسه رفتار پیش‌بینی مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی تعديل شده و شبکه عصبی غیرخطی اتو رگرسیو برای ۳۰، ۶۰ و ۱۲۰ روز آینده، مقدار شاخص کل بورس با استفاده از مدل‌های فوق پیش‌بینی شده است.

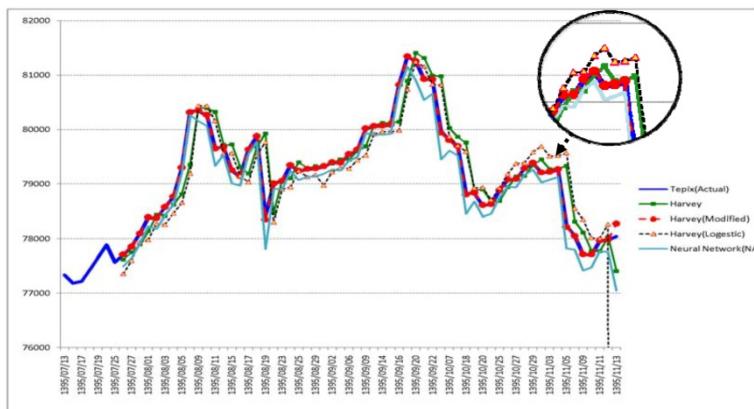
### مقایسه مدل‌های پژوهش

#### میزان انطباق و پیش‌بینی

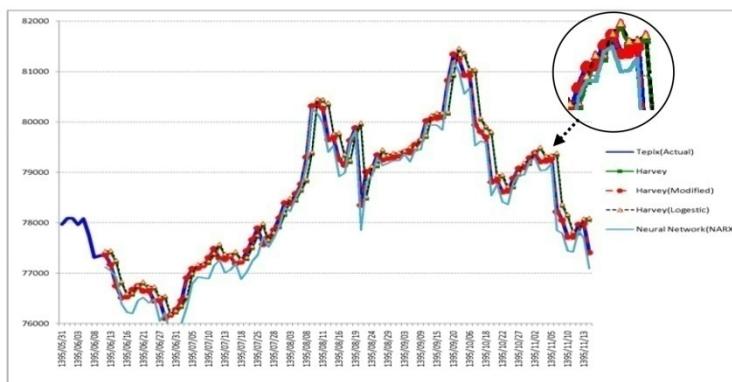
برای به دست آوردن مقادیر پیش‌بینی شاخص کل با معلوم بودن مقدار اولیه، معادله تفاضلی مرتبه اول برای تک‌تک مقادیر حل شده است. نتایج حل معادله تفاضلی فوق و پیش‌بینی مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی تعديل شده و شبکه عصبی غیرخطی اتو رگرسیو شاخص کل بورس برای ۳۰، ۶۰ و ۱۲۰ روز آینده (داده‌های نوع a, b, c و d) در شکل‌های ۱۹ تا ۲۲ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، مقادیر پیش‌بینی در مدل هاروی تعديل شده در مقایسه با سایر مدل‌های برآورد شده به مشاهدات واقعی بسیار نزدیک‌تر است.



شکل ۱۹. نمودار نتایج پیش‌بینی شاخص کل بورس برای داده‌های نوع a



شکل ۲۰. نمودار نتایج پیش‌بینی شاخص کل بورس برای داده‌های نوع b



شکل ۲۱. نمودار نتایج پیش‌بینی شاخص کل بورس برای داده‌های نوع c



شکل ۲۲. نمودار نتایج پیش‌بینی شاخص کل بورس برای داده‌های نوع d

### دقت و صحت پیش‌بینی

با توجه به اینکه شناسایی شاخص کل بورس در روند کسب درآمد و سود سهامداران تأثیر بسزایی دارد، دانستن اینکه کدامیک از این مدل‌ها می‌تواند برآورد دقیقی از موضوع پیش‌بینی مدنظر ارائه دهد، حائز اهمیت فراوانی است. بنابراین،

برای تعیین مناسب‌ترین مدل از بین مدل‌های تحقیق، آماره درصد ریشه میانگین مربعات خطأ و ضریب تعیین مقادیر پیش‌بینی برای داده‌های نوع a، b، c و d در جدول ۱۱ آورده شده است.

**جدول ۱۱. مقادیر درصد ریشه میانگین مربعات خطأ و ضریب تعیین برای مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی، هاروی تعديل شده و شبکه عصبی NARX**

ضریب تعیین $R^2$				درصد ریشه میانگین مربعات خطأ (PRMSE)				مدل
d	c	b	a	d	c	b	a	
۹۵/۵	۹۳/۳	۷۵/۰	۸۷/۸	۵/۴۷۲۷	۵/۵۴۴۵	۶/۵۴۳۸	۶/۰۷۲۹	لجستیک هاروی
۹۵/۵	۹۳/۳	۸۰/۶	۸۳/۶	۵/۳۹۲۴	۵/۳۹۲۴	۵/۷۸۳۲	۶/۸۵۲۱	هاروی
۹۹/۹	۹۹/۹	۹۹/۸	۹۹/۹	۱/۰۳۷۴	۰/۹۷۹۶	۱/۰۳۶۵	۱/۰۱۰۲	هاروی تعديل شده
۹۷/۱	۹۸/۸	۹۸/۷	۹۹/۴	۵/۱۵۱۳	۵/۰۹۶۹	۴/۹۲۸۵	۳/۰۹۱۵	شبکه عصبی

نتایج جدول ۱۱ نشان می‌دهد که مدل هاروی تعديل شده با ضریب تعیین حداقل ۹۹/۸ درصد و کمترین درصد ریشه میانگین مربعات خطأ، در مقایسه با مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی و شبکه عصبی غیرخطی اتورگرسیو، در هر چهار نوع داده a، b، c و d برای شاخص کل بورس، دقت و صحت بیشتری دارد. بنابراین، مدل هاروی تعديل شده با داشتن جزء غیرخطی و حتی حذف داده‌های بیشتر، در قیاس با مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی و شبکه عصبی برآورد بسیار بهتری دارد و می‌تواند پیش‌بینی دقیق‌تر و اطمینان بیشتری را در بلندمدت و کوتاه‌مدت ارائه دهد.

## بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از مدل‌های پیش‌بینی بر پایه منحنی‌های رشد لجستیکی مانند لجستیک هاروی و هاروی و افزودن جزء غیرخطی به مدل هاروی و نام‌گذاری آن با عنوان مدل هاروی تعديل شده، شاخص کل بورس تهران پیش‌بینی شده است. همچنین، تلاش شد مناسب‌ترین مدل از بین مدل‌های تحقیق برای پیش‌بینی داده‌های روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران شناسایی شود. برای پیش‌بینی و انتخاب مدل بهینه، ابتدا از آخر داده‌ها به ترتیب به میزان ۳۰، ۶۰ و ۱۲۰ روز حذف شد و داده‌ها به چهار دسته با نام‌های داده‌های نوع a، b، c و d دسته‌بندی شدند. سپس با استفاده از آزمون ریشه واحد دیکی فولر تعیین یافته، ایستایی متغیرها بررسی شد. نتایج نشان داد که تمامی متغیرها در سطح داده‌ها ایستا هستند و به بررسی رابطه بلندمدت با استفاده از آزمون‌های همانباشتگی و احتمال وجود رگرسیون کاذب نیازی ندارند. بنابراین، مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی تعديل شده و شبکه عصبی در سطح داده‌ها برآورد شدند. نتایج پیش‌بینی مدل‌های لجستیک هاروی و هاروی برای متغیر شاخص کل بورس، حاکی از پایین‌بودن ضریب تعیین ( $R^2$ ) برای هر چهار نوع داده‌های a، b، c و d نسبت به مدل هاروی تعديل شده و شبکه عصبی است و این مدل‌ها در مقایسه با مدل‌های هاروی تعديل شده و شبکه عصبی، پیش‌بینی خوبی از متغیر پژوهش ارائه نمی‌دهند. نتایج مدل هاروی تعديل شده با در نظر گرفتن دو جمله غیرخطی برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

(با توجه به ریشه میانگین مربعات خطای آماره‌های  $F$  و  $t$  مدل)، نشان داد که مدل هاروی تعديل شده حداقل ۹۹/۸ درصد از تغییرات داده‌ها را به درستی پیش‌بینی کرده است و نسبت به مدل‌های لجستیک هاروی، هاروی و شبکه عصبی مدل بهتری است.

## منابع

- اعظم بالغی، نصرالله؛ پوربدخسان، کاظم (۱۳۹۲). تخمین دمای آب خروجی مبدل حرارتی در سیستم خنکسازی آب واحدهای گازی نیروگاهی با استفاده از شبکه عصبی دینامیکی. کنفرانس بین‌المللی برق، تهران: پژوهشگاه نیرو.
- دموی، داریوش فرید؛ شهر، مرتضی (۱۳۹۰). پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم پرواز پرندگان و مقایسه آن با الگوهای سنتی. مجله دانش حسابداری، ۵(۲)، ۷-۳۰.
- راعی، رضا؛ پویان‌فر، احمد (۱۳۸۹). مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته (چاپ نهم)، تهران: نشر سمت.
- طلویعی، عباس؛ حق‌دوست، شادی (۱۳۸۶). الگوسازی پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از شبکه عصبی و مقایسه آن با روش‌های پیش‌بینی ریاضی. پژوهشنامه اقتصادی، ۲۵(۷)، ۲۳۷-۲۵۲.
- فطرس، محمدحسن؛ منصوری گرگری، حامد (۱۳۸۹). مقایسه مدل لجستیک و مدل‌های هاروی در پیش‌بینی مصرف برق ایران. فصلنامه مطالعات اقتصاد انرژی، ۲۴(۶)، ۶۳-۸۹.
- فلاح شمس، میرفیض؛ دلنواز اصغری، بیتا (۱۳۸۸). پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از شبکه‌های عصبی. پژوهشنامه فراسوی مدیریت، ۹(۳)، ۱۹۱-۲۱۲.
- فلاح‌پور، سعید؛ علی‌پور ریکنده، جواد (۱۳۹۳). پیش‌بینی شاخص سهام با استفاده از شبکه‌های عصبی موجکی در بورس اوراق بهادار تهران. فصلنامه علمی پژوهشی راهبرد مدیریت مالی، ۲(۴)، ۱۵-۳۱.
- مشیری، سعید؛ مروت، حبیب (۱۳۸۴). پیش‌بینی شاخص کل بازدهی سهام تهران با استفاده از الگوی خطی و غیرخطی. پژوهشنامه بازرگانی، ۴۱(۱۱)، ۲۴۵-۲۷۵.

## References

- Azambaleghy, N., Pourbadakhshan, K. (2013). Estimating the Temperature of the Exhaust Water Temperature of the Heat Exchanger in the Cooling System of the Water Units of the Power Plant Using the Dynamic Neural Network. *The 28<sup>th</sup> International Power System Conference*, Tehran, Iran. (in Persian)
- Bass, F. M. (1969). A new product growth for model consumer durables. *Management science*, 15(5), 215-227.
- Bewley, R., & Fiebig, D. G. (1988). A flexible logistic growth model with applications in telecommunications. *International Journal of forecasting*, 4(2), 177-192.
- Bodger, P. S., & Tay, H. S. (1987). Logistic and energy substitution models for electricity forecasting: a comparison using New Zealand consumption data. *Technological Forecasting and Social Change*, 31(1), 27-48.

- Demori, D., Farid, D., & Ashar, M. (2011). Estimation of Tehran Stock Exchange Index using Bird Flight Algorithm and Comparison with Traditional Patterns. *Journal of Accounting Knowledge*, 5, 7-30. (in Persian)
- Fallah Shams, M., & Delnavaz Asghari, B. (2009). Tehran Stock Exchange index prediction using neural networks. *Beyond Management*, 3(9), 191-212. (in Persian)
- Fallahpour, S., Reikandeh, A. J. (2015). Prediction of Stock Index Using Wavelet Neural Networks in Tehran Stock Exchange. *Journal of Financial Management Strategy*, 2(4), 15-31. (in Persian)
- Fotros, M. H., & Mansouri, G. H. (2010). A Comparison of Logistic Model and Harvey Models in Forecasting Electricity Consumption of Iran. *Quarterly Energy Economics Review*, 24, 65-91. (in Persian)
- Giovanis, A. N., & Skiadas, C. H. (1999). A stochastic logistic innovation diffusion model studying the electricity consumption in Greece and the United States. *Technological Forecasting and Social Change*, 61(3), 235-246.
- Harvey, A. C. (1984). Time series forecasting based on the logistic curve. *Journal of the Operational Research Society*, 35(7), 641-646.
- Harvey, A.C. (1993). Time Series Models, 2nd ed., the MIT Press, Cambridge MA, 149–152.
- Hendriksen, E. S., & Van Breda, M. F. (1992). *Accounting Theory*. Homewood, IL: Richard D. Irwin.
- Mar-Molinero, C. (1980). Tractors in Spain: a logistic analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 31(2), 141-152.
- Mohamed, Z., & Bodger, P. (2005). A comparison of Logistic and Harvey models for electricity consumption in New Zealand. *Technological Forecasting and Social Change*, 72(8), 1030-1043.
- Moshiri, S., & Morovat, H. (2006). Prediction Total Return Index of Tehran Stock using linear and nonlinear models. *Journal of Business Research*, 11(41), 245-275. (in Persian)
- Raei, R., & Pouyanfar, A. (2010). *Advanced Investment Management*. Tehran: SAMT. (in Persian)
- Senol, D., & Ozturan, M. (2008). Stock price direction prediction using artificial neural network approach: The case of Turkey. *Journal of artificial Intelligence*, 1(2), 70-77.
- Skiadas, C. H., Papayannakis, L. L., & Mourelatos, A. G. (1993). An attempt to improve the forecasting ability of growth functions: the Greek electric system. *Technological Forecasting and Social Change*, 44(4), 391-404.
- Toloie, E. A., & Haghdoust, S. (2007). Stock price prediction modeling based on neural network and its comparison with mathematical prediction methods. *Quarterly Economic Research Review of Allameh Tabatabai University*, 2, 237-252. (in Persian)
- Wang, J. Z., Wang, J. J., Zhang, Z. G., & Guo, S. P. (2011). Forecasting stock indices with back propagation neural network. *Expert Systems with Applications*, 38(11), 14346-14355.
- Wanjawa, B. W. (2016). Predicting Future Shanghai Stock Market Price using ANN in the Period 21-Sep-2016 to 11-Oct-2016. *arXiv preprint arXiv:1609.05394*.
- White, H. (1988). Economic prediction using neural networks: The case of IBM daily stock returns. *IEEE 1988 International Conference on Neural Networks*, 451-458.