تحقیقات مالی

دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

دوره ۱۴، شماره ۱
بهار و تابستان ۱۳۹۱
صص ۶۸-۵۵

# همبستگی متقابل شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تحلیل چندفراکتالی همبستگی‌های بدون روند شده (MF-DXA)

رضا تهرانی[۱]، علی نمکی[۲]، لیلا هدایتی‌فر[۳]

**چکیده:** در این مقاله با استفاده از روش تحلیل چندفراکتالی همبستگی‌های بدون روند شده (MF-DXA)، به بررسی ساختار همبستگی میان شاخص قیمت بازار بورس اوراق بهادار تهران و شاخص‌های مالی و صنعت پرداخته شده است. مشاهدات، بیانگر وجود نوعی رابطه مقیاسی میان این شاخص‌ها است که شدت تفاوت رابطه مقیاسی میان شاخص‌های مالی و صنعت بیش از سایر شاخص‌ها است. از سوی دیگر، حذف اثر همبستگی‌های بلند برد در شاخص صنعت اثر جدی‌تری بر رابطه میان این دو شاخص فرعی (صنعت و مالی) در بازار می‌گذارد. درضمن نشان داده شده است که ایجاد تغییرات در شاخص‌های فرعی از طریق گوسی نمودن تابع توزیع، بر ساختار همبستگی آن‌ها با شاخص قیمت، اثرگذاری بیشتری نسبت به ایجاد تغییرات در شاخص قیمت و سپس مطالعه این همبستگی‌ها دارد. در حقیقت، با تمرکز بر ساختار همبستگی میان شاخص‌ها، این نتیجه حاصل شد که وضعیت بازده امروز شاخص‌ها به وضعیت بازده‌های گذشته خود شاخص و سایر شاخص‌ها نیز وابسته است. این پژوهش می‌تواند به‌عنوان یکی از وجوه مدیریت ریسک و سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی به‌کار رود.

***واژه‌های کلیدی:*** ***شاخص قیمت، شاخص صنعت، شاخص مالی، تحلیل چندفراکتالی، همبستگی‌های بدون روند شده.***

***طبقه‌بندی JEL: C00, C02.***

۱. دانشیار مدیریت مالی، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، ایران
۲. دانشجوی دکترای مدیریت مالی دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، ایران
۳. دانشجوی دکترای فیزیک، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۴/۱۴
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۰/۱۰/۰۵
نویسنده مسئول مقاله: علی نمکی
E-mail: alinamaki1@yahoo.com

## مقدمه

در سال‌های اخیر روش‌های مختلفی برای تحلیل بازارها به کارگرفته شده است. دو پارامتر مهم در تحلیل بازارهای مالی ریسک و بازده هستند. طبق پژوهش‌های انجام شده در رابطه با بازده، دست آورد مهم ایجاد تغییرات در فروض بازارهای کارا می‌باشد. به‌طور خاص حرکت از سمت مدل‌های با خواص کاملا تصادفی با توزیع نرمال به سمت مدل‌های لوی و چند فرکتالی [۱][۴][۵][۶][۱۰][۱۳][۱۴] باعث ایجاد مدل‌های تحلیل چندفراکتالی نوسانات روندزدایی شده (MF-DFA)۱درجهت روندزدایی ساختار قیمتی سهام و تحلیل صحیح تر در مورد اثرگذاری اتفاقات در ابعاد مختلف بر بازار، شده است [۲][۷][۸].

بعد دیگر تحلیل‌های مالی، تحلیل ساختار ریسک در بازارهای مالی است. از سوی دیگر همان‌طور که می‌دانیم در بررسی ریسک پرتفوی، از مهم‌ترین موارد وجود همبستگی در میان سهام‌ها می‌باشد. بنابراین بررسی ساختار همبستگی و ماتریس کواریانس درمیان سهام‌ها در بازارهای مالی یکی از مسائلی است که باید مدنظر داشت. به بین دیگر درعلم مالی، ریسک بر اساس ماتریس همبستگی میان دارایی‌های مختلف و پرتفوی سرمایه گذاری‌ها خود را نشان می‌دهد.

در سال‌های اخیر، روش جدیدی توسط پدبنیک و همکاران[۱۱] به نام DCCA(DXA)[2] که الهام گرفته از مدل تحلیل روند زدایی شده افت و خیزها ( DFA)[3] است جهت روندزدایی نمودن تابع‌های همبستگی و ماتریس‌های کواریانس ارائه شده است. در این روش به بررسی ساختار همبستگی‌های دوربرد میان دوسری نامانا (غیر ایستا) پرداخته می‌شود. در ادامه برای بررسی ساختارمقیاسی (فراکتالی) همبستگی میان دو سری نامانا یکی ازاندیشمندان [۱۵] روش جدیدی را پیشنهاد نموده است که به نام MF-DXA نامیده می‌شود. توانایی این روش در مورد انجام پژوهش‌ها در حوزه‌های مختلف و یافتن رفتارهای جالب از همبستگی‌های بدون روند شده در پژوهش‌های بسیاری نمایش داده شده است[۱۲].

یکی از مهم‌ترین کابردهای این روش بررسی ساختار همبستگی میان سری‌های قیمتی در بورس‌های اوراق بهادار است. این روش می‌تواند درجه همبستگی شاخص‌های بورسی را در قالب‌های مختلف تحلیل نموده و با ازبین بردن روند موجود بین همبستگی میان پدیده‌ها، به‌استنتاج نتایج جالبی رهنمون شود.

---

1. Multifractal detrended fluctuation analysis
2. Detrended cross-correlation analysis
3. Detrended fluctuation analysis

در این پژوهش به بررسی رفتار همبستگی میان شاخص‌های مختلف قیمتی از جمله شاخص قیمت بازار ( TEPIX)، شاخص قیمت صنعت و نیز شاخص مالی درطول زمان پرداخته‌ایم.

## روش پژوهش

تکنیک MF-DXA مشتمل بر ۵ مرحله به‌شرح زیر است [۱۲]:

**مرحله اول:** ابتدا دو سری یک بعدی به‌شکل $i = 1, \dots, N$، $x_i$ و $y_i$ در نظربگیرید. سپس با ساختن یک پروفایل یا سری تجمعی از آن‌ها به صورت زیر اقدام می‌نماییم.

$$X(i) = \sum_{k=1}^{i}[x_k - \langle x \rangle], i = 1, \dots \dots, N \quad (۱)$$

$$Y(i) = \sum_{k=1}^{i}[y_k - \langle y \rangle], i = 1, \dots \dots, N \quad (۲)$$

در معادله (۱) کمیت $< x >$ میانگین Xها است. برای حذف روندهایی که از جمع بستن سری حاصل می‌شود، لازم است که در هرمرحله مقدار متوسط را از داده‌ها کم نماییم. با این وجود کم کردن میانگین لزوماً نیاز نیست؛ زیرا با حذف روند، آنها حذف خواهند شد.

**مرحله دوم:** سری جدید$Y_i$ را به $N_s = \mathrm{int}(N/s)$ بخش مستقل که هریک دارای s نقطه هستند، تقسیم می‌نماییم. از آنجایی‌که اغلب، طول سری مضرب صحیحی از مقیاس s نیست، یک بخش کوچک از انتهای سری تجمی باقی می‌ماند که برای نادیده نگرفتن آن، یک بار دیگر از انتهای سری تجمعی، آن را به بخش‌های مستقل با طول یکسان s تقسیم می‌نماییم. بنابراین در مجموع $۲N_s$ قسمت به‌دست می‌آید.

**مرحله سوم:** در این بخش، داده‌ها با یک چندجمله‌ای درون‌یابی می‌شوند. در حقیقت این عمل روند محلی را در هر قسمت نشان می‌دهد. سپس در هر بخش v، کمیت زیر را که شبیه کواریانس است را حساب می‌نماییم.

$$f(s) = \frac{1}{s}\sum_{k=1}^{s}[X[(v-1)s+K] - \widetilde{X}_v(K)] \times \left[Y[(v-1)s+K] - \widetilde{Y}_v(K)\right] \quad (۳$$

در واقع می‌توان با بکاربردن شکل‌های مختلف از چندجمله‌ای گفته شده ($\widetilde{Y}_v(K)$) به صورت‌های گوناگون از روندزدایی در تابع همبستگی دست یافت. اینکه از کدام گروه از چندجمله‌ای‌ها استفاده شود بستگی به شکل مقیاسی تابع کواریانس دارد.

**مرحله چهارم:** اکنون میانگین مرتبه qام تابع کواریانس را بر تمام بخش‌ها به‌صورت زیر محاسبه می‌نماییم:

$$F_{xy}(q,s) = \left\{\frac{1}{N_s \sum_{v=1}^{N_s} [f_v(s)]^{q/2}}\right\}^{\frac{1}{q}} \quad (۴$$

هنگامی‌که q=0 است این تابع به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$F_{xy}(0,s) = \exp\left[\frac{1}{2N_s}\sum_{v=1}^{N_s} \ln f_v(s)\right] \quad (۵$$

برای q=۲ مدل استاندارد DFA حاصل می‌شود. در حالت کلی به‌دنبال یافتن رفتار تابع همبستگی گفته شده در مقیاس‌های زمانی مختلف و برای qهای مختلف هستیم. بنابراین باید به انجام مراحل ۲و ۳و ۴ برای مقیاس‌های مختلف زمانی اقدام نماییم.

باید توجه داشت که منظور از q در حقیقت توجه به گشتارهای مختلف سری زمانی است. همان‌طور که مشخص است هرچه به گشتاورهای بالاتری توجه نماییم در حقیقت به دم‌های تابع توزیع توجه بیشتری نموده‌ایم. از سوی دیگر توجه به مقیاس‌های زمانی بزرگ‌تر در حقیقت به معنای توجه به اتفاقات نادر است که همان دم‌های تابع توزیع هستند.

**مرحله پنجم :** مراحل بالا را برای sهای مختلف تکرار می‌کنیم. با بررسی رفتار توابع افت و خیز با استنتاج از نمودار لگاریتمی تابع کواریانس موردنظر در مقابل مقیاس‌های مختلف برای هر مقدار از q به تحلیل شرایط می‌پردازیم.

چنانچه سری x وy به شکل توانی بایکدیگر همبستگی بلندبرد داشته باشند، تابع کوواریانس برای مقادیر بالای s به شکل توانی افزایش می‌یابد.

$$F_{x,y}(q,s) \sim s^{h_{xy}(q)} \quad (۶$$

هنگامی‌که x با y برابر باشند، عبارت فوق به معادله کلی به‌دست آمده از روش MF-DFA تبدیل می‌شود. البته برخی یافته‌ها بیانگر وجود رابطه میان $h_{xy}$ با $h_{xx}$ و $h_{yy}$ هستند که از تبدیلات MF-DFA به‌دست می‌آیند.

$$h_{xy}(q) = \frac{\left[h_{xx}(q) + h_{yy}(q)\right]}{2} \qquad (۷$$

پدبنیک و استنلی[۱۱] این رابطه را برای یک ARFIMA که در آن q=۲ است، به‌دست آوردند. البته در مقابل شواهدی وجود دارد مبنی براینکه این رابطه برای سایر مقادیر q در بازارهای مالی برقرار نیست. البته باید توجه داشت که مفهوم همبستگی بلندبرد میان سهام‌ها یا شاخص‌ها به این معنا است که تغییرات مقدار یا قیمت فعلی یک شاخص یا سهم به تغییرات گذشته مقدار یا قیمت سهم یا شاخص دیگری وابسته است.

در حقیقت با توجه به وابستگی میان $h_{xy}(q)$ و q می‌توان به بررسی رفتار میان دو سری زمانی در مقیاس‌های زمانی مختلف پرداخت.

یک شیوه برای توصیف خواص چندفراکتالی فرآیندها استفاده از طیف تکینگی، $f\ (\alpha)$ است که با تبدیل لژاندر و برحسب نمای مقیاسی چندفراکتالی و بعد فراکتالی تعمیم یافته برحسب h(q) به‌صورت زیر نوشت:

$$\alpha = \ h_{xy}(q) + q\ h_{xy}{}'(q) \qquad (۸$$

$$f\ (\alpha) = \ q\ \left[\alpha - h_{xy}(q)\right] + 1 \qquad (۹$$

برای فرآیندهای تک فرکتال، یک مقدار خاص برای f(a) به‌دست می‌آید. در حالی‌که در فرآیندهای چندفرکتال، یک طیف برای f(a) به‌دست می‌آید. به کمیت a اصطلاحا شدت تکینگی یا نمای Holder گفته می‌شود [۳][۹].

برای مقادیر مثبت q بخش‌هایی که (در تقسیم‌بندی سری‌های زمانی به بخش‌های مختلف) دارای افت و خیز زیاد در تابع همبستگی هستند در معادله مرحله چهارم غالب خواهند شد. برعکس برای مقادیر $q < 0$ بخش‌های که دارای افت و خیز کوچک در تابع همبستگی هستند، غالب شده و h(q) خواص آماری افت و خیزهای کوچک در تابع همبستگی را نشان می‌دهد. نکته مهم در رابطه با طیف تکینگی این است که افزایش پهنای f(a) نمایش دهنده افزایش در شدت مولتی فراکتالیتی دو سری همبسته است.

در ادامه به ارائه توضیحاتی در رابطه با برخی از نکات مهم در تحلیل چند مقیاسی بازارها می‌پردازیم. اگر نمودار log-log، $F_{xy}(q,s)$ را برحسب s را با یک خط راست برازش داده شود، شیب خط حاصل که نمای‌هارست[۱] تعمیم یافته است، نشان‌دهنده‌ی خاصیت چندفراکتالی است.

به‌نظر کنتل هاردت و همکاران دو منشأ متفاوت برای خواص چندفرکتالی وجود دارد.

۱- خودهمبستگی‌های بلندبرد.

۲- وجود دم‌های پهن[۲] در توزیع که منظور وقوع اتفاقات نادر است.

این عوامل و سهم هرکدام از کل خاصیت چندفراکتالی درمورد داده‌های مربوز به قیمت کالاها و سهام در برخی بورس‌ها بررسی شده است.

برای جداکردن سهم این عوامل راهکار زیر ارائه کرده است:

روش کار مبتنی بر ساختن داده‌هایی است که از تمام جهات به جز یک مشخصه خاص، تصادفی هستند. بنابراین در خروجی حاصل از این کار، می‌توان سهم عامل موردنظر را دوباره سنجید و با داده‌های اولیه مقایسه کرد. پیشنهاد در این روش برای پیدانمودن منشأهای چندفراکتالی، این است که دردو مرحله اثر هرمنشأ را از سری زمانی کم نموده و چندفراکتالی را هر بار محاسبه نماییم.

برای استخراج اثر خودهمبستگی، سری زمانی اصلی را برزده[۳] سپس به آن نگاه می‌کنیم و با مقایسه با سری اولیه، مقدار اثر همبستگی‌ها را می‌یابیم. روش کار فرآیند به‌هم زدن سری‌های زمانی مورد بررسی به‌صورت زیر است:

الف) جفت‌های عددی تصادفی از بین کل داده‌ها انتخاب می‌شود؛

ب) این دو عدد با هم مبادله می‌شوند؛

ج) دو مرحله‌ی بالا را برای ۲۰ برابر تعداد داده‌ها انجام خواهد شد، این تعداد به تجربه از بین رفتن هر گونه همبستگی زمانی بین داده‌ها را منجر می‌شود.

از دیگر منابع مربوط به رفتار چند فراکتالی، وجود دم‌های پهن و کلفت در توزیع داده‌ها و عدم تطابق تابع توزیع داده‌ها با توزیع گوسی است .در این حالت با کمک روش‌های استاندارد در تحلیل داده‌ها، تابع توزیع سری مورد مطالعه به شکل کاملاً گوسی تبدیل شده که به‌اصطلاح ساروگیت کردن[۴] نامیده می‌شود. دراین روش، با استفاده از تبدیل فوریه گسسته، ضریب تبدیل فوریه به‌دست آمده را در یک فاز تصادفی با تابع توزیع تخت ضرب کرده و سپس با کمک تبدیل

1. Hurst Exponent
2. Fat-tail
3. Shuffling
4. Surrogate

فوریه معکوس، داده‌هایی که براساس قضیه حد مرکزی دارای توزیع گوسی و همبستگی‌ها بدون تغییر هستند، تولید می‌شوند.

## فرضیه پژوهش

در ساختار همبستگی بازده‌های شاخص قیمت و زیرشاخص‌های آن ( شاخص مالی و صنعت) و نیز میان خود زیرشاخص‌ها رفتار مقیاسی وجود دارد.

## یافته‌های پژوهش

در این پژوهش از داده‌های روزانه شاخص‌های قیمت، مالی و صنعت در بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی اول فروردین ۱۳۸۵ الی اول فروردین ۱۳۹۱ استفاده نموده‌ایم.

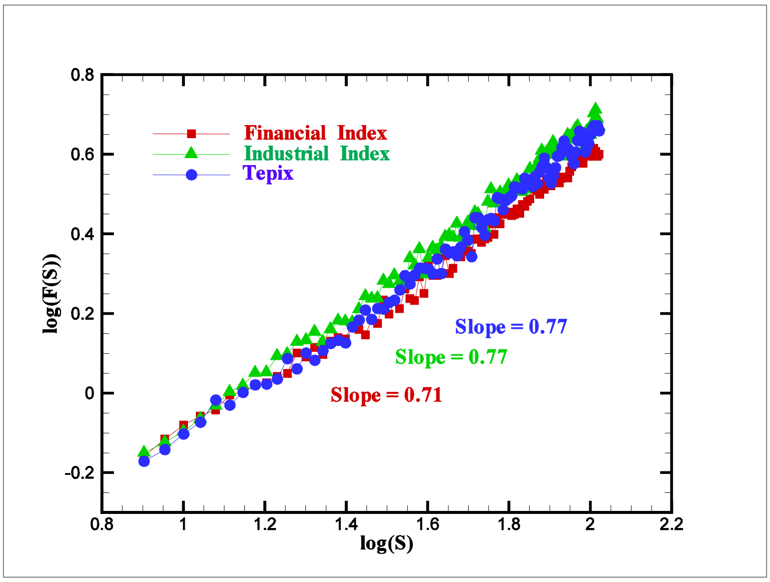
برای محاسبه افت و خیز نسبی در بازار از رابطه زیر استفاده می‌نماییم.

$$R(t) = ln\left(\frac{p_{t+1}}{p_t}\right) \qquad (۱۰$$

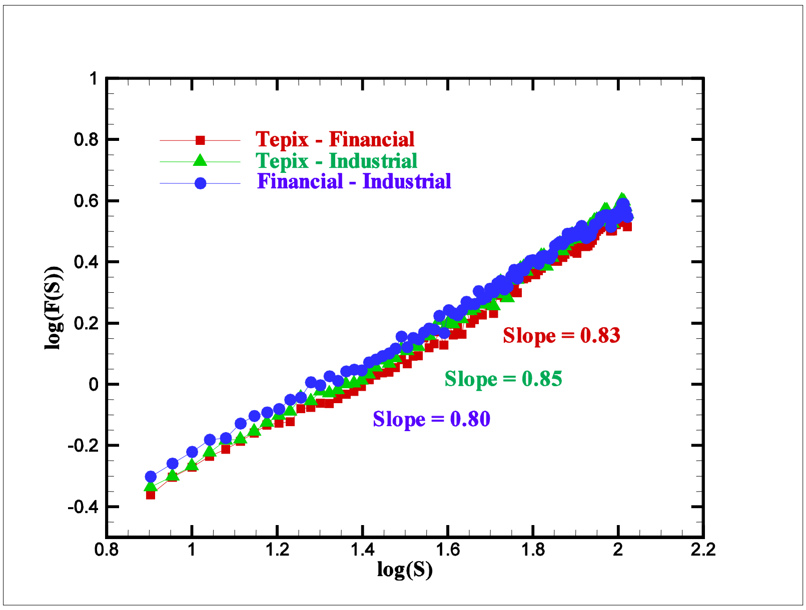
که در آن $p_{t+1}$ مقدار شاخص در روز $t+1$ و $p_t$ مقدار شاخص در روز t ام است.

با توجه به خاصیت بازده‌ها که رفتاری مانا دارند، به بررسی و تحلیل چندفراکتالی تابع‌های همبستگی می‌پردازیم. بعد از محاسبه بازده‌ها به بررسی آزمون چندفراکتالی تحلیل نوسانات روندزدایی شده پرداخته شده است. برنامه‌های مورد استفاده در این پژوهش براساس زبان برنامه نویسی FORTRAN است. با انجام تکنیک MF-DFA به بررسی رفتار خودهمبستگی بازده شاخص‌های گفته شده می‌پردازیم. دراین قسمت با تمرکز بر واریانس (q=۲) به نمودار (۱) می‌رسیم که نشان می‌دهد تابع افت و خیز و یا واریانس بخش‌های مختلف در سری‌ها به مقیاس وابسته هستند.

همان‌طور که مشخص است هر سه شاخص رفتاری مقیاسی داشته و با افزایش مقیاس، عدم اطمینان در بازار افزایش می‌یابد. همان‌طوری که می‌بینیم اختلاف شیب برای این سه شاخص خیلی زیاد نیست. بنابراین اطلاعات موجود در گشتاور دوم بازده این شاخص‌ها جهت تحلیل تفاوت آنها کافی نیستند. از سوی دیگر با ترسیم رفتار تابع همبستگی مرتبه دوم آنها نسبت به هم به نمودار شماره (۲) می‌رسیم که ساختار همبستگی روندزدایی شده آنها دارای رفتار مقیاسی کمابیش یکسانی است.



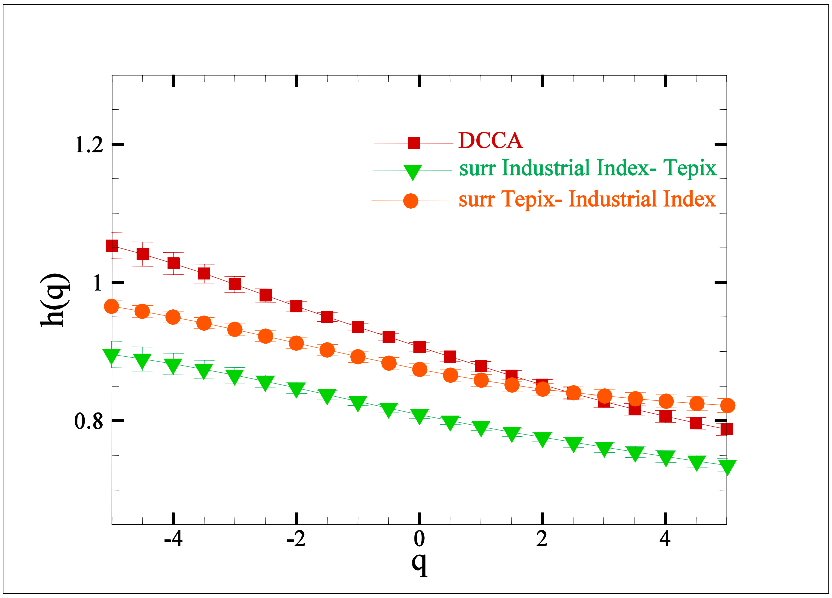

نمودار ١. رفتار گشتاور دوم سه شاخص در طول مقیاس‌های مختلف



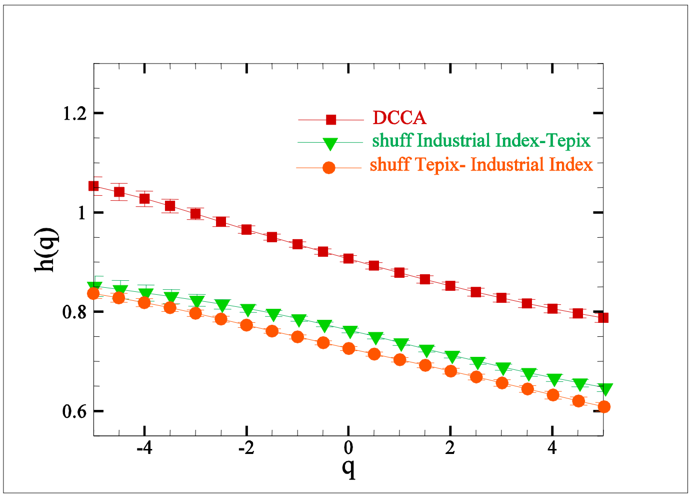

نمودار ٢. رفتار تابع همبستگی روندزدایی شده شاخص‌ها نسبت به هم

بنابراین برای دریافت اطلاعات بیشتر به گشتاورهای بالاتر که نمایانگر اثـرات اتفاقـات نـادر هستند و نیز به گشتاورهای پایین‌تر که مربوط به اتفاقات حول میـانگین و افـت و خیزهـای در مقیاس‌های کوچک هستند، دقت می‌نماییم. برای این امر ترسیم تابع $h_{xy}(q)$ راهگشا خواهد بود. از سوی دیگر توجه به منشأ رفتارهای فراکتالی در رابطه همبستگی میان شاخص‌ها نیز از مسائل مهم مورد توجه است. در نمودارهای (۳) الی (۸) به بررسی این رفتارها پرداخته‌ایم.

در نمودارهای (۳) و (۴) به بررسی ساختار $h_{xy}(q)$ برای تابع همبستگی میان شاخص قیمـت و شاخص صنعت پرداخته‌ایم. از آنجا که میان h و q رابطـه‌ای غیـر خطـی وجـود دارد؛ بنـابراین نوعی رابطه چندفراکتالی در ساختار همبستگی میان بازده‌ها موجود است و این بدین معنـا اسـت که وابستگی اتفاقات در مقیاس‌های مختلف برای این دوشاخص، رفتارمختلفی دارند که با هم در ارتباط هستند. با توجه به نمودار (۳) مشخص است که حذف اثر اتفاقات نادر در شاخص صـنعت نسبت به شاخص قیمت اثر مهم‌تری بر ساختار همبستگی میان دو شاخص دارد. از سوی دیگر با توجه به شکل نمودار (۴) برخوردن و حذف همبستگی‌های بلند برد در هردو شـاخص اثـر تقریبـاً یکسان و مهمی در تغییر ساختار همبستگی میان دو شاخص دارد.

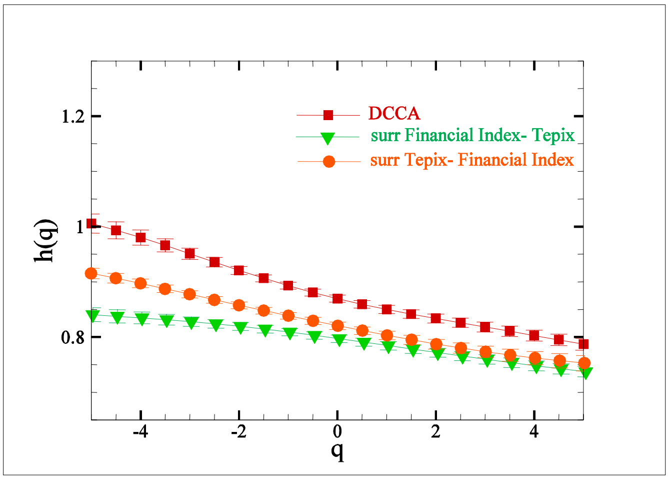



**نمودار ۳. رابطه میان شاخص قیمت و شاخص صنعت تحت فرآیند گاوسی نمودن**

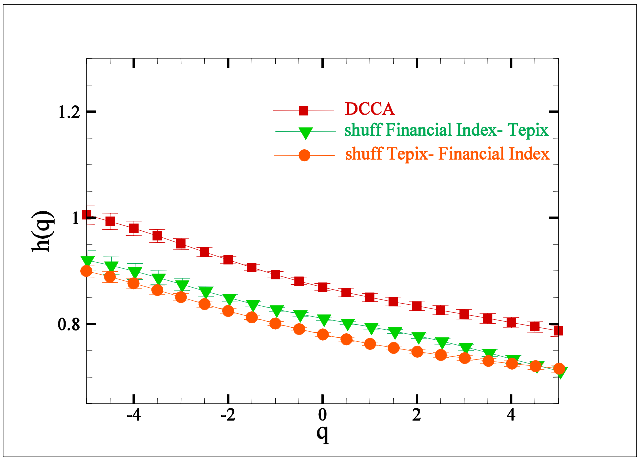



**نمودار ٤. رابطه میان شاخص قیمت و شاخص صنعت تحت فرآیند برزدن**

در نمودارهای (۵) و (۶) به بررسی ساختار $h_{xy}(q)$ در تابع همبستگی میان شاخص قیمت و شاخص مالی پرداخته‌ایم. همان‌طور که مشخص است ساختار همبستگی میان دو شاخص رفتار چندفراکتالی دارد به این معنا که رفتار همبستگی میان این دو شاخص در مقیاس‌های مختلف، متفاوت است. از سوی دیگر، اثر حذف اتفاقات نادر در شاخص مالی نسبت به شاخص قیمت مهم‌تر است. همچنین، حذف اثر همبستگی‌های بلندبرد در هر دو شاخص بر ساختار همبستگی میان آنها مهم ولی کمابیش یکسان است.

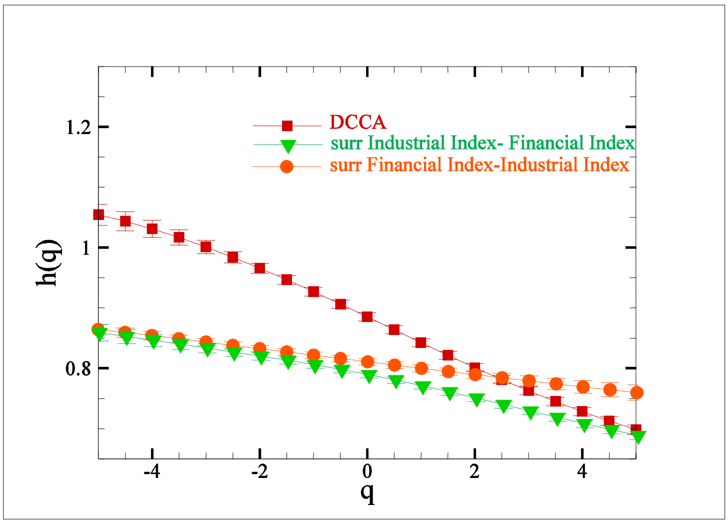



**نمودار ۵. رابطه میان شاخص قیمت و شاخص مالی تحت گوسی نمودن**

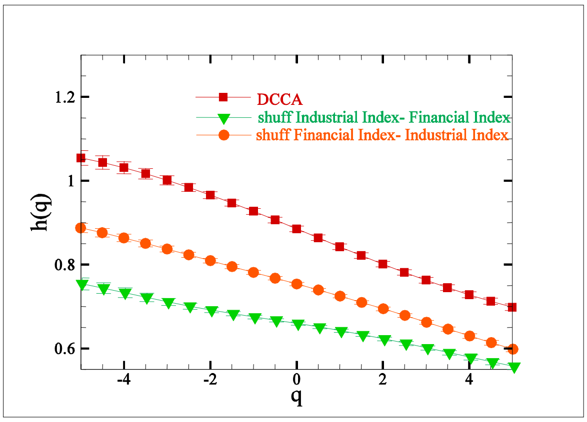



**نمودار ٦. رابطه میان شاخص قیمت و شاخص مالی تحت برخوردن**

در شکل‌های (٧) و (٨) به بررسی رفتار $h_{xy}(q)$ در تابع همبستگی میان شاخص‌های مـالی و صنعت پرداخته‌ایم. دررابطه با ساختار همبستگی میان این دو شاخص باید گفته شود که اثر حذف پدیده‌های نادر در هر دو بر ساختار همبسـتگی میـان ایشـان کمـابیش برابـر بـوده ولـی حـذف همبستگی‌های بلندبرد در شاخص صنعت اثر مهم‌تری بر ساختار همبستگی میان آنها می‌گذارد.



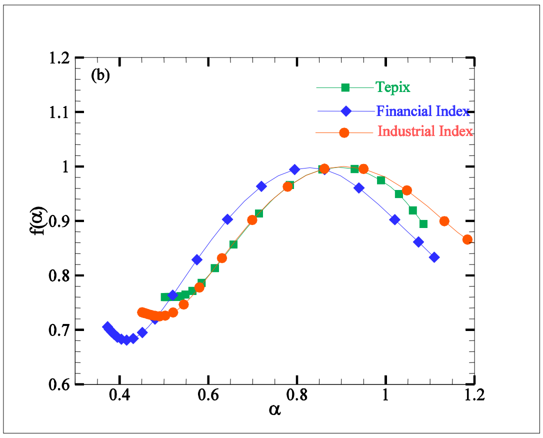

**نمودار ٧. ساختار همبستگی شاخص صنعت و مالی تحت گوسی شدن**



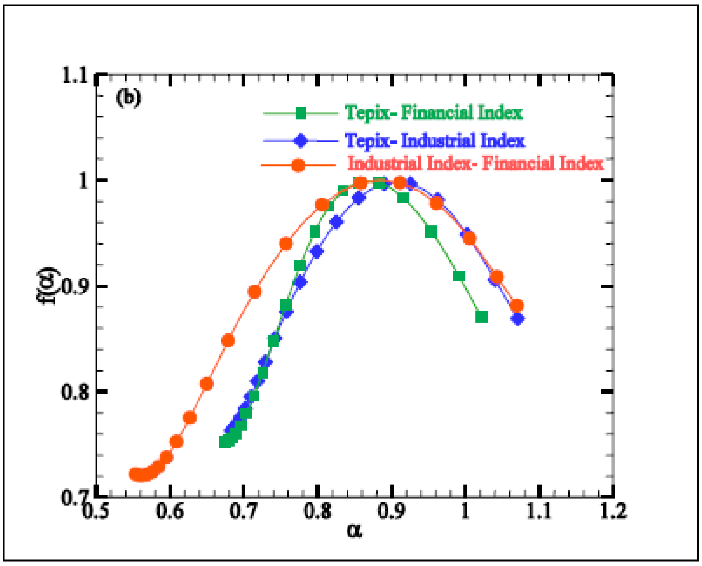

**نمودار ٨. ساختار همبستگی شاخص صنعت و مالی تحت برخوردن**

در ادامه جهت ارائه تصویری از نحوه همبستگی شاخص‌ها به بررسی شدت چندفراکتالی آنها و نیز همبستگی میان شاخص‌ها با استفاده از طیف تکنیکی‌شان می‌پردازیم. همان‌طور که در نمودار (٩) مشخص است شدت مولتی فراکتالیتی در شاخص‌های مالی و صنعت کمابیش برابر و بزرگ‌تر از شاخص قیمت است. از سوی دیگر و طبق شکل شماره (١٠) شدت مولتی فراکتالیتی میان شاخص صنعت و مالی از سایر همبستگی‌ها بیشتر است. بزرگ بودن شدت مولتی فراکتالیتی نشانه‌ای است بر این مطلب که در مقیاس‌های مختلف تفاوت فاحشی میان رابطه دو شاخص وجود دارد.

در ضمن رابطه میان شاخص قیمت و صنعت، شدت چندفراکتالی بیشتری نسبت به شاخص مالی و قیمت وجود دارد.




**نمودار ٩. شدت مولتی فراکتالی شاخص‌های بازار**




نمودار ۱۰. شدت مولتی فراکتالی همبستگی میان شاخص‌ها

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش با بررسی ساختار همبستگی میان شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران در قالب یک شاخص اصلی ( شاخص قیمت ) و دو شاخص فرعی ( شاخص مالی و صنعت) به نتایجی در رابطه با وابستگی میان تغییرات هر شاخص به تغییرات مقادیر گذشته شاخص‌های دیگر دست یافته شد. در میان شاخص‌های گفته شده رابطه میان شاخص صنعت و مالی دارای شدت مولتی فراکتالیتی بالاتری بوده و نیز اثرات دم‌های تابع توزیع احتمال در شاخص‌های صنعت و مالی بر ساختارهای همبستگی آنها با شاخص قیمت مهم است. از سوی دیگر در تمام شاخص‌ها، حذف اثرات همبستگی‌های بلندبرد در ساختار همبستگی میان شاخص‌ها، مهم و اثرگذار است. بنابراین فرضیه پژوهش مبنی بر وجود رابطه مقیاسی میان شاخص‌ها، تأیید می‌شود.

## منابع

1. Buldyrev S.V, A.LGoldberger, S.Havlin, R.N.Mantegna, M.E.Matsa, C.K.Peng, M.Simons, H.E.Stanley, Long-Range Correlation Properties of Coding and Noncoding DNA Sequences: GenBank Analysis, Phys.Rev.E 1995; 51: 5084-5091.

2. Cajueiro. C., M. Tabak. Multifractality and Herding Behavior in the Japanese Stock Market. Journal of Chaos, Solitons and Fractals 2009; 40, 497-504.
3. Feder J, Fractals, Plenum Press, Newyork; 1998.
4. Ivanova K, M.Ausloos. Application of the Detrended Fluctuation Analysis (DFA) method for describing cloud breaking, Physica A 1999; 274: 349-354.
5. Ivanova K, M.Ausloos, E.E.Clothiaux, T.P.Ackerman Break-up of stratus cloud structure predicted from non-Brownian motion liquid water and brightness temperature fluctuationsy;2000; Europhys.Lett.52, 40.
6. Koscielny-Bunde E, A.Bunde S. Havlin H.E.Roman, R.Goldreich, H.J.Schellnhuber. Indication of universal persistence law governing atmospheric variability, Phys.Rev 1998; Lett. 81: 729.
7. Mandelbrot B. A Multifractal Walk down Wall Street, Scientific American Inc; 1999
8. Mantegna. R.N, H.E.Stanley. An Introduction to Econophysics, Cambridge University Press, Cambridge; 2000.
9. Peitgen H.O, H.Jurgens, D.saupe, Chaos and Fractals, Springer-Verlag, Newyork; 1992.
10. Peng C.K, S.V.Buldyrev, S.Havlin, M.simons, H.E.Stanley, A.L.Goldberger. Mosaic Organization of DNA Nucleotides1994; Phys.Rev.E.49, 1685-1689.
11. Podobnik B., H.E. Stanley. Detrended cross- correlation analysis: a new method for analyzing two non-stationary time series 2008; Phys.Rev.Lett.100, 084102.
12. Shadkhoo. S., G. R. Jafari. Multifractal detrended cross-correlation analysis of temporal and spatial seismic data, Eur. Phys. J. B. 72679-683.
13. Talkner P, R.O. Weber. Power spectrum and detrended fluctuation analysis: application to daily temperatures, Phys.Rev.E 2000; 62: 150.
14. Vandewalle N, M.Ausloos, P. Boveroux. The moving averages demystified 1999; Physica A356: 170-176.
15. Zhou.Wei-Xiang. Multifractal detrended cross-correlation analysis for two nonstationary signals, Phys.Rev.E 2008; 77: 066211.