Financial Research Journal
ISSN: 1024-8153
EISSN: 2423-5377
Fall 2017
Vol. 19, No. 3, PP. 457 - 474
DOI: 10.22059/jfr.2018.245816.1006551

University of Tehran
Faculty of Management

Index Tracking and Enhanced Indexing Using Co-integration and Correlation Approaches

Reza Eyvazloo [1], Mojtaba Shafizadeh [2], Ali Ghahramani [3]

Abstract: Index tracking is a passive investment which aims to form portfolio with a limited number of stocks to catch the same behavior in regard with the market index. The active portfolio management seeks to outpace the market while the passive portfolio management is looking for the similar risk-return pattern regarding the market index. The passive portfolio management has increasingly attracted the attention of investors because of its lower costs. In this research, co-integration and correlation approaches are used for index tracking and enhanced indexing. Our benchmark index is Tehran Exchange Dividend & Price Index (TEDPIX). Out-sample results showed that any increase of in-sample time period will improve the performance of the models. In addition, considering tracking error, co-integration approach has proved to have a better performance than the correlation approach. On the other hand, considering portfolio returns and data and sharp ratios, the performance of the model for index tracking is better than the performance of the enhanced indexing model.

Keywords: ***Co-integration, Correlation, Enhanced indexing, Index tracking, Tracking error.***

1. Assistant Prof., Dep. of Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran
2. MSc. Student in Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran
3. MSc. Student in Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran

Submitted: 11 / January / 2017 *Accepted: 31 / May / 2017*
Corresponding Author: Reza Eyvazlu *Email: Eivazlu@ut.ac.ir*

Citation: Eyvazloo, R., Shafizadeh, M., & Ghahramani, A. (2017). Index Tracking and Enhanced Indexing Using Co-integration and Correlation Approaches. *Financial Research Journal,* 19(3), 457 - 474.

تحقیقات مالی
Financial Research Journal
دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۱۹، شمارهٔ ۳
پاییز ۱۳۹۶
صص. ۴۷۴- ۴۵۷
DOI: 10.22059/jfr.2018.245816.1006551

ردیابی شاخص و شاخص بهبودیافته با استفاده از رویکردهای هم‌انباشتگی و همبستگی

رضا عیوضلو[۱]، مجتبی شفیع‌زاده[۲]، علی قهرمانی[۳]

چکیده: ردیابی شاخص، به نوعی سرمایه‌گذاری منفعل در بازار سرمایه گفته می‌شود که هدف آن، تشکیل پرتفوی با تعداد سهام محدود است؛ به‌طوری که رفتار و روند مشابهی با شاخص، داشته باشد. مدیریت فعال پرتفوی در پی پیشی گرفتن از بازدهی شاخص است، در حالیکه مدیریت منفعل، دستیابی به بازدهی و ریسک متناسب با شاخص را دنبال می‌کند. از آنجا که رویکرد مدیریت منفعل پرتفوی هزینه‌های پایینی دارد، به‌شدت در کانون توجه سرمایه‌گذاران قرار گرفته است. در این پژوهش به‌منظور ردیابی شاخص و شاخص بهبودیافته، از دو رویکرد هم‌انباشتگی و همبستگی استفاده می‌شود. شاخص مد نظر در تحقیق حاضر، شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران است. نتایج خارج از نمونه نشان می‌دهد افزایش بازهٔ زمانی درون‌نمونه، عملکرد مدل‌ها را بهبود می‌بخشد. از طرفی، با توجه به خطای ردیابی، رویکرد هم‌انباشتگی، عملکرد بهتری نسبت به رویکرد همبستگی دارد. از سوی دیگر، بر مبنای بازدهی پرتفوی‌ها و معیارهای نسبت اطلاعاتی و شارپ، عملکرد مدل در ردیابی شاخص، بهتر از ردیابی شاخص بهبودیافته است.

واژه‌های کلیدی: خطای ردیابی، ردیابی شاخص، شاخص بهبودیافته، هم‌انباشتگی، همبستگی.

۱. استادیار گروه مالی و بیمه، دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مالی و بیمه، دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران
۳. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مالی و بیمه، دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۲۲
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۱۰
نویسندهٔ مسئول مقاله: رضا عیوضلو
E-mail: Eivazlu@ut.ac.ir

مقدمه

به‌طور کلی، مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری از دو رویکرد فعال یا منفعل در مدیریت پرتفوی استفاده می‌کنند. در رویکرد فعال، مدیر انعطاف‌پذیری زیادی دارد و تلاش می‌کند در طول زمان سهم‌هایی را شناسایی کند که عملکرد بهتری نسبت به سایر سهام دارند. فرض اساسی در این روش آن است که تجربه‌ها و قضاوت‌های شخصی مدیران سرمایه‌گذاری در خصوص انتخاب سهم‌هایی با عملکرد مناسب، همچنین تعیین زمان مناسب برای خرید و فروش، ارزش افزوده ایجاد می‌کند. در رویکرد منفعل، مدیر انعطاف‌پذیری کمتری دارد و سعی می‌کند بر مبنای مجموعه ضوابط از پیش تعیین شده عمل کند. یکی از رایج‌ترین ضوابط در مدیریت غیرفعال صندوق‌های سرمایه‌گذاری این است که صندوق باید با سرمایه‌گذاری در برخی سهم‌های یک شاخص از بازار به‌طور نسبی به اندازهٔ آن شاخص بازدهی داشته باشد (فلاح‌پور و تندنویس، ۱۳۹۴). صندوق‌های شاخصی، از استراتژی منفعل در سرمایه‌گذاری بهره می‌گیرند. مدیران این صندوق‌ها قادرند با صرف هزینهٔ کمتر، بازدهی‌ای معادل بازدهی شاخص عاید سرمایه‌گذاران کنند.

بر خلاف مدیریت فعال صندوق‌های سرمایه‌گذاری که با استفاده از رویکردهای مختلفی به انتخاب سهام می‌پردازند، ردیابی شاخص رویکرد منفعلانه‌ای برای انتخاب پرتفوی محسوب می‌شود که به‌دنبال کسب بازدهی مشابه بازدهی شاخص است. از آنجا که پرتفوی‌های شاخصی هزینهٔ کمتر و تنوع بهتری نسبت به گزینه‌های با مدیریت فعال پرتفوی دارند، استراتژی سرمایه‌گذاری منفعل در کانون توجه مدیران سرمایه‌گذاری قرار گرفته است. در ایالات متحده، نخستین صندوق شاخصی در سال ۱۹۷۶ توسط گروه ونگارد معرفی شد. برخی محققان نشان دادند که سرمایه‌گذاری منفعل در سال‌های اخیر رشد شایان توجهی داشته است (کرمرز، فریرا، ماتس و استارکس، ۲۰۱۶). با توجه به رشد چشمگیر صندوق‌های شاخصی و تمایل سرمایه‌گذاران به کسب بازدهی متناسب با بازار با هزینهٔ پایین‌تر، پرداختن به موضوع ردیابی شاخص، اهمیت فراوانی دارد.

پایهٔ نظری ردیابی شاخص، مبتنی بر نظریهٔ کارایی بازار است. آسان‌ترین راه برای ردیابی شاخص این است که تمام اوراق بهادار مربوط به آن شاخص را با وزن متناسب در شاخص خریداری و نگهداری کرد. در این روش که با نام تکثیر کامل[1] شناخته می‌شود، عملکرد پرتفوی به‌طور دقیق مشابه با عملکرد شاخص خواهد بود. در این میان باید به این نکته توجه داشت که تعدیل شاخص به دفعات زیادی رخ می‌دهد و در تکثیر کامل، هزینه‌های معاملاتی بسیار بالایی را به مدیر پرتفوی تحمیل می‌کند، به‌ویژه زمانی که تعداد سهام موجود در شاخص مد نظر زیاد

1. Full replication

باشد. بنابراین برای مدیر پرتفوی مطلوب‌تر است که با تعداد کمتری سهام به بازده مشابه با بازدهی شاخص دست یابد. با کاهش تعداد سهام پرتفوی ردیاب، عملکرد پرتفوی از عملکرد شاخص فاصله خواهد گرفت؛ میزان این فاصله با معیار خطای ردیابی[1] اندازه‌گیری می‌شود. هرچه مقدار این معیار کمتر باشد، عملکرد پرتفوی ردیاب بهتر است. به‌همین منظور مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی برای کمینه‌کردن خطای ردیابی مورد انتظار به‌کار گرفته می‌شود. بنابراین می‌توان از مدل میانگین ـ واریانس مارکوییتز یا مدل‌های عاملی نیز استفاده کرد (سانتانا، فیلومنا و کالدیرا، ۲۰۱۶).

هدف از این پژوهش بررسی و مقایسهٔ عملکرد روش‌های هم‌انباشتگی[2] و همبستگی[3] به‌منظور تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص و همچنین شاخص بهبودیافته است. نتایج این پژوهش به سرمایه‌گذاران و مدیران سبد در اتخاذ تصمیمات سرمایه‌گذاری منفعلانه و تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص یاری می‌کند. در ادامهٔ مقاله پیشینهٔ پژوهش مرور شده است. بخش بعد به روش‌شناسی پژوهش اختصاص دارد. پس از آشنایی با روش پژوهش، یافته‌های پژوهش بیان می‌شود. در پایان نیز به ارائهٔ نتیجه‌گیری و پیشنهادها پرداخته خواهد شد.

پیشینهٔ نظری پژوهش

در سال ۱۹۸۱، فردی به نام گرنجر مسئلهٔ هم‌انباشتگی را معرفی کرد و پس از آن در سال ۱۹۸۷ با همکاری انگل آن را بسط داد. هم‌انباشتگی اشاره می‌کند که ترکیب خطی دو یا چند سری زمانی نامانا، می‌تواند مانا[4] باشد؛ در این صورت گفته می‌شود که آن سری‌ها، هم‌انباشته هستند. ویژگی هم‌انباشتگی این است که در آن دو یا چند سری زمانی، روند مشابهی را به اشتراک می‌گذارند. لوکاس (۱۹۹۷) و الکساندر (۱۹۹۹) از هم‌انباشتگی به‌منظور انتخاب سهام استفاده کردند. لوکاس چارچوبی برای مدیریت ریسک نامطلوب با پیوستگی زمانی مطرح کرد و نشان داد استفاده از این روش استراتژیکی در انتخاب سهام، نتایج بسیار مطلوبی را در بلندمدت رقم می‌زند. در مقایسه با مدل‌های سنتی بهینه‌سازی پرتفوی می‌توان به پژوهش رول (۱۹۹۲) اشاره کرد که با استفاده از رویکرد همبستگی، به رابطهٔ بلندمدتی بین شاخص و پرتفوی دست یافت. از ویژگی‌های مهم رویکرد هم‌انباشتگی می‌توان به مواردی مانند؛ خاصیت بازگشت به میانگین[5] خطای ردیابی، افزایش ثبات وزن‌ها و استفادهٔ بهتر از اطلاعات اشاره کرد. این ویژگی‌ها امکان

1. Tracking error (TE)
2. Cointegration
3. Correlation
4. Stationary
5. Mean reversion

طراحی استراتژی‌های منعطف را به‌منظور ردیابی شاخص و ردیابی شاخص بهبودیافته[1]، فراهم می‌کنند. مطالعات گسترده‌ای در رابطه با هم‌انباشتگی و همبستگی صورت گرفته است که از جمله آن می‌توان به پژوهش‌های الکساندر و دیمیترو (۲۰۰۵ الف و ب) اشاره کرد. این مطالعات نشان می‌دهند که پرتفوی‌های مبتنی بر هم‌انباشتگی در مقایسه با روش‌های سنتی، خطای ردیابی کمتری داشته و پرتفوی ردیاب شاخص به‌روش هم‌انباشتگی در بازه‌های بزرگ‌تر خارج از نمونه، پایداری بیشتری نسبت به پرتفوی ردیاب شاخص به روش همبستگی دارد. گروبیس (۲۰۱۰) در تحقیق خود روش‌های هم‌انباشتگی و همبستگی را با استفاده از خطای ردیابی و نسبت‌های شارپ و ترینر مقایسه کرد و نتیجه گرفت که استفاده از هم‌انباشتگی در مقایسه با همبستگی برای ردیابی شاخص به نتایج بهتری می‌انجامد. در پژوهش دیگری سانتانا و همکارانش (۲۰۱۶) ردیابی شاخص را به‌روش هم‌انباشتگی و همبستگی روی شاخص S&P100 و Ibovespa بررسی کردند و نشان دادند هرچه دورهٔ زمانی خارج از نمونه کوچک‌تر باشد، خطای ردیابی بیشتر می‌شود.

بر اساس بررسی‌های صورت‌گرفته، تا به حال پژوهشی در ایران به بررسی کاربرد رویکرد هم‌انباشتگی و همبستگی و مقایسهٔ آنها در ردیابی شاخص نپرداخته است.

هم‌انباشتگی

متغیر تصادفی نامانای X_t، انباشته[2] از مرتبهٔ ۱به صورت $X_t \sim I(1)$، است، اگر اختلاف اول سری‌های زمانی مربوطه، مانا باشد ($I(0)$). اغلب سری‌های زمانی قیمت سهام نامانا هستند. فرض کنید $X_{1t}, X_{2t}, \dots X_{Kt}$ رشته‌ای از سری‌های زمانی نامانا است، اگر ضرایب حقیقی و غیرصفر $\beta_1, \beta_2, \dots + \beta_K$ موجود باشد، به‌طوری که سری زیر مانا باشد، گفته می‌شود که $X_{1t}, X_{2t}, \dots X_{Kt}$ هم‌انباشته هستند.

$$Y_t = \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \cdots + \beta_K X_{Kt} \qquad \text{رابطهٔ ۱)}$$

به بیانی، فرض کنید X_t نامانا باشد و بردار هم‌انباشتگی (غیرصفر) به‌نام β وجود داشته باشد، به‌طوری که $\beta' X \sim I(0)$، آنگاه X_t هم‌انباشته است؛ درنتیجه ترکیب خطی سری‌های قیمتی هم‌انباشته، مانا بوده و دارای ویژگی بازگشت به میانگین است. با استفاده از رگرسیون موجود در رابطهٔ ۱ می‌توان ضرایب هم‌انباشتگی مرتبط با تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص را تخمین زد.

---

1. Enhanced Index Tracking (EIT)
2. Integrated

پیشینهٔ تجربی

روش‌های موجود برای ردیابی شاخص به سه دستهٔ متفاوت طبقه‌بندی می‌شود. یکی از این روش‌ها که در متون موضوعی ردیابی شاخص در کانون توجه قرار گرفته، کمینه‌کردن واریانس خطای ردیابی با استفاده از مدل بهینه‌سازی درجهٔ دوم است (جیسن و ون‌دیک، ۲۰۰۲ و مید و سالکین، ۱۹۹۰). اختلاف بین بازده شاخص و بازده پرتفوی که به‌عنوان خطای ردیابی شناخته می‌شود، یکی از معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی ردیاب شاخص است. مید و سالکین (۱۹۹۰) چهار رویکرد متفاوت را بر اساس دو مشخصهٔ طبقه‌بندی دارایی‌ها و نحوهٔ وزن‌دهی به آنها، معرفی کردند. گایورنسکی، کریلو و وندر ویجست (۲۰۰۵) معیارهای دیگری را برای خطای ردیابی مطرح کردند و بر اساس این معیارها به بررسی برخی مدل‌ها پرداختند. برخی پژوهشگران نیز به بررسی محاسبات پیچیده در مدل برنامه‌ریزی درجهٔ دوم پرداختند و با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری، به جواب‌های نزدیک به بهینه دست یافتند (بیزلی، مید و چانگ، ۲۰۰۴). متعادل‌سازی پرتفوی و هزینه‌های معاملاتی نیز با استفاده از روش‌های ابتکاری در مقاله‌ای دیگر بررسی شده است (گیلی و کلزی، ۲۰۰۲). رودلف، والتر و زیمرمن (۱۹۹۹) به معرفی معیارهای خطی برای اندازه‌گیری خطای ردیابی پرداختند و با استفاده از برنامه‌ریزی خطی مقدار خطای ردیابی را کمینه کردند.

مجموعهٔ دومی که در روش‌های ردیابی شاخص مطرح می‌شود، استفاده از رویکرد میانگین ـ واریانس مارکوییتز است. رول (۱۹۹۲) در پژوهشی به کمینه‌سازی خطای ردیابی با استفاده از رویکرد میانگین ـ واریانس پرداخت و راودر (۱۹۹۸) نیز هزینه‌های معاملاتی را به این مدل افزود. در پژوهش دیگری، ادیریسینگ (۲۰۱۳) پس از بهینه‌سازی به این نتیجه رسید که پرتفوی ردیاب شاخص نسبت به پرتفوی میانگین ـ واریانس، دارای بتا و انحراف معیار بالاتر و در عین حال متنوع‌سازی بیشتری است.

سومین گروه روش‌های ردیابی شاخص، استفاده از مدل‌های عاملی برای ایجاد تطابق بین مشخصه‌های پرتفوی ردیاب و شاخص است. رود (۱۹۸۰) در پژوهش خود مدلی ارائه کرد که به تشکیل پرتفویی با ضریب بتای یک و حداقل واریانس پسماند منجر شد. اردوگان، گولدفارب و اینگار (۲۰۰۴) با در نظر گرفتن چندین عامل و هزینه‌های معاملاتی به بیشینه‌سازی شاخص شارپ پرداختند. این پژوهشگران به‌منظور برآورد دقیق‌تری از بازده دارایی‌ها از مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای استفاده کردند. جنگ، لی و ژانگ (۲۰۱۳) با استفاده از مدل چندعاملی و روش وزن‌دهی ادهاک[1]، نسبت اطلاعات بالاتر و خطای ردیابی کمتر ایجاد کردند. ادورتی،

1. Ad Hoc

ساوین و تیواری (۲۰۱۷) با تجمیع اطلاعات چندین مدل عاملی، به خطای ردیابی و هزینهٔ معاملاتی کمتر دست یافتند.

در پژوهش‌های داخلی می‌توان به مقالهٔ فلاح‌پور و تندنویس (۱۳۹۴) اشاره کرد که با بررسی شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس، کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار را در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص بررسی کردند و نشان دادند درنظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار، عملکرد مدل را بهبود می‌بخشد. در تحقیق دیگری، سبزواری، سجادی و سجادی (۱۳۹۴) به بررسی ردیابی شاخص با استفاده از الگوریتم کرم شب‌تاب پرداختند و نشان دادند این الگوریتم فراابتکاری، کارایی مناسبی در ردیابی شاخص دارد.

روش‌شناسی پژوهش

مشهورترین روش برای آزمون هم‌انباشتگی را انگل و گرنجر (۱۹۸۷) و انگل و یو (۱۹۸۷) معرفی کردند که شامل دو مرحله است؛ در مرحلهٔ اول یک رابطهٔ تعادلی بلندمدت برآورد شده و در مرحلهٔ دوم، با به‌کارگیری پسماندهای معوق[1]، رابطهٔ پویایی برای تصحیح خطا برآورد می‌شود. طبق مطالعات الکساندر و دیمیترو (۲۰۰۵ الف) و بر اساس ردیابی شاخص به‌روش هم‌انباشتگی، رابطهٔ لگاریتمی زیر تعریف می‌شود:

$$\log(I_t) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{K} \beta_i \log(p_{i,t}) + \varepsilon_t \qquad \text{رابطهٔ ۲)}$$

در رابطهٔ ۲، I_t و $p_{i,t}$ به‌ترتیب مقدار شاخص و قیمت سهم iام در زمان t است. با نرمال کردن ضرایب β_i (به‌طوری که مجموع آنها برابر با ۱ شود)، وزن هر سهم از پرتفوی محاسبه می‌شود:

$$w_i = \frac{\beta_i}{\sum_{i=1}^{K} \beta_i} \qquad \text{رابطهٔ ۳)}$$

در مرحلهٔ دوم روش انگل و گرنجر، به بررسی ریشهٔ واحد پسماند (ε_t) در رگرسیون تعریف‌شده در رابطهٔ ۲ پرداخته می‌شود. با توجه به آنچه بیان شد و این مفهوم که لگاریتم شاخص و قیمت هر دو فرایند تصادفی نامانا هستند، اگر بتوان با استفاده از β رابطهٔ هم‌انباشتگی را برقرار کرد، پسماندها فرایند مانایی خواهند داشت. به این ترتیب تابع زیان به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

1. Lagged residuals

رابطهٔ ۴)
$$L(\varepsilon_t) = \frac{\hat{\rho} - 1}{se(\hat{\rho})}$$

ρ، ضریب رگرسیون در رابطهٔ کمکی برازش ماندهها است که در رابطهٔ ۵ مشاهده میشود.

رابطهٔ ۵)
$$\varepsilon_t = \alpha + \rho\varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^{d} \gamma_i \Delta\varepsilon_{t-1} + \upsilon_t$$

در این روابط $se(\hat{\rho})$ و d بهترتیب خطای استاندارد و گام تعویق[1] است. بهطور عمده، مؤلفهٔ ثابت α، کارایی تخمین را بهبود میبخشد. آزمون فرض بهصورت زیر تعریف میشود:

رابطهٔ ۶)
$$\begin{cases} H_0 : \rho = 1 \\ H_1 : \rho \neq 1 \end{cases}$$

در آزمون دیکی فولر[2] (رابطهٔ ۶)، تأیید فرض صفر نشاندهندهٔ وجود ریشهٔ واحد است. طبق فرض صفر که مبنی بر عدم وجود هماننباشتگی است، پسماندهای تخمینزدهشده نامانا هستند؛ زیرا سری زمانی شاخص و قیمت، نامانا بوده و کل پارامترها در درازمدت دارای مقدار صفر میشوند. هرچه آمارهٔ آزمون ADF کمتر باشد، بهمعنای قویتر بودن مانایی پسماندهاست که در این صورت رابطهٔ برابری قویتری بین شاخص و مجموعهٔ سهمهای انتخابشده برقرار میشود. هدف این است که بردار β را بهگونهای تنظیم کنیم تا $L(\varepsilon_t)$ کمینه شود.

ردیابی شاخص با استفاده از روش همبستگی با کمینهکردن واریانس خطای ردیابی تحقق مییابد (رول، ۱۹۹۲). خطای ردیابی بهصورت زیر محاسبه میشود:

رابطهٔ ۷)
$$TE_t = \sum_{i=1}^{N} w_i r_{it} - R_t$$

در رابطهٔ ۷، w_i وزن هر سهم موجود در پرتفوی ردیاب شاخص و r_{it} و R_t بهترتیب بازده سهم و بازده شاخص در زمان t است. بدیهی است که هرچه عملکرد پرتفوی و شاخص به هم نزدیکتر باشد، اندازهٔ خطای ردیابی و انحراف معیار خطای ردیابی کوچکتر است. واریانس خطای ردیابی بهکمک رابطهٔ ۸ بهدست میآید.

رابطهٔ ۸)
$$\sigma_{TE}^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[\sum_{i=1}^{N} w_i r_{it} - R_t\right]^2$$

---

1. Lag-order
2. Augmented Dickey Fuller (ADF)

ساختار و مدل بررسی‌شده در پژوهش

رویکرد هم‌انباشتگی

گام نخست برای بررسی هم‌انباشتگی، اجرای آزمون ADF روی سری زمانی قیمت سهام و شاخص است (در این پژوهش لگاریتم طبیعی قیمت‌های روزانه در نظر گرفته شده است). اگر نتیجهٔ آزمون نشان دهد که سری زمانی قیمت یک سهم نامانا نیست، آن سهم باید از نمونه حذف شود. متعاقب آن، با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی[1] برای هر درون‌نمونه، رابطهٔ ۲ تخمین زده می‌شود که در آن سری زمانی قیمت شاخص و سهام، به‌ترتیب به‌عنوان متغیر وابسته و مستقل درنظر گرفته خواهد شد. برای تخمین هر رگرسیون، ۱۱ سهم به‌طور تصادفی برای تشکیل پرتفوی انتخاب می‌شود، سپس آزمون ADF روی پسماندهای موجود در رابطهٔ ۵ به اجرا درمی‌آید. اگر نتیجهٔ آزمون مبنی بر مانایی پسماندها باشد، می‌توان نتیجه گرفت که شاخص و سری قیمت سهم‌های انتخاب شده هم‌انباشته‌اند و پرتفوی مدنظر می‌تواند به‌عنوان نماینده‌ای برای درون‌نمونه پذیرفته شود. واضح است اگر پسماندها نامانا باشند، پرتفوی مدنظر رد می‌شود.

همان‌طور که بیان شد، در این پژوهش انتخاب سهام برای تخمین هر برازش تصادفی است. در این مدل، برای انتخاب هر پرتفوی ۱۳۰/۰۰۰ رگرسیون برآورد شده و در هر رگرسیون ترکیبی از ۱۱ سهم برای تخمین در نظر گرفته شده است. برای هر رگرسیون رابطه‌های ۲ و ۵ تخمین زده می‌شوند. اگر شرایط هم‌انباشتگی برقرار باشد، پرتفوی مدنظر به‌عنوان نماینده نگهداری می‌شود. بنابراین، از میان ۱۳۰/۰۰۰ رگرسیون، پرتفوی‌هایی را که شرایط هم‌انباشتگی دارند، نگهداری می‌کنیم و درنهایت از این بین، پرتفویی را انتخاب می‌کنیم که دارای کمترین مجموع مربعات خطای پیش‌بینی[2] باشد.

رویکرد همبستگی

در این رویکرد، در هر بازهٔ درون‌نمونه از میان کل سهام، ۱۱ سهمی که بازده آنها همبستگی بیشتری با بازده شاخص دارند، انتخاب می‌شوند. سپس طبق پژوهش سانتانا، فیلومنا، گودس و بورنشتاین (۲۰۱۶)، شرط بیان شده برای محاسبهٔ وزن‌های سهام، یعنی کمینه شدن واریانس خطای ردیابی (رابطهٔ ۸) برقرار شده و وزن‌های سهام پرتفوی به‌دست می‌آید.

در این پژوهش، در هر دو رویکرد (هم‌انباشتگی و همبستگی) مجموع وزن سهام پرتفوی برابر با ۱ بوده و موقعیت خرید و فروش استقراضی سهم مجاز است.

---

1. Ordinary Least Squares (OLS)
2. Sum of the Squared Errors (SSE)

رویکرد ردیابی شاخص بهبودیافته

بر اساس پژوهش الکساندر و دیمیترو (۲۰۰۵ الف)، ردیابی شاخص بهبودیافته بدین مفهوم است که به بازده سالانهٔ شاخص اصلی، مقدار بازده اضافه‌ای، افزوده شده (این مقدار اضافهٔ سالانه به‌طور مساوی بین بازده روزانهٔ شاخص توزیع می‌شود)؛ سپس به‌منظور ردیابی، شاخص جدید به‌جای شاخص اصلی در محاسبات وارد می‌شود. در این پژوهش مقدار بازده اضافهٔ سالانه ۵، ۱۰ و ۱۵ درصد در نظر گرفته شده است. در این رویکرد تمام مراحل تشکیل پرتفوی مانند قبل است با این تفاوت که شاخص بهبودیافته در محاسبات درون‌نمونه، جایگزین شاخص اصلی شده است. هدف از ردیابی شاخص بهبودیافته رسیدن به بازدهی بیشتر از بازدهی شاخص اصلی است.

در این پژوهش شاخص مد نظر، شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران است. بازهٔ زمانی این تحقیق از تاریخ ۱۳۸۹/۱/۷ تا ۱۳۹۵/۹/۳۰ در نظر گرفته شده است. جامعهٔ تحقیق را کلیهٔ سهام پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران شکل داده و برای انتخاب نمونه از اطلاعات قیمت روزانهٔ شرکت‌هایی استفاده شده است که دست کم در ۷۵ درصد از روزهای معاملاتی، دارای دادهٔ قیمت بوده‌اند؛ دلیل اعمال شرط یاد شده آن است که اگر تعداد روزهای بدون داده در سهام تشکیل‌دهندهٔ پرتفوی ردیاب شاخص زیاد باشد، دقت ردیابی کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، معمولاً شرکت‌هایی که نماد آنها در روزهای زیادی از سال بسته و بدون داده است، در تعیین روند شاخص نقش خاصی ایفا نمی‌کنند. مزیت دیگر اعمال شرط فوق این است که با بررسی تعداد کمتری از شرکت‌ها می‌توان شاخص را ردیابی کرد. در تمام مراحل پژوهش، با وجود محدودیت اعمال‌شده برای بررسی شرکت‌ها، اطلاعات شاخص کل بورس بدون اعمال هیچ‌گونه تغییر و محدودیت، در محاسبات وارد شده است.

محدودهٔ زمانی برای بررسی درون‌نمونه‌ای ۱ سال و ۲ سال بوده و برای برون‌نمونه، ۱ ماه، ۲ ماه، ۳ ماه و ۶ ماه درنظر گرفته شده است. برای مثال، اگر بخواهیم پرتفوی ردیاب شاخص را، برای درون‌نمونهٔ ۱ ساله (۱۳۹۰) و برون‌نمونهٔ ۱ ماهه بررسی کنیم؛ ابتدا با استفاده از داده‌های فروردین تا اسفند سال ۹۰ پرتفوی را تشکیل می‌دهیم، سپس عملکرد آن را در فروردین سال ۹۱ بررسی می‌کنیم، متعاقب آن با استفاده از داده‌های اردیبهشت سال ۹۰ تا فروردین سال ۹۱، پرتفوی را دوباره تشکیل می‌دهیم و عملکرد آن را در اردیبهشت سال ۹۱ مشاهده می‌کنیم و این روند تا انتهای بازهٔ زمانی مد نظر ادامه می‌یابد.

هدف از این پژوهش بررسی و مقایسهٔ عملکرد روش‌های هم‌انباشتگی و همبستگی به‌منظور تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص و همچنین شاخص بهبودیافته است. بنابراین سؤال‌های پژوهش به‌شرح زیر بیان می‌شوند:

- آیا عملکرد مدل هم‌انباشتگی در ردیابی شاخص، بهتر از مدل همبستگی است؟

- آیا عملکرد مدل هم‌انباشتگی در ردیابی شاخص بهبودیافته، بهتر از ردیابی شاخص است؟

معیارهای به‌کار رفته برای سنجش

در این پژوهش برای بررسی عملکرد استراتژی انتخاب پرتفوی، از میانگین بازده روزانه، انحراف معیار بازده روزانه و انحراف معیار بازده سالانه ($\sqrt{250}\sigma_{daily}$)، همبستگی روزانه و ماهانه، بتا، چولگی، کشیدگی، خطای ردیابی و انحراف معیار آن استفاده شده است. برای بررسی عملکرد پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته، نسبت اطلاعاتی و نسبت شارپ تعدیل‌شده نیز محاسبه شده است. نسبت شارپ تعدیل‌شده از تقسیم اختلاف بازده کل دورهٔ پرتفوی و شاخص (خطای ردیابی کل)، به انحراف معیار بازده روزانهٔ پرتفوی در کل بازهٔ زمانی مورد بررسی (ابتدای ۹۱ تا آذر ۹۵)، به‌دست می‌آید. نسبت اطلاعاتی نیز طبق رابطهٔ ۹، از تقسیم میانگین اختلاف بازده روزانهٔ پرتفوی و شاخص (میانگین روزانهٔ خطای ردیابی)، به انحراف معیار خطای ردیابی روزانه، محاسبه می‌شود:

$$IR = \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_m}{\sigma_{r_p - r_m}}$$

رابطهٔ ۹)

یافته‌های پژوهش

برای سهولت، پرتفوی‌ها را بدین صورت نام‌گذاری می‌کنیم؛ ۱سال. ۱ماه (بازهٔ زمانی درون‌نمونه ۱سال و برون‌نمونهٔ ۱ماه)، ۱سال. ۲ماه (درون‌نمونهٔ ۱سال و برون‌نمونه ۲ماه)، و به همین ترتیب.

جدول‌های ۱ و ۲ مقدار سالانهٔ خطای ردیابی را برای هر پرتفوی به‌ترتیب با استفاده از روش هم‌انباشتگی و همبستگی، نشان می‌دهد. همان‌طور که گفته شد، این مقدار برابر است با اختلاف بین بازده سالانهٔ پرتفوی و شاخص. با توجه به جدول ۱، می‌توان دریافت که در تمام پرتفوی‌ها (به‌جز ۱ماه برون‌نمونه)، میانگین خطای ردیابی در بازهٔ درون‌نمونه‌ای دوساله کمتر از بازهٔ یک‌ساله است؛ به بیان دیگر با افزایش بازهٔ درون‌نمونه، خطای ردیابی کاهش یافته و عملکرد مدل هم‌انباشتگی بهبود می‌یابد. از سوی دیگر، نتایج مندرج در جدول ۲ نشان می‌دهد در روش همبستگی، برخلاف روش هم‌انباشتگی با افزایش بازهٔ درون‌نمونه‌ای، کارایی مدل کاهش می‌یابد و با افزایش دورهٔ برون‌نمونه در پرتفوی‌های یک‌سال درون‌نمونه، میانگین خطای ردیابی افزایش می‌یابد. همچنین از مقایسهٔ جدول‌های ۱ و ۲ می‌توان نتیجه گرفت که میانگین سالانهٔ خطای ردیابی در روش هم‌انباشتگی کمتر از روش همبستگی است که گویای کارایی بهتر روش هم‌انباشتگی است.

جدول ۱. خطای ردیابی پرتفوی‌ها به‌روش هم‌انباشتگی

	۱سال. ۱ماه	۱سال. ۲ماه	۱سال. ۳ماه	۱سال. ٦ماه	۲سال. ۱ماه	۲سال. ۲ماه	۲سال. ۳ماه	۲سال. ٦ماه
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۱	٪ -۲۶/۷۶	٪ -۱۱/۷۷	٪ -۲۷/۴۵	٪ -۱۷/۶۷	٪ -۳۰/۵۳	٪ -۱۴/۰۶	٪ -۶/۳۸	٪ -۲۹/۰۴
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۲	٪۲۶/۴۶	٪ -۶/۶۰	٪۵/۲۰	٪ -۱۸/۶۷	٪۴/۴۳	٪ -۴/۶۵	٪۹/۶۹	٪۵/۳۰
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۳	٪ -۴/۹۵	٪۲/۷۹	٪۳/۳۷	٪ -۳/۲۵	٪۵/۴۵	٪۹/۹۱	٪۲/۳۲	٪۵/۵۴
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۴	٪ -۱۰/۲۰	٪ -۰/۹۱	٪۴/۳۱	٪ -۴/۶۶	٪ -۶/۱۹	٪۱/۳۴	٪۳/۷۶	٪ -۴/۵۵
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۵	٪۶/۳۲	٪ -۰/۵۳	٪ -۰/۰۹	٪ -۰/۲۷	٪۲/۱۳	٪۲/۳۷	٪ -۶/۶۶	٪۱۴/۹۴
جمع کل	٪ -۹/۱۳	٪ -۱۷/۰۲	٪ -۱۴/۶۷	٪ -۴۴/۵۱	٪ -۲۴/۷۰	٪ -۵/۰۹	٪۲/۷۳	٪ -۷/۸۲
میانگین سالانه	٪ -۱/۸۳	٪ -۳/۴۰	٪ -۲/۹۳	٪ -۸/۹۰	٪ -۴/۹۴	٪ -۱/۰۲	٪۰/۵۵	٪ -۱/۵۶

جدول ۲. خطای ردیابی پرتفوی‌ها به‌روش همبستگی

	۱سال. ۱ماه	۱سال. ۲ماه	۱سال. ۳ماه	۱سال. ٦ماه	۲سال. ۱ماه	۲سال. ۲ماه	۲سال. ۳ماه	۲سال. ٦ماه
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۱	٪ -۱۵/۴۶	٪ -۱۵/۷۸	٪ -۱۸/۳۰	٪ -۲۱/۳۱	٪ -۱۱/۷۵	٪ -۱۳/۱۰	٪ -۱۵/۹۵	٪ -۱۷/۹۰
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۲	٪ -۱۷/۷۷	٪ -۱۷/۵۸	٪ -۲۵/۰۴	٪ -۲۵/۹۷	٪ -۲۱/۱۳	٪ -۲۲/۹۵	٪ -۱۸/۸۷	٪ -۲۰/۴۹
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۳	٪۱۵/۳۰	٪۱۱/۳۷	٪۸/۷۹	٪۵/۲۶	٪ -۲/۱۱	٪ -۲/۱۴	٪ -۱/۰۷	٪ -۰/۴۲
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۴	٪۱۰/۵۱	٪۸/۶۹	٪۱۱/۵۸	٪۷/۳۸	٪ -۶/۷۰	٪ -۱/۹۳	٪۰/۷۵	٪ -۵/۷۴
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۵	٪ -۳/۸۰	٪ -۳/۳۷	٪ -۲/۷۱	٪ -۰/۲۰	٪۵/۲۷	٪۲/۰۵	٪۴/۳۹	٪۷/۸۱
جمع کل	٪ -۱۱/۲۲	٪ -۱۶/۶۷	٪ -۲۵/۶۸	٪ -۳۴/۸۵	٪ -۳۶/۴۲	٪ -۳۸/۰۸	٪ -۳۰/۷۴	٪ -۳۶/۷۳
میانگین سالانه	٪ -۲/۲۴	٪ -۳/۳۳	٪ -۵/۱۴	٪ -۶/۹۷	٪ -۷/۲۸	٪ -۷/۶۲	٪ -۶/۱۵	٪ -۷/۳۵

جدول ۳. معیارهای ارزیابی پرتفوی‌ها با درون‌نمونهٔ یک سال

		روش هم‌انباشتگی				روش همبستگی			
	شاخص	۱سال.۱ماه	۱سال.۲ماه	۱سال.۳ماه	۱سال.۶ماه	۱سال.۱ماه	۱سال.۲ماه	۱سال.۳ماه	۱سال.۶ماه
میانگین بازده روزانه	٪۰/۰۹۸	٪۰/۱۰۳	٪۰/۰۹۴	٪۰/۱۰۵	٪۰/۰۶۸	٪۰/۰۸۸	٪۰/۰۸۴	٪۰/۰۷۵	٪۰/۰۶۶
بازده کل	٪۱۱۱/۴۷	٪۱۰۸/۹۴	٪۹۸/۲۴	٪۱۰۶/۹۰	٪۶۴/۹۱	٪۱۰۰/۲۵	٪۹۳/۷۴	٪۸۵/۷۹	٪۷۱/۵۶
نوسان‌های روزانهٔ بازده	٪۰/۷۷	٪۱/۱۳	٪۱/۰۶	٪۱/۰۱	٪۱/۰۴	٪۱/۰۹	٪۱/۰۹	٪۱/۰۶	٪۱/۰۳
نوسان‌های سالانهٔ بازده	٪۱۲/۱۹	٪۱۷/۸۸	٪۱۶/۷۸	٪۱۵/۹۰	٪۱۶/۴۸	٪۱۷/۲۶	٪۱۷/۲۲	٪۱۶/۷۸	٪۱۶/۲۵
میانگین روزانهٔ خطای ردیابی	–	٪ −۰/۰۱	٪ −۰/۰۲	٪ −۰/۰۱	٪ −۰/۰۵	٪ −۰/۰۱	٪ −۰/۰۱	٪ −۰/۰۲	٪ −۰/۰۳
انحراف معیار روزانهٔ خطای ردیابی	–	٪۰/۸۲	٪۰/۷۱	٪۰/۶۸	٪۰/۷۲	٪۰/۶۵	٪۰/۶۵	٪۰/۶۲	٪۰/۶۱
چولگی	۰/۲۵۸	۱/۹۳۲	۰/۲۴۱	۰/۳۴۰	۰/۷۰۹	۰/۳۹۹	۰/۳۸۴	۰/۵۰۱	۰/۴۶۰
کشیدگی	۴/۴۷۷	۱۷/۳۹۷	۱/۴۸۴	۱/۸۷۳	۲/۳۹۶	۱/۱۹۶	۰/۹۳۴	۱/۳۲۸	۱/۲۴۰
همبستگی روزانهٔ بازده پرتفوی و شاخص	–	۰/۶۸۶	۰/۷۴۶	۰/۷۳۶	۰/۷۲۳	۰/۸۱۳	۰/۸۰۸	۰/۸۱۳	۰/۸۰۷
همبستگی ماهانهٔ بازده پرتفوی و شاخص	–	۰/۹۰۳	۰/۹۱۰	۰/۸۹۲	۰/۹۰۴	۰/۸۶۸	۰/۸۷۰	۰/۸۸۳	۰/۸۸۳
بتا	–	۱/۰۴	۱/۰۵	۰/۹۸	۰/۹۶	۱/۱۵	۱/۱۳	۱/۱۲	۱/۰۶

جدول ٤. معیارهای ارزیابی پرتفوی‌ها با درون‌نمونهٔ دو سال

		روش هم‌انباشتگی				روش همبستگی			
	شاخص	۲سال.۱ماه	۲سال.۲ماه	۲سال.۳ماه	۲سال.۶ماه	۲سال.۱ماه	۲سال.۲ماه	۲سال.۳ماه	۲سال.۶ماه
میانگین بازده روزانه	٪۰/۰۹۸	٪۰/۰۷۴	٪۰/۰۹۵	٪۰/۰۸۳	٪۰/۰۹۳	٪۰/۰۶۶	٪۰/۰۶۵	٪۰/۰۷۱	٪۰/۰۶۵
بازده کل	٪۱۱۱/۴۷	٪۸۲/۸۷	٪۱۰۶/۷۵	٪۸۹/۶۷	٪۱۰۰/۰۳	٪۷۵/۰۶	٪۷۲/۳۲	٪۸۰/۷۳	٪۶۹/۶۸
نوسان‌های روزانهٔ بازده	٪۰/۷۷	٪۰/۹۶	٪۱/۱۰	٪۰/۹۱	٪۰/۹۳	٪۱/۰۷	٪۱/۰۷	٪۱/۰۳	٪۱/۰۲
نوسان‌های سالانهٔ بازده	٪۱۲/۱۹	٪۱۵/۲۲	٪۱۷/۳۶	٪۱۴/۳۳	٪۱۴/۶۷	٪۱۶/۸۴	٪۱۶/۹۴	٪۱۶/۲۵	٪۱۶/۱۰
میانگین روزانهٔ خطای ردیابی	–	٪ −۰/۰۲	٪۰/۰۰	٪۰/۰۰	٪ −۰/۰۱	٪ −۰/۰۳	٪ −۰/۰۳	٪ −۰/۰۳	٪ −۰/۰۳
انحراف معیار روزانهٔ خطای ردیابی	–	٪۰/۶۷	٪۰/۸۱	٪۰/۶۲	٪۰/۶۵	٪۰/۶۲	٪۰/۶۳	٪۰/۵۹	٪۰/۶۰
چولگی	۰/۲۵۸	۰/۴۶۰	۱/۹۷۹	۰/۵۶۴	۰/۵۵۷	۰/۳۶۱	۰/۴۳۸	۰/۴۷۷	۰/۴۸۲
کشیدگی	۴/۴۷۷	۱/۴۹۲	۱۹/۷۷۰	۱/۷۶۴	۲/۴۰۳	۱/۸۷۷	۱/۶۰۴	۱/۵۹۳	۱/۴۸۳
همبستگی روزانهٔ بازده پرتفوی و شاخص	–	۰/۷۲۴	۰/۶۷۹	۰/۷۴۱	۰/۷۲۱	۰/۸۱۹	۰/۸۱۳	۰/۸۲۱	۰/۸۰۶
همبستگی ماهانهٔ بازده پرتفوی و شاخص	–	۰/۹۲۳	۰/۸۴۸	۰/۸۸۱	۰/۸۹۴	۰/۸۹۳	۰/۸۹۵	۰/۸۹۵	۰/۹۰۷
بتا	–	۰/۹۰	۰/۹۶	۰/۹۰	۰/۸۵	۱/۱۳	۱/۱۲	۱/۰۹	۱/۰۵

در جدول‌های ۳ و ۴، نتایج نهایی هر برون‌نمونه به‌همراه معیارهای ارزیابی مربوطه، به‌ترتیب برای دورهٔ درون‌نمونهٔ ۱ ساله و ۲ ساله مشاهده می‌شود.

با بررسی نوسان‌های خطای ردیابی (انحراف معیار روزانهٔ خطای ردیابی)، مشاهده می‌شود که در هر دو روش، پرتفوی‌های با درون‌نمونهٔ ۲سال، انحراف معیار کمتر و در نتیجه عملکرد بهتری در مقایسه با پرتفوی‌های با درون‌نمونهٔ ۱سال دارند؛ یعنی افزایش دورهٔ درون‌نمونه، در هر دو روش به کاهش نوسان‌های خطای ردیابی کمک می‌کند. همچنین، در هر دو مدل با افزایش دورهٔ درون‌نمونه، نوسان‌های روزانه و سالانهٔ بازده، به نوسان‌های روزانه و سالانهٔ شاخص نزدیک‌تر می‌شود. پس می‌توان چنین نتیجه گرفت که در هر دو مدل، با افزایش دورهٔ درون‌نمونه، نوسان‌های نامطلوب نتایج کاهش می‌یابد و ردیابی شاخص از جنبهٔ انحراف معیار، بهتر انجام می‌شود. همچنین انحراف معیار خطای ردیابی در روش همبستگی، کمتر از روش هم‌انباشتگی است. نکتهٔ شایان توجه این است که در روش هم‌انباشتگی، میانگین بازده روزانه در هر دو بازهٔ درون‌نمونه، بیشتر از روش همبستگی است و همچنین مقدار آن به میانگین بازده روزانهٔ شاخص نزدیک‌تر است.

مقادیر محاسبه‌شده برای همبستگی روزانهٔ بازده پرتفوی و شاخص، نشان می‌دهد بازده روزانهٔ اغلب پرتفوی‌هایی که بازهٔ درون‌نمونهٔ آنها ۲سال است، در مقایسه با پرتفوی‌هایی با درون‌نمونهٔ ۱سال، همبستگی بیشتری با بازده روزانهٔ شاخص دارند. از طرفی، همبستگی روزانهٔ بازده پرتفوی با شاخص در روش همبستگی، به‌طور واضح از روش هم‌انباشتگی بیشتر است.

جدول ۵. معیارهای ارزیابی پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته با درون‌نمونهٔ ۱ سال

	شاخص	۱سال. ۱سال	۱سال .۱سال +٪۵	۱سال. ۱سال +٪۱۰	۱سال.۱سال +٪۱۵
متوسط بازده سالانه	٪۲۸/۲۰	٪۱۵/۰۲	٪۱۸/۱۴	٪۱۲/۳۶	٪۲۷/۲۲
بازده انباشته	٪۱۱۱/۴۷	٪۶۰/۰۶	٪۷۲/۵۵	٪۵۵/۶۹	٪۱۰۸/۸۸
نوسان‌های سالانه	٪۱۲/۱۹	٪۱۵/۱۴	٪۱۵/۵۶	٪۱۶/۴۴	٪۱۶/۹۹
نسبت شارپ تعدیل‌شده	–	-۵۵/۰۷۰	-۴۰/۹۰۹	-۵۴/۹۲۵	-۳/۶۴۷
نسبت اطلاعاتی (متوسط سالانه)	–	-۰/۰۸۶	-۰/۰۵۸	-۰/۰۸۴	۰/۰۰۶
نسبت اطلاعاتی در کل بازه	–	-۰/۰۷۸	-۰/۰۵۷	-۰/۰۷۲	-۰/۰۰۴

در جدول ۵، نتایج نهایی پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته همراه با معیارهای ارزیابی مربوط به آن، به‌ترتیب برای دورهٔ درون‌نمونهٔ ۱ سال و ۲ سال، درج شده است. در این قسمت نیز برای سهولت، پرتفوی‌ها را بدین صورت نام‌گذاری می‌کنیم؛ ۱سال.۱سال+ ۵٪ (بازهٔ زمانی درون‌نمونهٔ

۱سال، بازهٔ زمانی خارج از نمونهٔ ۱سال و ۵ درصد بازده سالانهٔ اضافه‌شده به شاخص)، ۱سال.۱سال+۱۰٪ و ... .

در این پژوهش پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته با استفاده از رویکرد هم‌انباشتگی تشکیل شده و بازهٔ زمانی خارج از نمونهٔ تمام پرتفوی‌ها ۱ سال است. به‌منظور مقایسه، پرتفوی‌های ۱سال.۱سال و ۲سال.۱سال (به‌روش هم‌انباشتگی) نیز در این جدول‌ها گنجانده شده‌اند.

جدول ٦. معیارهای ارزیابی پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته با درون‌نمونهٔ ۲ سال

	شاخص	۲سال.۱سال	۲سال.۱سال +۵٪	۲سال.۱سال +۱۰٪	۲سال.۱سال +۱۵٪
متوسط بازده سالانه	٪۲۸/۲۰	٪۲۸/۹۵	٪۲۷/۵۲	٪۲۷/۵۴	٪۲۲/۸۵
بازده انباشته	٪۱۱۱/۴۷	٪۸۶/۸۵	٪۸۲/۵۶	٪۸۲/۶۱	٪۷۱/۹۹
نوسان‌های سالانه	٪۱۲/۱۹	٪۲۷/۴۵	٪۳۲/۲۹	٪۱۶/۳۲	٪۱۸/۵۵
نسبت شارپ تعدیل‌شده	–	−۰/۷۳۴	−۲/۷۲۴	−۵/۳۳۶	−۱۳/۷۵۱
نسبت اطلاعاتی (متوسط سالانه)	–	۰/۰۲۹	۰/۰۰۳	−۰/۰۰۹	−۰/۰۰۳
نسبت اطلاعاتی در کل بازه	–	−۰/۰۰۱	−۰/۰۰۴	−۰/۰۰۸	−۰/۰۲۲

در جدول ۵ مشاهده می‌شود که علی‌رغم عملکرد مناسب پرتفوی ۱سال.۱سال+ ۱۵٪ در مقایسه با سایر پرتفوی‌ها، با توجه به معیارها و بازده‌ها، هنگام مقایسهٔ ردیابی شاخص با ردیابی شاخص بهبودیافته نمی‌توان به نتیجهٔ فراگیری رسید؛ در حالیکه با توجه به جدول ۶ مشاهده می‌شود که متوسط بازده سالانه و بازده انباشته، در پرتفوی‌های ردیاب شاخص بهبودیافته، کمتر از پرتفوی ۲سال.۱سال است، حتی پرتفوی ۲سال.۱سال+ ۱۵٪ که انتظار می‌رفت متوسط بازده سالانه و بازده کل بیشتری نسبت به بقیهٔ پرتفوی‌ها داشته باشد، کمترین مقادیر را به خود اختصاص داده است. در جدول ۶ با افزایش بازده سالانهٔ اضافه‌شده به شاخص، نسبت شارپ و نسبت اطلاعاتی کاهش می‌یابد و چنین برداشت می‌شود که در بازهٔ درون‌نمونهٔ ۲ساله (طبق جدول‌های ۱، ۳ و ۴، عملکرد و اعتبار بهتری نسبت به بازهٔ درون‌نمونهٔ ۱ساله دارد)، مدل هم‌انباشتگی شاخص را بهتر از شاخص بهبودیافته ردیابی می‌کند و اضافه‌کردن بازده مازاد به بازده شاخص، عملکرد مدل هم‌انباشتگی را تضعیف می‌کند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش با استفاده از رویکردهای هم‌انباشتگی و همبستگی، پرتفوی ردیاب شاخص تشکیل شد و با استفاده از رویکرد هم‌انباشتگی به تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته اقدام گردید، همچنین مدل‌های ریاضی جدیدی به‌منظور ردیابی شاخص معرفی شد. مزیت این مدل‌ها این است که پرتفوی ردیاب شاخص متشکل از ۱۱ سهم است و برای ردیابی شاخص کل که از بیش از ۴۰۰ سهم تشکیل شده، عملکرد مناسبی دارد.

در روش هم‌انباشتگی مشاهده شد که با افزایش بازهٔ درون‌نمونه، خطای ردیابی کاهش پیدا می‌کند؛ نوسان‌های خطای ردیابی نیز طی بازهٔ درون‌نمونهٔ ۲ساله در مدل‌های همبستگی و هم‌انباشتگی، کمتر از بازهٔ درون‌نمونهٔ ۱ساله است. همچنین بر اساس شواهد به‌دست آمده، نوسان‌های بازده پرتفوی با افزایش بازهٔ درون‌نمونه به نوسان‌های بازده شاخص نزدیک‌تر می‌شود و همبستگی بازده پرتفوی با بازده شاخص نیز افزایش می‌یابد. به بیان دیگر، افزایش دورهٔ درون‌نمونه، عملکرد مدل‌ها را بهبود می‌بخشد.

با توجه به میانگین سالانهٔ خطای ردیابی، می‌توان نتیجه گرفت که روش هم‌انباشتگی عملکرد بهتری نسبت به روش همبستگی دارد. از سوی دیگر، متوسط بازدهی روزانهٔ پرتفوی در روش هم‌انباشتگی از روش همبستگی بیشتر بوده و این مقدار به متوسط بازدهی روزانهٔ شاخص نیز نزدیک‌تر است.

در پایان، با مقایسهٔ عملکرد مدل هم‌انباشتگی در ردیابی شاخص و شاخص بهبودیافته، این نتیجه به‌دست آمد که عملکرد مدل در ردیابی شاخص، بهتر از ردیابی شاخص بهبودیافته است و اضافه‌کردن بازده مازاد به بازده شاخص، عملکرد مدل هم‌انباشتگی را تضعیف می‌کند.

سانتانا و همکاران (۲۰۱۶) نیز نشان دادند کارایی مدل هم‌انباشتگی بهتر از مدل همبستگی است که با یافته‌های پژوهش حاضر همخوانی دارد. همچنین، در پژوهش آنها عملکرد مدل ردیابی شاخص بهتر از ردیابی شاخص بهبودیافته است که این یافته نیز با نتیجهٔ تحقیق حاضر همخوانی دارد. همچنین در پژوهش سانتانا و همکارانش (۲۰۱۶) با افزایش زمان درون‌نمونه، خطای ردیابی کاهش می‌یابد که این نتیجه در این تحقیق نیز مشاهده می‌شود. نتایج تحقیق حاضر با یافته‌های پژوهش گروبیس (۲۰۱۰) مبنی بر عملکرد بهتر مدل هم‌انباشتگی نسبت به مدل همبستگی نیز منطبق است.

با توجه به نتایج پژوهش، به مدیران سبد و سرمایه‌گذارانی که به‌دنبال رویکرد منفعلانه برای تشکیل پرتفوی هستند، پیشنهاد می‌شود که برای ردیابی شاخص از رویکرد هم‌انباشتگی استفاده کنند؛ البته در اجرای این مهم، توجه به افزایش دورهٔ درون‌نمونه در محاسبات مربوطه، ضروری

است. همچنین برای استفاده از این مدل بهتر است پرتفوی تشکیل‌شده را حداکثر ظرف شش ماه تعدیل کنند.

منابع

سبزواری، م.؛ سجادی، س. ج.؛ سجادی، س. م. (۱۳۹۴). حل مسئله ردیابی شاخص با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ترکیبی کرم شب‌تاب. *فصلنامهٔ مدیریت مهندسی و رایانش نرم*، ۱(۱)، ۱۲۵-۱۴۳.

فلاح‌پور، س.؛ تندنویس، ف. (۱۳۹۴). کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص با درنظرگرفتن عدم قطعیت پارامترها. *فصلنامهٔ علمی پژوهشی تحقیقات مالی*، ۱۷(۲)، ۳۴۰-۳۲۵.

Alexander, C. (1999). Optimal hedging using cointegration. *Philosophical Transactions of the Royal Society Series A,* 357, 2039–2058.

Alexander, C., & Dimitriu, A. (2005a). Indexing and statistical arbitrage: Tracking error or cointegration? *Journal of Portfolio Management,* 31(2), 50–63.

Alexander, C., & Dimitriu, A. (2005b). Indexing, cointegration and equity market regimes. *International Journal of Finance & Economics,* 10(3), 213–231.

Beasley, J.E., Meade, N. & Chang, T.J. (2004). An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research,* 148 (3), 621-643.

Cremers, M., Ferreira, M. A., Matos, P., & Starks, L. (2016). Indexing and active fundmanagement: International evidence. *Journal of Financial Economics,* 120(3), 539-560.

Edirisinghe, N. C. P. (2013). Index-tracking optimal portfolio selection. *Quantitative Finance Letters*, 1(1), 16-20.

Engle, R., & Yoo, B. S. (1987). Forecasting and testing in co-integrated systems. *Journal of Econometrics,* 35(1), 143–159.

Engle, R.F., & Granger, C. (1987). Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing. *Econometrica,* 55(2), 251–276.

Erdogan, E., Goldfarb, D. & Iyengar, G. (2004). *Robust portfolio management.*

Fallahpour, S. & Tondnevis, F. (2015). Application of an optimization model for constructing an index tracker portfolio and considering the uncertainty of model parameters by using of robust optimization approach. *Journal of Financial Researches,* 17(2), 325-340. (*in Persian*)

Gaivoronski, A.A., Krylov, S. & van der Wijst, N. (2005). Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking. *European Journal of operational research,* 163(1), 115-131.

Gilli, M. & Këllezi, E. (2002). The threshold accepting heuristic for index tracking. *Financial Engineering, E-Commerce and Supply Chain*, 1-18.

Granger, C. W. J. (1981). Some properties of time series data and their use in econometric model specification. *Journal of Econometrics*, 16(1), 121–130.

Grobys, K. (2010). Correlation versus cointegration: Do cointegration based index-tracking portfolios perform better? Evidence from the Swedish stock-market. German. *Journal for Young Researchers,* 2(1), 72–78.

Jansen, R. & van Dijk, R. (2002). Optimal benchmark tracking with small portfolios. *The journal of portfolio management,* 28(2), 33-39.

Jeng, Y., Lee, C. J. & Tzang, S.W. (2013). Application of a multifactor model in enhanced index fund: Performance analysis in China. *Emerging Markets Finance and Trade,* 49(4), 163-183.

Lucas, A. (1997). *Strategic and tactical asset allocation and the effect of long-run equilibrium relations*. In Serie Research Memoranda 0042, VU University Amsterdam, Faculty of Economics, Business Administration and Econometrics.

Meade, N. & Salkin, G.R. (1990). Developing and maintaining an equity index fund. *Journal of the Operational Research Society*, 41(7), 599-607.

O'Doherty, M.S., Savin, N.E. & Tiwari, A. (2017). Hedge fund replication: A model combination approach. *Review of Finance,* 21(4), 1767-1804.

Rohweder, H. C. (1998). Implementing stock selection ideas: does tracking error optimization do any good? *Journal of Portfolio Management*, 24(3), 49–59.

Roll, R. (1992). A mean-variance analysis of tracking error. *Journal of Portfolio Management,* 18(4), 13-22.

Rudd, A. (1980). Optimal selection of passive portfolios. *Financial Management,*9(1), 57-66.

Rudolf, M., Wolter, H.J. & Zimmermann, H. (1999). A linear model for tracking error minimization. *Journal of Banking & Finance,* 23(1), 85-103.

Sabzevari, M., Sajadi, S.J & Sajadi, S.M. (2015). Index tracking problem solving using metaheuristic firefly algorithm. *Journal Management System,* 1(1), 125-143. (*in Persian*)

Sant'Anna, L. R., Filomena, T. P. & Caldeira, J. F. (2016). Index tracking and enhanced indexing using cointegration and correlation with endogenous

portfolio selection. *The Quarterly Review of Economics and Finance,* 65, 146-157.

Sant'Anna, L. R., Filomena, T. P., Guedes, P. C., & Borenstein, D. (2016). Index tracking with controlled number of assets using a hybrid heuristic combining genetic algorithm and non-linear programming. *Annals of Operations Research*, 1–19.